|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2011 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải hệ phương trình

.

2). Giải phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Chứng minh rằng không tồn tại các bộ ba số nguyên (x; y; z) thỏa mãn đẳng thức

.

2). Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn đẳng thức

.

Câu III (3,0 điểm). Cho hình bình hành ABCD với . Đường phân giác của góc  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại O khác C. Kẻ đường thẳng d đi qua A và vuông góc với CO. Đường thẳng d lần lượt cắt các đường thẳng CB; CD tại E; F.

1). Chứng minh rằng .

2). Chứng minh rằng O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

3). Gọi giao điểm của OC và BD là I, chứng minh rằng

.

Câu IV (1,0 điểm). Với x; y là những số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2012 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải phương trình

.

2). Giải hệ phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn đẳng thức

.

 2) Giả sử (x; y) là các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Tìm trị nhỏ nhất của biểu thức .

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ  (M khác B; C và AM không đi qua O). Giả sử P là một điểm thuộc đoạn thẳng AM sao cho đường tròn đường kính MP cắt cung nhỏ  tại điểm N khác M.

1). Gọi D là điểm đối xứng với điểm M qua O. Chứng minh rằng ba điểm N; P; D thẳng hàng.

2). Đường tròn đường kính MP cắt MD tại điểm Q khác M. Chứng minh rằng P là tâm đường tròn nội tiếp tam giác .

Câu IV (1,0 điểm). Giả sử a; b; c là các số thực dương thỏa mãn: ; ; . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2013 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải phương trình .

2). Giải hệ phương trình

.

Câu II (3,0 điểm).

1). Cho các số thực  thỏa mãn . Chứng minh rằng

.

2). Có bao nhiêu số nguyên dương có 5 chữ số  sao cho  chia hết cho 101?

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn (O) với AB <AC Đường phân giác của góc  cắt (O) tại điểm D khác A. Gọi M là trung điểm của AD và E là điểm đối xứng với D qua tâm O. Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đoạn thẳng AC tại điểm F khác A.

1). Chứng minh rằng tam giác  và tam giác  đồng dạng.

2). Chứng minh rằng EF vuông góc với AC,

Câu IV (1,0 điểm). Giả sử a,b,c,d là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2014 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải phương trình

.

2). Giải hệ phương trình

.

Câu II (3,0 điểm).

1). Giả sử x,y,z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng

.

2). Tìm nghiệm nguyên của phương trình

.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác  nhọn với AB < BC và D là điểm thuộc cạnh BC sao cho AD là phân giác của . Đường thẳng qua C và song song với AD, cắt trung trực của AC tại E. Đường thẳng qua B song song với AD, cắt trung trực của AB tại F.

1). Chứng minh rằng tam giác  đồng dạng với tam giác .

2). Chứng minh rằng các đường thẳng BE; CF; AD đồng quy tại một điểm, gọi điểm đó là G.

3). Đường thẳng qua G song song với AE cắt đường thẳng BF tại Q. Đường thẳng QE, cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại P khác E. Chứng minh rằng các điểm A, P, G, Q, F cùng thuộc một đường tròn.

Câu IV (1,0 điểm). Giả sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức

ab + bc + ca = 1. Chứng minh rằng

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề dự bị | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2011 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Với a, b, c là những số thực thỏa mãn điều kiện ; ; ; . Chứng minh rằng

.

2). Giải hệ phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Với mỗi số thực a ta ký hiệu [a] là số nguyên lớn nhất không vượt quá a giải phương trình

.

2). Chứng minh rằng từ 52 số nguyên bất kỳ luôn có thể chọn ra được hai số có tổng hoặc hiệu chia hết cho 100.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn , đường cao AH; H thuộc BC. P thuộc AB sao cho CP là phân giác góc . Giao điểm của CP và AH là Q. Trung trực của PQ cắt AH và BC lần lượt tại E; F.

1). PE giao AC tại K. Chứng minh rằng PK vuông góc AC.

2). FQ giao CE; CA lần lượt tại M; N. Chứng minh rằng bốn điểm E; K; N; M thuộc một đường tròn.

3). Chứng minh rằng bốn điểm P; E; C; F thuộc một đường tròn.

Câu IV (1,0 điểm). Giả sử . Chứng minh rằng

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề dự bị | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2012 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải phương trình.

2). Giải hệ phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Với x; y là các số nguyên, chứng minh  chia hết cho 30.

2). Giả sử a; b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác  vuông tại A. Gọi CT là đường phân giác trong của tam giác ( T thuộc cạnhh AB).

1). Chứng minh rằng đường tròn (K) đi qua C; T và tiếp xúc với AB có tâm K thuộc BC.

2). Gọi giao điểm của AC và (K) là D khác C, giao điểm của DB và (K) là E khác D. Chứng minh rằng .

3). Gọi giao điểm của CE và AB là M. Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn thẳng BT.

Câu IV (1,0 điểm). Giả sử a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề dự bị | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2013 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải phương trình

.

2). Giải hệ phương trình 

Câu II (3,0 điểm).

1). Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn

.

2). Với x; y; z là các số thực thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn . M; N là hai điểm thuộc cung nhỏ  sao cho MN song song với AC và tia BM nằm giữa hai tia BA; BN. BM giao AC tại P. Gọi Q là một điểm thuộc cung nhỏ  sao cho PQ vuông góc với BC. QN giao AC tại R

1). Chứng minh rằng bốn điểm B; P; R; Q cùng thuộc một đường tròn.

2). Chứng minh rằng BR vuông góc với AQ

3). Gọi F là giao của AQ và BN Chứng minh rằng 

Câu IV (1,0 điểm). Cho a; b; c >0 . Chứng minh rằng

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề dự bị | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2014 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải hệ phương trình

.

2). Với a,b, c là 3 số thực đôi một phân biệt, chứng minh rằng



Câu II (3,0 điểm).

1). Với mỗi số thực x ta định nghĩa [x] là số nguyên lớn nhất không vượt quá x. Chứng minh rằng với mọi số nguyên n ta luôn có

.

2). Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức ab + bc + ca = abc. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn (O).H là trực tâm của tam giác . AD là đường kính của (O). E thuộc AC sao cho HE// BC.

1). Chứng minh rằng các đường thẳng BH và DE cắt nhau trên (O).

2). Gọi F là giao điểm của các đường thẳng EH và AB.Chứng minh rằng, A là tâm đường tròn bàng tiếp ứng với đỉnh D của tam giác DEF

3). Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác . Chứng minh rằng BE; CF và IH đồng quy.

Câu IV (1,0 điểm). Với a, b, c là các số thực dương, chứng minh rằng

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**Đề dự bị** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10****TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2011** |

**MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)**

**Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)**

**Câu I (3,0 *điểm*).**

**1).** Giải hệ phương trình

.

**2).** Giải phương trình

.

**Câu II (3,0 *điểm*).**

**1).** Một số có 10 chữ số được gọi là tốt nếu số đó chia hết cho 11 111 và tất cả các chữ số đều khác nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tốt.

**2).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

**Câu III (3,0 *điểm*).** Cho tam giác  nội tiếp đường tròn (O). P di chuyển trên cung  chứa A của (O). I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác . Q là tâm đường tròn nội tiếp tam giác .

**1).** Chứng minh rằng B; I; Q; C cùng nằm trên một đường tròn.

**2).** Trên tia BQ; CQ lần lượt lấy các điểm M; N sao cho BM= BI; CN= CI. Chứng minh rằng MN luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu IV (1,0 *điểm*).** Với 0< a;b; c< 1. Chứng minh rằng

.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề dự bị | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2012 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải phương trình .

2). Giải hệ phương trình

.

Câu II (3,0 điểm).

1). Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn

.

2). Giả sử a;b; c là 3 số dương có tổng là 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

Câu III (3,0 điểm). Cho hình bình hành ABCD có . Giả sử O là điểm nằm trong  sao cho OC không vuông góc với BD. Vẽ đường tròn tâm O đi qua C. BD cắt (O) tại hai điểm M; N sao cho B nằm giữa M và D. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt AD; AB lần lượt tại P; Q.

1). Chứng minh rằng bốn điểm M; N; P; Q cùng thuộc một đường tròn.

2). CM cắt QN tại K; CN cắt PM tại L. Chứng minh rằng 

Câu IV (1,0 điểm). Tồn tại hay không 9 số nguyên  sao cho tập các giá trị của tổng  () có chứa 36 số nguyên liên tiếp? Giải thích tại sao.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề dự bị | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2013 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) sao cho



2). Với x là số thực ta ký hiệu [x] là các số nguyên lớn nhất không vượt quá x. Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương lớn hơn 1 thì

.

Câu II (3,0 điểm).

1). Giải hệ phương trình.

2). Giả sử (x; y) là các số thực thỏa mãn

.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

Câu III (3,0 điểm). Cho hình thang cân ABCD nội tiếp đường tròn (O) với AB song song CD và AB < CD. M là trung điểm CD. P là điểm di chuyển trên đoạn MD ( P khác M; D ). AP cắt (O) tại Q khác A; BP cắt (O) tại R khác B; QR cắt CD tại E. Gọi F là điểm đối xứng với P qua E.

1). Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AQF luôn thuộc một đường thẳng cố định khi P di chuyển.

2). Giả sử EA tiếp xúc (O). Chứng minh rằng khi đó QM vuông góc với CD

Câu IV (1,0 điểm). Cho một bảng ô vuông  mỗi ô vuông con có thể tô một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Biết rằng ban đầu tất cả các ô đều được tô màu xanh. Cho phép mỗi lần ta chọn một hàng hoặc một cột và thay đổi màu của tất cả các ô thuộc hàng hoặc cột đó. Hỏi sau một số hữu hạn lần đổi màu ta có thể thu được bảng gồm đúng  ô vuông con màu đỏ hay không?

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề dự bị | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2014 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải hệ phương trình .

2). Giải phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Tìm các bộ ba số nguyên dương x; y; z thỏa mãn

.

2). Với a, b, c là các số thực không âm, chứng minh rằng

.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác  nhọn không cân nội tiếp đường tròn (O). D là điểm thuộc cạnh BC ( D khác B và D khác C). Trung trực của CA; AB lần lượt cắt đường thẳng AD tại E; F. Đường thẳng qua E song song với AC cắt tiếp tuyến qua C của (O) tại M. Đường thẳng qua qua F song song với AB cắt tiếp tuyến qua B của (O) tại N.

1). Chứng minh rằng đường thẳng MN tiếp xúc với (O).

2). Giả sử . Chứng minh rằng AD là phân giác của tam giác .

Câu IV (1,0 điểm). Trên bảng ô vuông kích thước  ta viết vào mỗi ô một số nguyên dương một cách tùy ý sao cho hiệu 2 số ở hai ô kề nhau bất kỳ đều nhỏ hơn hoặc bằng 1 (hai ô được gọi là kề nhau nếu chúng có một cạnh chung). Chứng minh rằng tồn tại một số nguyên dương k nào đó được viết vào ít nhất 51 ô.

|  |  |
| --- | --- |
| BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOTRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2015 - 2016 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (2,5 điểm). Cho biểu thức với .

1). Chứng minh 

2). Giả sử a; b thay đổi sao cho . Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Câu II (2,0 điểm). Cho hệ phương trình

 (với m là tham số).

1). Giải phương trình khi m = 2.

2). Chứng minh hệ luôn có nghiệm với mọi giá trị của m. giả sử  là một nghiệm của hệ phương trình. Chứng minh đẳng thức

.

Câu III (1,5 điểm). Cho a;b là các số thực khác 0. Biết rằng phương trình  có nghiệm duy nhất. Chứng minh .

Câu IV (3,0 điểm). Cho tam giác  có các góc  và góc  nhọn, góc . Các đường phân giác trong ;  của tam giác ABC cắt nhau tại I.

1). Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

2). Gọi K là giao điểm thứ hai khác B của đường thẳng BC với đường tròn ngoại tiếp tam giác . Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

3). Chứng minh 

Câu V (1,0 điểm). Tìm số thực không âm a và b thỏa mãn

.

|  |  |
| --- | --- |
| BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOTRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2015 - 2016 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (2,5 điểm).

1). Cho . Rút gọn biểu thức

.

2). Cho x; y thỏa mãn  và .

Tính giá trị của biểu thức 

Câu II (2,0 điểm). Một xe tải có chiều rộng là 2,4m và chiều cao là 2,5m muốn đi qua một cái cổng có hình Parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 4m và khoảng từ đỉnh cổng (đỉnh Parabol) tới chân cổng là  (bỏ qua độ dày của cổng).

1). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi Parabol  với a< 0 là hình chiếu biểu diễn cổng mà xe tải muốn đi qua. Chứng minh a= -1

2). Hỏi xe tải có thể đi qua cổng được không? Tại sao?

Câu III (1,5 điểm). Cho hai số nguyên a, b thỏa mãn . Chứng minh a và b là hai số chính phương liên tiếp.

Câu IV (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ( AB < AC), M là trung điểm của cạnh BC; O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác. Các đường cao AD; BE; CF của tam giác  đồng quy tại H. Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại S. Gọi X; Y lần lượt là giao điểm của đường thẳng EF với các đường thẳng BS; AO. Chứng minh rằng

1). .

2). Hai tam giác SMX và DHF đồng dạng.

3). .

Câu V (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho tam giác ABC có các đỉnh là các điểm nguyên (một điểm gọi là điểm nguyên nếu hoành độ và tung độ của điểm đó là các số nguyên). Chứng minh rằng hai lần diện tích của tam giác ABC là một số nguyên.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2011 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải phương trình

.

2). Giải hệ phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Với mỗi số thực a ta gọi phần nguyên của a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và ký hiệu là [a]. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, biểu thức  không biểu diễn được dưới dạng lập phương của một số nguyên dương.

2). Với x; y; z là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức , Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

Câu III (3,0 điểm). Cho hình thang ABCD với BC song song AD. Các góc  và  là các góc nhọn. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. P là điểm bất kỳ trên đoạn thẳng BC (P không trùng với B; C). Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đoạn thẳng PA tại M khác P và đường tròn ngoại tiếp tam giác CIP cắt đoạn thẳng PD tại N khác P.

1). Chứng minh rằng năm điểm A; M; I; N; D cùng nằm trên một đường tròn. Gọi đường tròn này là (K).

2). Giả sử các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại Q, chứng minh rằng Q cũng nằm trên đường tròn (K).

3). Trong trường hợp P; I; Q thẳng hàng, chứng minh rằng .

Câu IV (1,0 điểm). Giả sử A là một tập con của tập các số tự nhiên N. Tập A có phần tử nhỏ nhất là 1, phần tử lớn nhất là 100 và mỗi x thuộc  () luôn tồn tại a,b cũng thuộc A sao cho x=a+ b (a có thể bằng b). Hãy tìm một tập A có số phần tử nhỏ nhất.

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2012 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải hệ phương trình .

2). Giải phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Tìm hai chữ số cuối cùng của số

.

2). Tìm giá trị lớn nhất của hàm số , với .

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ( AB> AC) nội tiếp đường tròn (O). Giả sử M; N là hai điểm thuộc cung nhỏ  sao cho MN song song với BC và tia AN nằm giữa hai tia AM;AB. Gọi P là hình chiếu vuông góc của điểm C trên AN và Q là hình chiếu vuông góc của điểm M trên AB.

1). Giả sử CP cắt QM tại điểm T. Chứng minh T nằm trên đường tròn (O).

2). Gọi giao điểm của NQ và (O) là R khác N. Giả sử AM cắt PQ tại S. Chứng minh rằng bốn điểm A; R; Q; S cùng thuộc một đường tròn.

Câu IV (1,0 điểm). Với mỗi số  nguyên lớn hơn hoặc bằng 2 cố định, xét các tập n số thực đôi một khác nhau . Kí hiệu C(X) là số các giá trị khác nhau của tổng  (). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

C(X).

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2013 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giải hệ phương trình .

2). Giải phương trình

.

Câu II (3,0 điểm).

1). Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn

.

2). Với (x; y) là các số thực dương thỏa mãntìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn (O) có trực tâm H

. Gọi P là điểm nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác  (P khác B; C và H) và nằm trong tam giác ABC. PB cắt (O) tại M khác B; PC cắt (O) tại N khác C. BM cắt AC tại E; CN cắt AB tại F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AME và đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF cắt nhau tại Q khác A.

1). Chứng minh rằng ba điểm M; N; Q thẳng hàng.

2). Giả sử AP là phân giác góc  Chứng minh rằng khi đó PQ đi qua trung điểm của BC

Câu IV (1,0 điểm). Giả sử dãy số thực có thứ tự thỏa mãn các điều kiện  và 

Chứng minh rằng : 

|  |  |
| --- | --- |
| ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘIĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2014 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giả sử x; y là những số thực dương phân biệt thỏa mãn

.

Chứng minh rằng: 5y = 4x.

2). Giải hệ phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1. Cho x; y là những số nguyên lớn hơn 1 sao cho  là số chính phương. Chứng minh rằng x= y
2. Giả sử x; y là những số thực không âm thỏa mãn  Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức

.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và điểm P nằm trong tam giác thỏa mãn PB = PC . D là điểm thuộc cạnh BC (D khác B và D khác C ) sao cho P nằm trong đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB và đường tròn ngoại tiếp tam giác DAC. Đường thẳng PB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB tại E khác B. Đường thẳng PC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác DAC tại F khác C.

1). Chứng minh rằng bốn điểm A; E; P; F cùng thuộc một đường tròn.

2). Giả sử đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại Q khác A; đường thẳng AF cắt đường thẳng QC tại L. Chứng minh rằng tam giác ABE đồng dạng với tam giác .

3). Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và đường thẳng QB. Chứng minh rằng 

Câu IV (1,0 điểm). Cho tập hợp A gồm 31 phần tử và dãy gồm m tập con của A thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau

i). Mỗi tập thuộc dãy có ít nhất 2 phần tử;

ii). Nếu hai tập thuộc dãy có chung nhau ít nhất 2 phần tử thì số phần tử của hai tập này khác nhau.

Chứng minh rằng .

|  |  |
| --- | --- |
| BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOTRƯỜNG ĐẠI HỌC KHTNĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2015 - 2016 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1). Giả sử a; b là hai số thực phân biệt thỏa mãn .

a). Chứng minh rằng a+ b= -3.

b). Chứng minh rằng .

2). Giải hệ phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1). Tìm các số nguyên (x; y) không nhỏ hơn 2 sao cho xy - 1 chia hết cho

(x-1).(y- 1).

2). Với x; y là những số thực thỏa mãn đẳng thức  Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức .

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC không cân có tâm đường tròn nội tiếp là điểm I. Đường thẳng AI cắt BC tại D. Gọi E; F lần lượt là các điểm đối xứng của D qua IC; IB.

1). Chứng minh rằng EF song song với BC .

2). Gọi M; N; J lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng DE; DF; EF. Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AFN tại P khác A. Chứng minh rằng bốn điểm M; N; P; J cùng nằm trên một đường tròn.

3). Chứng minh rằng ba điểm A; J; P thẳng hàng.

Câu IV (1,0 điểm).

1). Cho bảng ô vuông 2015 x2015. Kí hiệu ô (i; j) là ô ở hang thứ i, cột thứ j. Ta viết các số nguyên dương từ 1 đến 2015 vào các ô của bảng theo quy tắc sau:

i). Số 1 được viết vào ô (1,1)

ii). Nếu số k được viết vào ô (i; j) ( i> 1) thì số k+ 1 được viết vào ô .

iii). Nếu số k được viết vào ô (1 ; j) thì số k + 1 được viết vào ô (j + 1; 1) (xem hình 1).

Khi đó số 2015 được viết vào ô (m; n).

Hãy xác định m và n

2). Giả sử a; b; c là các số thực dương thỏa mãn 

Chứng minh rằng .

|  |  |
| --- | --- |
| BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOTRƯỜNG ĐẠI HỌC KHTNĐề chính thức | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2015 - 2016 |

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I (3,0 điểm).

1) Với a; b; c là các số thỏa mãn

.

Chứng minh rằng .

2) Giải hệ phương trình .

Câu II (3,0 điểm).

1) Tìm số tự nhiên n để n +5 và n +30 là số chính phương (số chính phương là bình phương của một số nguyên)

2) Tìm (x; y) nguyên thỏa mãn đẳng thức .

3) Giả sử x; y; z là các số thực lớn hơn 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

.

Câu III (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn không cân với AB < AC. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên đoạn AM. Trên tia đối của tia AM lấy điểm N sao cho AN = 2MH.

1) Chứng minh rằng BN = AC.

2) Gọi Q là điểm đối xứng với A qua N. Đường thẳng AC cắt BQ tại D .Chứng minh rằng bốn điểm B; D; N; C cùng thuộc một đường tròn,gọi đường tròn này là (O).

3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt (O) tại G và D. Chứng minh rằng NG song song với BC.

Câu IV (1,0 điểm). Ký hiệu S là tập hợp gồm 2015 điểm phân biệt trên một mặt phẳng. Giả sử tất cả các điểm của S không cùng nằm trên một đường thẳng. Chứng minh rằng có ít nhất 2015 đường thẳng phân biệt mà mỗi đường thẳng đi qua ít nhất hai điểm của S.

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN 2012-2013 V1***

**Câu I.** 1) Giải phương trình 

2**)**Giải hệ phương trình ****

**Câu II.**

 1) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn đẳng thức:

 ****

2) Giả sử x, y la các số thực dương thỏa mãn điêu kiện 

Tim giá trị nhỏ nhất của biểu thức : 
 **Câu III.**Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O .Gọi M là một điểm trên cung nhỏ BC ( M khác B,C và AM không đi qua O).Giả sử P là một điểm thuộc đoạn thẳng AM sao cho đường tròn đường kính MP cắt cung nhỏ BC tại điểm N khác M.

1)Gọi D là điểm đối xứng với điểm M qua O .Chứng minh rằng N,P,D thẳng hàng

2)Đường tròn đường kính MP cắt MD tại Q khác M.Chứng minh rằng P là tâm đườn tròn nội tiếp tam giác AQN.

**Câu IV.** Giả sử a,b,c là các số thực dương thỏa mãn 

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

 ****

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN 2012-2013 V2***

Câu 1.

1) Giải hệ phương trình :



2) Giải phương trình



Câu 2.

1) Tìm hai chữ số tận cùng của số 

2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số:

 với 

Câu 3: Cho tam giác nhọn ABC(AB>AC) nội tiếp đường tròn tâm (O). Giả sử M,N là 2 điểm trên cung nhỏ BN thỏa mãn MN song song với BC và AN là tia nằm giữa 2 tia AM,AB. P là hình chiếu vuông góc của C trên AN, Q là h/c vuông góc of M trên AB

a/ Giả sử CP giao QM tại T. Chứng minh: T nằm trên (O)

b/ NQ giao (O) tại R khác N. Giả sử AM giao PQ tại S. Chứng minh: A,R,Q,S thuộc 1 dường tròn

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN***

 ***2011-2012 V1***

**Câu I.**

1) Giải hệ phương trình 

 2) Giải phương trình 

**Câu II.**

1) Chứng minh rằng không tồn tại các bộ ba số nguyên thỏa mãn đẳng thức 

 2) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn đẳng thức .

**Câu III.** Cho hình bình hành  với  Đường phân giác của góc  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại  khác . Kẻ đường thẳng đi qua  và vuông góc với . Đường thẳng lần lượt cắt các đường thẳng tại.

1. Chứng minh rằng .
2. Chứng minh rằng  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .
3. Gọi giao điểm của  và  là chứng minh rằng .

**Câu IV.** Với  là những số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

.

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN 2011-2012 V2***

**Câu I.**

1) Giải phương trình .

 2) Giải hệ phương trình 

**Câu II.**

1) Với mỗi số thực  ta gọi phần nguyên của  là số nguyên lớn nhất không vượt quá và ký hiệu là . Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương , biểu thức  không biểu diễn được dưới dạng lập phương của một số nguyên dương.

2) Với  là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



**Câu III.** Cho hình thang  với  song song  Các góc  và  là các góc nhọn. Hai đường chéo  và  cắt nhau tại   là điểm bất kỳ trên đoạn thẳng  ( không trùng với ). Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đoạn thẳng  tại  khác  và đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đoạn thẳng  tại  khác 

1. Chứng minh rằng năm điểm  cùng nằm trên một đường tròn. Gọi đường tròn này là 
2. Giả sử các đường thẳng  và  cắt nhau tại  chứng minh rằng  cũng nằm trên đường tròn 
3. Trong trường hợp  thẳng hàng, chứng minh rằng 

**Câu IV.** Giả sử  là một tập con của tập các số tự nhiên  Tập  có phần tử nhỏ nhất là  phần tử lớn nhất là  và mỗi  thuộc   luôn tồn tại  cũng thuộc  sao cho ( có thể bằng ). Hãy tìm một tập  có số phần tử nhỏ nhất

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN 2010-2011 V1***

Câu I.

1.Giải hệ phương trình 

2. Giải phương trình 

Câu II.

1. Tìm tất cả các số nguyên không âm (x, y) thoả mãn đẳng thức



2. Với mỗi số thực a, ta gọi phần nguyên của số a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và ký hiệu là [a]. Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương ta luôn có.



Câu III. Cho đường tròn (O) với đường kính AB = 2R. Trên đường thẳng tiếp xúc với đương tròn (O) tại A ta lấy điểm C sao cho góc . Gọi H là giao điểm thứ hai của đường thăng BC với đường tròn (O).

1. Tính độ dài đương thẳng AC, BC và khoảng cách từ A đến đương thẳng BC theo R.
2. Với mỗi điểm M trên đoạn thẳng AC, đường thẳng BM cắt đường tròn (O tại điểm N (khác B). Chứng minh rằng bốn điểm C, M, N, H nằm trên cùng một đường tròn và tâm đường tròn đó luôn chạy trên một đường thẳng cố định khi M thay đổi trên đoạn thẳng AC.

Câu IV. Với a,b là các số thực thoả mãn đẳng thức , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN 2010-2011 V2***

Câu I.

1. Giải phương trình 

2. Giải hệ phương trình 

Câu II.

1. Tìm tất cả các số nguyên dương n để  là số chính phương.

2. Giả sử x, y, z là những số thực dương thoả mãn điều kiện . Chứng minh rằng



Câu III

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và M là điểm nằm trong tam giác. Kí hiệu H là hình chiếu của M trên cạnh BC và P, Q, E, F lần lượt là hình chiếu của H trên các đường thẳng MB, MC, AB, AC. Giả sử bốn điểm P, Q, E, F thẳng hàng.

1. Chứng minh rằng M là trực tâm của tam giác ABC.
2. Chứng minh rằng BEFC là tứ giác nội tiếp.

Câu IV

Trong dãy số gồm 2010 số thực khác 0 được sắp xếp theo thứ tự , ta đánh dấu tất cả các số âm và tất cả các số mà tổng của nó với một số liên tiếp liền ngay sau nó là một số dương. (Ví dụ với dãy số -8,-4,-1,2,-1,2,-3,...,-2005 thì các số được đánh dấu là ).

Chứng minh rằng nếu trong dãy số đã cho có ít nhất một số dương thì tổng của tất cả các số được đánh dấu là một số dương.

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN 2009-2010 V1***

**Câu I.**

1) Giải phương trình 

2) Giải hệ phương trình 

**Câu II.**

1) Tìm chữ số tận cùng của chữ số 

2) Với a, b là những chữ số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu III.**

Cho hình thoi ABCD. Gọi H là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Biết rằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng a và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD bằng b.

1. Chứng minh rằng 
2. Tính diện tích hình thoi ABCD theo các bán kính a, b

**Câu IV.**

Với a, b, c là những số thực dương, chứng minh rằng

 

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN 2009-2010 V2***

**Câu I.**

1) Giải phương trình 

2) Chứng minh rằng  với mọi n nguyên dương

**Câu II.**

1) Tìm chữ số nguyên dương n sao cho tất cả các số

 n + 1, n + 5, n + 7, n + 13, n + 17, n + 25, n + 37 đều là nguyên tố

2) Mỗi lần cho phép thay thế cặp số (a,b) thuộc tập hợp  bằng cặp số (a + c, b + d)

trong đó cặp số (c, d) cũng thuộc M. Hỏi sau một số hữu hạn lần thay thế ta có thể nhận được tập hợp các cặp số  hay không?

**Câu III.**

Cho đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại hai điểm A và B. Trên đường thẳng

AB ta lấy một điểm M bất kỳ sao cho điểm A nằm trong đoạn BM .Từ điểm M kẻ tới đường tròn (O’) các tiếp tuyến MC và MD (C và D là các tiếp điểm, C nằm ngoài (O)). Đường thẳng AC cắt lần thứ hai đường tròn (O) tại điểm P và đường thẳng AD cắt lần thứ hai đường tròn (O) tại Q. Đường thẳng CD cắt PQ tại K.

1. Chứng minh rằng hai tam giác BCD và BPQ đồng dạng
2. Chứng minh rằng khi M thay đổi thì đường tròn ngoại tiếp tam giác KCP luôn đi qua điểm cố định.

**Câu IV.** Giả sử x,y,z là những số thực thoả mãn điều kiện:  và x+ y + z = 3. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức : 

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2012-2013 V1***

**Câu 1 (2 điểm).** Cho biểu thức:

 với a> b > 0

a) Rút gọn P.

 b/ Biết a- b = 1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của P

**Câu 2 (2 điểm).** Trên quãng đường AB dài 210 km, tại cùng một thời điểm, một xe máy khởi hành từ A đi về B và một ô tô khởi hành từ B đi về A. Sau khi gặp nhau, xe máy đi tiếp 4 giờ nữa thì đến B và ô tô đi tiếp 2 giờ 15 phút nữa thì đến A. Biết rằng xe máy và ô tô không thay đổi vận tốc trên suốt chặng đường. Tính vận tốc của xe máy và của ô tô.

**Câu 3 (2 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho parabol (*P*) : *y* = − *x* và đường thẳng (*d*) : *y* = *mx* − *n* − 2 (*m* là tham số).

1. Chứng minh rằng khi *m* thay đổi, (*d*) luôn cắt (*P*) tại hai điểm phân biệt có hoành độ *x*, *x* .
2. Tìm *m* để .

**Câu 4 (3 điểm).** Cho tam giác *ABC*. Đường tròn (*ω*) có tâm *O* và tiếp xúc với các đoạn thẳng *AB*, *AC* tương ứng tại *K*, *L*. Tiếp tuyến (*d*) của đường tròn (*ω*) tại điểm *E* thuộc cung nhỏ *KL*, cắt các đường thẳng *AL*, *AK* tương ứng tại *M*, *N*. Đường thẳng *KL* cắt *OM* tại *P* và cắt *ON* tại *Q*.

1. Chứng minh .
2. Chứng minh rằng các đường thẳng *MQ*, *NP* và *OE* cùng đi qua một điểm.
3. Chứng minh *KQ*.*PL* = *EM*.*EN*

**Câu 5 (1 điểm).** Cho các số thực dương *x*, *y* thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P = x + y

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2012-2013 V2***

**Câu 1(1,5 điểm)**: Giải phương trình: ****

**Câu 2(2 điểm):**

 a) Cho các số a,b,c đôi một phân biệt thỏa mãn:

Tính giá trị của biểu thức: 

b) Cho 5 số nguyên dương đôi một phân biệt sao cho mỗi số dương trong chúng không có ước số nguyên tố nào khác 2 và 3. Chứng minh rằng trong 5 số đó tồn tại 2 số mà tích của chúng là một số chính phương.

**Câu 3(2 điểm):**

Cho n số thực  với . Kí hiệu là số lớn nhất trong các số .Chứng minh rằng: 

**Câu 4(1,5 điểm):**

Trong một lớp học có 36 bàn học cá nhân, được xếp thành 4 hàng và 9 cột(Các hàng được đánh số từ 1 đến 4, các cột được đánh số từ 1 đến 9). Sĩ số học sinh của lớp là 35. Sau một học kì cô giáo chủ nhiệm xếp lại chỗ ngồi cho các bạn học sinh trong lớp. Đối với mỗi học sinh của lớp, giả sử trước khi chuyển chỗ, bạn ngồi ở hàng thuộc hàng thứ m , cột thứ n và sau khi chuyển chỗ, bạn ngồi ở hàng thuộc hàng , cột thứ , ta gắn cho bạn đó số nguyên() . Chứng minh tổng của 35 số nguyên gắn với 35 bạn học sinh không vượt quá 11.

**Câu 5**: Cho chình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O). Điểm M thuộc cung nhỏ CD của (O), M khác C và D. MA cắt DB, DC theo thứ tự tại X,Z; MB cắt CA, CD theo thứ tự tại Y, T; CX cắt DY tại K.

a) Chứng minh rằng: và .

b) Chứng minh rằng:

c) Gọi I là giao điểm của MK và CD. CMR: XT, YZ, OI cùng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KZT.

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2011-2012***

**Câu 1**: Cho biểu thức

**.**

 Với 

 1. Rút gọn biểu thức A

 2. Cho y = 1 hãy tính x để 

**Câu 2:** Một nhóm công nhân đặt kế hoạch sản xuất 200 sản phẩm. Trong 4 ngày đầu họ thực hiện đúng mức đề ra, những ngày còn lại họ làm vượt mức mỗi ngày 10 sản phẩm, nên đó hoàn thành sớm 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nhóm công nhân cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm.

**Câu 3** :

Cho Parabol (P) : y= x2 và đường thẳng (d) y=mx - m2 + 3 (m là tham số ). Tính tất cả các giá trị m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x1; x2 . Với giá trị nào của m thỡ x1; x2 là độ dài cạnh góc vuông của tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng .

**Câu 4** : Cho đường tròn (O) đường kính AB=10. Dây cung CD vuông góc với AB tại điểm E sao cho AE =1. Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại K, AK và CE cắt nhau tại M.

1.Chứng minh tam giác AEC đồng dạng với tam giác OBK .Tính BK

2. Tính diện tích tam giác CKM.

**Câu 5**:Cho hình thoi ABCD có =1200. Các điểm M, N chạy trên cạnh BC và CD tương ứng sao cho =300. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MAN chạy trên đường thẳng cố định.

**Câu 6:** Chứng minh bất đẳng thức**: **

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2011-2012 Cho chuyên Toán - Tin***

**Câu 1** Cho 

 1.Chứng minh rằng 

 2. Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 2**

 1.Giải hệ phương trình

 

 2. Cho 2 số hữu tỷ a,b thỏa mãn đẳng thức :

 

Chứng minh rằng 1-ab là bình phương của một số hưũ tỷ.

**Câu 3** Tìm tất cả các số nguyên tố p có dạng  với a, b, c là các số nguyên dương sao cho  chia hết cho p

**Câu 4** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) , BE và CF là các đường cao .Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S các đường thẳng BC và OS cắt nhau tại M

 1.Chứng minh 

 2. Chứng minh tam giác AEM đồng dạng với tam giác ABS

 3.Gọi N là giao điểm của AM và EF ,P là giao điểm của AS và BC .

 Chứng minh NP vuông góc với BC

**Câu 5** Trong một hộp có chứa 2011 viên bi màu ( mỗi viên bi có đúng 1 màu) ,trong đó có 655 viên bi màu đỏ ,655 viên bi màu xanh , 656 viên bi màu tím và 45 viên bi còn lại là viên bi màu vàng hoặc màu trắng ( mỗi màu ít nhất 1 viên). Người ta lấy ra từ hộp 178 viên bi bất kì .Chứng minh rằng trong số các viên bi lấy ra luôn có ít nhất 45 viên bi cùng màu .Nếu người ta chỉ lấy ra 177 viên bi bất kì thì kết quả bài toán còn đúng không ?

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2009-2010 V1***

**Câu 1**: Cho biểu thức  B=a4+20a3+102a2+40a+200

1) Rút gọn A

2) Tìm a để A+B=0

**Câu 2:**Hai công nhân cùng làm một công việc 18 h xong.Nếu người thứ nhất làm 6h và người thứ 2 làm 12 h thì được 50% công việc.Hỏi nếu làm riêng mỗi người hoàn thành công việc trên bao lâu?

**Câu 3**: Cho Parabol y= x2 và đường thẳng (d) có phương trình y=mx+1

 1. Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A;B với mọi m

 2. Gọi A(x1;y1) và B(x2;y2) .Tìm giá trị lớn nhất của

 M=(y1-1)(y2-1)

**Câu 4**:Cho tam giác ABC với .Phân giác BK góc ABC cắt đường cao AH; trung tuyến AM của tam giác ABC tại O và T (KAC;H, MBC)

 1.Tính AH

 2.Tính diện tích tam giác AOT

**Câu 5:** Các số thực x , y thoả mãn đẳng thức 

.Chứng minh x+y = 0

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2009-2010 V2***

**Câu 1** Các số thực x, y thoả mãn  và .

Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào x, y 

**Câu 2**

1. Cho phương trình , trong đó cá tham số b và c thoả mãn

đẳng thức b + c = 4. Tìm các giá trị của b và c để phương trình có hai nghiệm phân biệt  sao cho 

2. Giả sử (x, y, z) là một nghiệm của hệ phương trình: .

Hãy tính giá trị của A = x + y + z

**Câu 3**. Ba số nguyên dương a, p, q thỏa mãn các điều kiện:

1. ap + 1 chia hết cho q.
2. aq + 1 chia hết cho p.

Chứng minh 

**Câu 4**

Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn (C không trùng với A, B và trung điểm cung AB). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB. Đường tròn (O1) đường kính AH cắt CA tại E, đường tròn (O2) đường kính BH cắt CB tại F.

 1) Chứng minh tứ giác AEFB là tứ giác nội tiếp.

 2) Gọi (O3) là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEFB, D là điểm đối xứng của C qua O. Chứng minh ba điểm H, O3, D thẳng hàng.

 3) Gọi S là giao của các đường thẳng EF và AB, K là giao điểm thứ hai của SC với đường tròn (O). Chứng minh KE vuông góc với KF.

**Câu 5**

Một hình vuông có độ dài bằng 1 được chia thành 100 hình chữ nhật có chu vi bằng nhau (hai hình chữ nhật bất kỳ không có điểm chung). Kí hiệu P là chu vi của mỗi hình chữ nhật trong 100 hình chữ nhật này.

1. Hãy chỉ ra một cách để chia P = 2,02.
2. Hãy tìm giá trị lớn nhất của P.

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2010-2011 V1***

**Câu 1**:

1. Rút gọn biểu thức A

2. Tìm tất các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên

**Câu 2**:

Cho hai đường thẳng (d1 ): y = (2m2 + 1 )x + 2m – 1 ,(d2): y = m2x + m – 2 với m là tham số

 1. Tìm toạ độ giao điểm I của d1 và d2 theo m

2. Khi m thay đổi, hãy chứng minh điểm I luôn thuộc đường thẳng cố định.

**Câu 3** :Giả sử cho bộ ba số thực (x;y;z) thoả mãn hệ 

1. Chứng minh x2 + y2 = -z2 + 12z – 19

2. Tìm tất cả bộ số x,y,z sao cho x2 + y2 = 17

**Câu 4 :**

Cho hình vuông ABCD có độ dài bằng cạnh a. Trong hình vuông đo lấy điểm K sao cho tam giác ABK đều. Các đường thẳng BK và AD cắt nhau ở P.

1. Tính độ dài KC theo a

2. Trên AD lấy I sao cho  CI cắt BP ở H.

Chứng minh CHDP là nội tiếp.

3. Gọi M và L lần lượt là trung điểm CP và KD. Chứng minh LM = 

**Câu 5:** Giải phương trình : (x2 -5x + 1)(x2 - 4) = 6(x-1)2

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP HN 2010-2011 V2***

**Câu 1:**

1.Giả sử a và b là hai số dương khác nhau và thoả mãn 

Chứng minh rằng:

 2.Chứng minh rằng số  là số nguyên dương

**Câu 2:**

Giả sử 4 số thực a , b, c, c, d đôi 1 khác nhau và thoả mãn hai điều kiện sau

1. Phương trình  có 2 nghiêm a và b
2. Phương trình  có 2 nghiêm c và d

 Chứng minh rằng:

* + 1. a – c = c – b = d - a
		2. a + b + c + d = 30

**Câu 3** Giả sử m và n là những số nguyên dương với n>1 .Đặt

Chứng minh rằng:

1. Nếu m>n thì 

2. Nếu S là số chính phương thì m=n

**Câu 4** Cho tam gíac ABC với AB>AC ,AB >BC.Trên cạnh AB của tam giác lấy

các điểm M và N sao cho BC=BM và AC=AN

1.Chứng minh điểm N thuộc đoạn thẳng BM

2.Qua M và N ta kẻ đường thẳng MP song song với BC và NQ song song

với CA .Chứng minh CP=CQ.

3.Cho góc ACB = 900 , góc CAB = 300 và AB = a . Tính diện tích tam giác MCN theo a.

**Câu 5** Trên bảng đen viết ba số  .Ta bắt đầu thực hiện trò chơi như sau:

Mỗi lần chơi ta xoá hai số nào đó trong ba số trên bảng ,giả sử là a và b rồi viết vào 2 vị trí vừa xoá hai số mới  và  đồng thời giữ nguyên số còn lại .Như vậy sau mỗi lần chơi trên bảng luôn có ba số .

 Chứng minh rằng dù ta có chơi bao nhiêu lần đi chăng nữa thì trên bảng không đồng thời có ba số .

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHNN - ĐHQG HN 2009-2010***

**Câu 1*: (2điểm)***Cho biểu thức

  (

Chứng minh A không phụ thuộc biến số

**Câu 2 : ( *2 điểm)***

 Cho phương trình bậc 2 : x2-2(m+1)x+4m-m2 =0 ( tham số m)

1. Chứng minh PT có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

2. Gọi x1;x2 là 2 nghiệm của phương trình .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

 

 **Câu 3: *( 2 điểm)***

 Giải hệ phương trình

**Câu 4:(*3 điểm)***

 Trên (O;R) lấy 2 điểm A;B tuỳ ý ;C thuộc đoạn AB (C khác A;B). Kẻ đường kính AD Cát tuyến đi qua C vuông góc với AD tại H,cắt (O) tại M; N. .Đường thẳng đi Qua Mvà D cắt AB tại E.Kẻ EG vuông góc với AD tại G

1. Chứng minh tứ giác BDHC,AMEG nội tiếp.
2. Chứng minh AM2=AC.AB
3. Chứng minh AE.AB+DE.DM=4R2

**Câu 5: *( 1 điểm)*** Với x,y là số thực thoả mãn: x + y + xy = 8

 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: P = x2 + y2

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHNN - ĐHQG HN 2010-2011***

**Câu 1** ( 2,0 điểm )

Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện của x để P có nghĩa và rút gọn P.
2. Tìm giá trị của x để P 

**Câu 2** ( 2,0 điểm )

1. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn x2 + 4x + 1 = y4.
2. Giải hệ phương trình: .

**Câu 3** ( 2,0 điểm )

Cho phương trình ẩn x: (m-10)x2 + 2(m-10)x + 2 =0

1. Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x1; x2.
2. Chứng minh rằng khi đó ta có: 

**Câu 4** ( 3,0 điểm )

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và AB<AC vẽ đường cao AD và đường phân giác AO của tam giác ABC (D, OBC) Vẽ đường tròn tâm O tiếm xúc với AB, AC lần lượt tại M và N.

1. Chứng minh rằng D, O, M, N, A cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh 
3. Đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt MN tại I. Đường thẳng AI cát BC tại K. Chứng minh K là trung điểm của BC.

**Câu 5** ( 1,0 điểm )

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện a+b+c+ab+bc+ca=6. Chứng minh rằng: 

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN***

**Câu I**

1) Giải phương trình 

2) Giải hệ phương trình 

**Câu II**

1) Giả sử a; b; c là các số thực khác 0 thỏa mãn (a+b)(b+c)(c+a)=8abc

 Chứng minh rằng

 

2) Có bao nhiêu số nguyên dương có 5 chữ số  sao cho  chia hết cho 101?

**Câu III** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp (O) và AB<AC.Đường phân giác của góc BAC cắt (O) tại D khác A .Gọi M là trung điểm AD và E là điểm đối xứng với D qua tâm O.Giải sử đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM cắt đoạn thẳng AC tại điểm F khác A

 1) Chứng minh rằng tam giác BDM và tam giác BFC đồng dạng

 2)Chứng minh 

**Câu IV** Giả sử a,b,c,d là các số thực dương thỏa mãn điều kiện abc+bcd+cda+dab=1

 Tìm giá trị nhior nhất cảu biểu thức 

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN***

**Câu I**

1) Giải hệ phương trình 

2) Giải phương trình 

**Câu II**

1) Giải phương trình nghiệm nguyên (x,y) : 

2. Với x, y là các số thực dương thỏa mãn .Tìm giá trị cực tiểu của biểu thức 

**Câu III** . Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp (O) có trực tâm H.Gọi P là điểm nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC ( P khác B,C,H ) và nằm trong tam giác ABC .PB cắt (O)tại M khác B. PC cắt (O) tại N khác C.BM cắt AC tại E, CN cắt AB tại F .Đường tròn ngoại tiếp tam giác AME và đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF cắt nhau tại Q khác A

 1) Chứng minh rằng M,N,Q thẳng hàng

2) Giả dụ AP là phân giác góc MAN .Chứng minh PQ đi qua trung điểm của BC

**Câu IV**Giả dụ dãy số thực có thứ tự  Thỏa mãn điều kiện

 

Chứng minh rằng 

***ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHKHTN-ĐHQG HN***

**Câu I.**

1) Giải phương trình 

2**)**Giải hệ phương trình ****

**Câu II.**

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn đẳng thức:

 ****

2) Giả sử x, y la các số thực dương thỏa mãn điêu kiện

Tim giá trị nhỏ nhất của biểu thức : 
 **Câu III.**Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O .Gọi M là một điểm trên cung nhỏ BC ( M khác B,C và AM không đi qua O).Giả sử P là một điểm thuộc đoạn thẳng AM sao cho đường tròn đường kính MP cắt cung nhỏ BC tại điểm N khác M.

1)Gọi D là điểm đối xứng với điểm M qua O .Chứng minh rằng N,P,D thẳng hàng

2)Đường tròn đường kính MP cắt MD tại Q khác M.Chứng minh rằng P là tâm đườn tròn nội tiếp tam giác AQN.

**Câu IV.** Giả sử a,b,c là các số thực dương thỏa mãn 

 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

**Đề thi tuyển sinh vào 10**

**Trường THPT chuyên KHTN năm 2018**

Câu I:

 1) Giải phương trình: 

 2) Giải hệ phương trình 

Câu II.

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn 

2) Với a, b là các số thực dương thỏa mãn , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

Câu III. Cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại các điểm D; E: F. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng DE; M là trung điểm của đoạn thẳng DF.

 1) Chứng minh rằng hai tam giác BKM và DEF đồng dạng.

 2) Gọi L là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng DF, N là trung điểm của đoạn thẳng DE. Chứng minh hai đường thẳng MK và NL song song với nhau.

 3) Gọi J, X lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng KL, ID. Chứng minh rằng đường thẳng JX vuông góc với đường thẳng EF.

Câu IV. Trên mặt phẳng cho hai điểm P, Q phân biệt. Xét 10 đường thẳng nằm trong mặt phẳng trên thỏa mãn các tính chất:

 i) Không có 2 đường thẳng nào song song hoặc trùng nhau.

 ii) Mỗi đường thẳng đi qua P hoặc Q, không có đường thẳng nào đi qua cả P và Q.

 Hỏi trong 10 đường thẳng trên có thể chia mặt phẳng thành tối đa bao nhiêu miền? Hãy giải thích?

**Đề thi tuyển sinh vào 10**

**Trường THPT chuyên đại học sư phạm Hà Nội năm 2018**

Câu 1. Các số thực x,y không âm thỏa mãn : (x +1). (y +1) = 2. Tính giá trị biểu thức:



Câu 2: Các số thực x,y,z không âm thỏa mãn: .

 Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức : Q = x + y + z

Câu 3.

1. Cho biểu thức 

Với a, b là 2 số nguyên dương phân biệt . Chứng minh rằng M không thể nhận giá trị nguyên.

 2. Cho a, b là 2 số nguyên dương, đặt: 

Chứng minh rằng A và B không đồng thời là số chính phương .

Câu 4 . Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, AB <AC và nội tiếp đường tròn tâm ( O). Đường tròn ngoại tiếp tam giác BOC cắt các đường thẳng AB và AC theo thứ tự tại D và E. Trên đường tròn ngoại tiếp tam giác BOC lấy điểm P sao cho AP vuông góc với PC. Đường thẳng qua B song song với OP cắt PC tại Q. Chứng minh :

 1) PB = PQ

 2) O là trực tâm của tam giác ADE.

 3) 

Câu 5. Có 45 người tham gia một cuộc họp. Quan sát sự quen nhau giữa họ , người ta thấy rằng: Nếu hai người có số người quen bằng nhau thì lại không quen nhau. Gọi S là số cặp người quen nhau trong cuộc họp ( cặp người quen nhau không kể thứ tự sắp xếp giữa hai người trong cặp).

1) Xây dựng ví dụ để S = 870

2) Chứng minh .

**Đề thi tuyển sinh vào 10**

**Trường THPT chuyên Phan Bội Châu**

Câu 1:

 a) Giải phương trình 

b) Giải hệ phương trình: 

Câu 2. Cho đa thức:  thỏa mãn: P(9) - P(6) = 2019.

Chứng minh : P(10) - P(7) là một số lẻ.

b). Tìm các cặp số nguyên dương (x; y) sao cho x2y+ x + y chia hết cho xy2 + y+ 1

Câu 3. Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn: abc = a+ b + c + 2

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC ( AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Gọi E là điểm nằm chính giữa của cung nhỏ BC. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho EM = EC, đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại N ( N khác B). Các đường thẳng EA; EN cắt cạnh BC lần lượt tại D và F.

a) Chứng minh ∆AEN đồng dạng ∆FED.

b) Chứng minh M là trực tâm tam giác AEN.

c) Gọi I là trung điểm của AN, tia IM cắt đường tròn (O) tại K. Chứng minh đường thẳng CM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK.

Câu 5. Cho 12 điểm trên mặt phẳng sao cho 3 điểm nào cũng là đỉnh của một tam giác mà mỗi tam giác đó luôn tồn tại ít nhất 1 cạnh có độ dài nhỏ hơn 673. Chứng minh rằng có ít nhất hai tam giác mà chu vi mỗi tam giác nhỏ hơn 2019.

**Đề thi tuyển sinh vào 10 năm 2019**

**Trường đại học sư phạm Hà Nội**

Câu 1. Cho hai số thực phân biệt a, b thỏa mãn a3+ b3 = a2.b2 (ab – 3). Tính giá trị của biểu thức T = a+ b – ab

Câu 2. Cho các đa thức:



Với  là các số thực và . Giả sử phương trình P(x) = 0 có hai nghiệm phân biệt a1; a2; phương trình Q(x) = 0 có hai nghiệm phân biệt b1; b2; phương trình R(x) = 0 có 2 nghiệm phân biệt c1; c2 thỏa mãn:



Chứng minh 

Câu 3:

1. Tìm các giá trị nguyên của x, y thỏa mãn:

 

2. Cho ba số nguyên dương a, b, c thỏa mãn a3 + b3 + c3 chia hết cho 14 . Chứng minh abc cũng chia hết cho 14.

Câu 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm (O) và AB > AC. Gọi D và E lần lượt là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ A và B. Gọi F là chân đường vuông góc hạ từ B lên đường thẳng AO.

 1. Chứng minh B; D; E; F là bốn đỉnh của một hình thang cân.

 2. Chứng minh EF đi qua trung điểm của BC.

 3. Gọi P là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AO và đường tròn (O); M và N lần lượt là trung điểm của EF và CP. Tính góc 

Câu 5. Cho tập hợp X thỏa mãn tính chất sau: tồn tại 2019 tập con A1; A2; ..; A2019 của X sao cho mỗi tập con A1; A2; ..; A2019 có đúng 3 phần tử và hai tập Ai; Aj đều có đúng 1 phần tử chung với 

1. Chứng minh rằng tồn tại bốn tập hợp trong các tập hợp A1; A2; ...; A2019 sao cho giao của bốn tập hợp này có đúng một phần tử.

2 . Chứng minh rằng số phần tử của X phải lớn hơn hoặc bằng 4039.

**Đề thi tuyển sinh vào 10 năm 2019**

**Trường THPT chuyên KHTN**

**Câu I**

1. Giải phương trình: 

2. Giải hệ phương trình : 

Câu II.

1) Tìm cặp số ( x; y) nguyên sao cho: 

2). Với x, y là các số thực thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

Câu III. Cho hình vuông ABCD, đường tròn (O) nội tiếp hình vuông, tiếp xúc với hai cạnh AB; AD tại E và F . Giao điểm của CE và BF là G.

 1) Chứng minh rằng: 5 điểm A; F; O; G, E nằm trên một đường tròn.

 2) Gọi giao điểm của BF và (O) là . Chứng minh M là trung điểm BG.

 3) Chứng minh trực tâm tam giác GAF nằm trên (O).

 Câu IV.Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: xy+ yz+ zx = 1 . Chứng minh rằng:

 