100 CÂU VẬN DỤNG GIÁ TRỊ LỚN NHẤT; GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ.

Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-4\sqrt{(x+4)(4-x)}+5$ bằng

A. $\max\limits_{[-4;4]} y=10$. **B.** $\max\limits_{[-4;4]} y=5-2\sqrt{2}$. **C.** $\max\limits_{[-4;4]} y=-7$. **D.** $\max\limits_{[-4;4]} y=5+2\sqrt{2}$.

Lời giải

Điều kiện $-4\le x\le 4$. Nhận xét: Hàm số đã cho liên tục trên đoạn [-4; 4]

Đặt $t=\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}\ \Rightarrow t^2=x+4+4-x+2\sqrt{(x+4)(4-x)}$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+4)(4-x)}=\frac{t^2-8}{2}$$

Ta có $y=t-4\left(\frac{t^2-8}{2}\right)+5=-2t^2+t+21=f(t)$

Tìm điều kiện của *t*: Xét hàm số $g(x)=\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}$ với $x\in[-4;4]$

$g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+4}}-\frac{1}{2\sqrt{4-x}}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=0$; $g(-4)=2\sqrt{2}$; $g(0)=4$; $g(4)=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{x\in[-4;4]} g(x)=2\sqrt{2}$; $\max\limits_{x\in[-4;4]} g(x)=4 \Rightarrow t\in[2\sqrt{2};4]$

$f'(t)=-4t+1<0\ \forall t\in[2\sqrt{2};4] \Rightarrow f(t)$ là hàm nghịch biến trên $[2\sqrt{2};4]$

$\underset{[-4;4]}{Max}\, y=f(2\sqrt{2})=5+2\sqrt{2}$

Chọn D

Câu 2. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số y= 2sin^{8}x + cos^{4}2x. Khi đó $\frac{M}{m}$ bằng

A. $\frac{1}{81}$. **B.** 27 **C.** $\frac{82}{27}$. **D.** 81

Lời giải

Do $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$ nên ta có

$$S=y=2\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^4+\cos^4 2x=\frac{1}{8}(1-\cos 2x)^4+\cos^4 2x$$

Đặt $t=\cos 2x$, $-1\le t\le 1$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$g(t)=\frac{1}{8}(1-t)^4+t^4,\ \text{với } -1\le t\le 1$$

Ta có $g'(t)=-\frac{1}{2}(1-t)^3+4t^3$; $g'(t)=0\Leftrightarrow (1-t)^3=8t^3\Leftrightarrow 1-t=2t\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$

$g(1)=1;\ g(-1)=3;\ g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{27}$

Vậy $m=\min g(t)=\frac{1}{27}$; $M=\max g(t)=3$ nên $\frac{M}{m}=3:\frac{1}{27}=81$

Chọn D.

Câu 3. Gọi M và m là giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số y= (x-1).(x-2).(x- 3). (x- 4). Tìm mệnh đề đúng?

A. M= m+ 100 B. M- m= 112 C. M= -120m D. M + m= 130

Lời giải

TXĐ: D= R. Ta có: $y=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)$

Đặt: $t=x^2-5x+4\ \left(-\frac{9}{4}\le t\le 10\right)$

(khảo sát hàm số y= x^2 – 5x+ 4 ta tìm được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là $\frac{-9}{4}$;10

Khi đó hàm số trở thành: y= f(t)= t(t+2)= t^2 + 2t

=>f'(t)= 2t+ 2=0 khi t=- 1

BBT:

t	$-\frac{9}{4}$		-1		10
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{9}{16}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	120

Suy ra, hàm số có giá trị lớn nhất bằng M= 120 và giá trị nhỏ nhất bằng m= -1

Do đó, M= - 120m

Chọn C.

Câu 4. Hàm số $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}+\sqrt{1-x}.\sqrt{x+3}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất là:

A. $2\sqrt{2}-2;\ 2$. **B.** $2\sqrt{2}+2;\ 2$. **C.** $2\sqrt{2};\ 2$. **D.** $2;\ 0$.

Lời giải

TXĐ: D= [-3; 1]. Đặt: $t=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}\ \left(2\le t\le 2\sqrt{2}\right)\Rightarrow\sqrt{1-x}\sqrt{3+x}=\frac{t^2-4}{2}$

Khi đó phương trình trở thành: $y=\frac{t^2}{2}+t-2\Rightarrow y'=t+1>0;\forall t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến với mọi $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow\min y=y(2)=2;\ \max y=y\left(2\sqrt{2}\right)=2+2\sqrt{2}$.

Chọn B.

Câu 5. Hàm số $y=\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}+2\sqrt{4-x^2}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại điểm có hoành độ là:

A. $2\sqrt{2}+4;2$. **B.** $2\sqrt{2}-2;2$. **C.** $2\sqrt{2};2$. **D.** 4; 2

Lời giải

TXĐ: $D=\left[-2;2\right]$.

Đặt: $t=\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}\ \left(2\le t\le 2\sqrt{2}\right)\Rightarrow 2\sqrt{4-x^2}=2\sqrt{2-x}\sqrt{2+x}=t^2-4$

Khi đó hàm số trở thành: $y=f(t)=t^2+t-4\Rightarrow f'(t)=2t+1>0;\forall t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến với mọi $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Rightarrow \min y=f\left(2\right)=2;\ \max y=f\left(2\sqrt{2}\right)=4+2\sqrt{2}$.

Chọn A

Câu 6. Hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất trên đoạn [0; 63] là:

A. 2; 8 **B.**2; 12 **C.** 0; 2 **D.** 0; 12

Lời giải

TXĐ: $D=\left[-1;+\infty\right)$. Đặt $t=\sqrt[6]{x+1}\ \left(1\le t\le 2\right)$

Khi đó hàm số trở thành: y= t^3+t^2

=> y’= $3t^2+2t>0$ với $\forall t\in\left[1;2\right]$

Do đó, hàm số đồng biến trên đoạn [1;2].

Suy ra miny= y(1)= 2; max y= 12

Chọn B.

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x+1}{\sin^2 x+\sin x+1}$.

A. M= 1 B. M= 2 C.M= 2 D. M= 3

Lời giải

Đặt t= sin x $-1\le t\le 1$

Khi đó, bài toán trở thành "Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(t\right)=\dfrac{t+1}{t^2+t+1}$ trên đoạn [-1; 1].

Đạo hàm $g'\left(t\right)=\dfrac{-t^2-2t}{\left(t^2+t+1\right)^2}\Rightarrow g'\left(t\right)=0\Leftrightarrow -t^2-2t=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\in\left[-1;1\right] \\ t=-2\notin\left[-1;1\right]\end{array}\right.$.

Ta có: g(-1)=0 ; g(0) = 1; g(1)= $\dfrac{2}{3}$.

Do đó, $\max\limits_{t\in[-1;1]} g(t)=1\Rightarrow$ max f(x)= 1.

Chọn A.

Câu 8. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số f(x) = $\sin^3$x + cos2x + sinx+ 3.

A. $M=\dfrac{2}{9}$ **B.** M= 5 **C.** M= 6 **D.** $M=\dfrac{112}{27}$.

Lời giải

Ta có f(x)= $\sin^3$x+ cos2x + sinx + 3 = $\sin^3$x + 1- 2$\sin^2$x + sinx + 3
Hay f(x)= $\sin^3$x – 2$\sin^2$ x + sinx + 4.
Đặt t= sin x ($-1 \le t \le 1$)
Khi đó, bài toán trở thành " Tìm giá trị lớn nhất của hàm số g(t)= t^3 – 2t^2 + t+ 4 trên đoạn [-1; 1].
Đạo hàm g'(t)= 3t^2 – 4t + 1

Xét phương trình g'(t)= 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\in[-1;1] \\ t=\dfrac{1}{3}\in[-1;1] \end{array}\right.$.

Ta có g(-1)= 0; $g\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{112}{27}$ và g(1)= 4

Do đó; $\max\limits_{t\in[-1;1]} g(t)=\dfrac{112}{27}$

Chọn D.

Câu 9. Xét hàm số f(t)= x^3 + x- cosx – 4 trên nửa khoảng $[0;+\infty)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất là -5 nhưng không có giá trị nhỏ nhất.
B. Hàm số không có giá trị lớn nhất nhưng có giá trị nhỏ nhất là -5.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất là 5 và có giá trị nhỏ nhất là -5.
D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải
Ta có f'(x)= 3x^2 + 1+ sinx > 0 với mọi x (vì $-1\le \sin x\le 1$)
Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên $[0;+\infty)$.
Khi đó hàm số không có giá trị lớn nhất nhưng có giá trị nhỏ nhất là $\min\limits_{[0;+\infty)} f(x)=f(0)=-5$.

Chọn B.

Câu 10.Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số f(x) = |- x^2 – 4x + 5| trên đoạn [-6; 6].

A. M=8 B. M= 9 C. M= 55 D. M= 80

Lời giải
Xét hàm số g(x)= - x^2 – 4x + 5 liên tục trên đoạn [-6; 6].
Đạo hàm g'(x)= - 2x- 4.
Xét phương trình g'(x)=0 ⇔ x= -2

Lại có $g(x)=0 \Leftrightarrow -x^2-4x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-6;6] \\ x=-5\in[-6;6] \end{array}\right.$.

Ta có g(-6)= - 7; g(-2)= 9; g(6)= 55; g(1)= g(-5)= 0

$\max\limits_{[-6;6]} f(x)=\max\limits_{[-6;6]}\left\{|g(-6)|;\ |g(-2)|;\ |g(6)|;\ |g(1)|;\ |g(-5)|\right\}=55.$

Chọn C.

Câu 11.Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số f(x) = |x^2 – 3x+ 2|- x trên đoạn [-4; 4].

A. M= 2 B. M= 17 C. M= 34 D. M= 68

Lời giải

Hàm số f(x) xác định và liên tục trên đoạn [-4; 4].

- Nếu $x\in[1;2]$ thì x^2 – 3x+ 2 ≤ 0 nên suy ra f(x)= - x^2 +2x - 2.

Đạo hàm f'(x)= -2x+ 2 =0 khi x= 1
Ta có f(1)= - 1 và f(2)= -2

- Nếu $x \in [-4;1] \cup [2;4]$ thì $x^2 - 3x + 2 \geq 0$ nên suy ra $f(x) = x^2 - 4x + 2$.

Đạo hàm f'(x)= 2x- 4= 0 khi x= 2
Ta có: f(-4)= 34; f(1)= -1; f(2)=- 2; f(4)= 2.
So sánh hai trường hợp, ta được $\max\limits_{[-4;4]} f(x) = f(-4) = 34$.

Chọn C.

Câu 12. Cho hàm số y= f(x) xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	
y	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.
B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1
C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1.
D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 và 1.

Lời giải
Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy:

- $f(x) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và f(0)= 2 nên GTLN của hàm số bằng 2
- $f(x) \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ và vì $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ nên không tồn tại $x_0 \in \mathbb{R}$ sao cho $f(x_0) = 1$, do đó hàm số không có GTNN.

Chọn A.

Câu 13. Cho hàm số y= f(x) xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng ?
A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
D. Hàm số đạt cực đại tại x= 0 và đạt cực tiểu tại x= 1.

Lời giải

- **A** sai vì hàm số có 2 điểm cực trị (khi x= 0; x= 1)
- **B** sai vì hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.
- **C** sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.
- **D** Đúng.

Chọn D.

Câu 14. Cho hàm số y= f(x) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -4.

C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng -3.

D. Hàm số có một điểm cực tiểu.

Lời giải

- A sai vì hàm số có ba điểm cực trị là x=-1; x=0; x= 1.
- C sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất.
- D sai vì hàm số có hai điểm cực tiểu là x= -1 và x=1.
- B đúng hàm số có giá trị nhỏ nhất là -4 tại x= -1 hoặc x= 1

Câu 15. Cho hàm số y= f(x) và có bảng biến thiên trên [-5; 7) như sau:

x	$-\infty$	-5		1		7	$+\infty$
y'			$-$	0	$+$		
y		6	$\searrow$	2	$\nearrow$	9	

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên [-5; 7).

B. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

C. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$.

D. $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$ và $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta nhận thấy:

- Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2, đạt tại $x=1\in[-5;7)$.

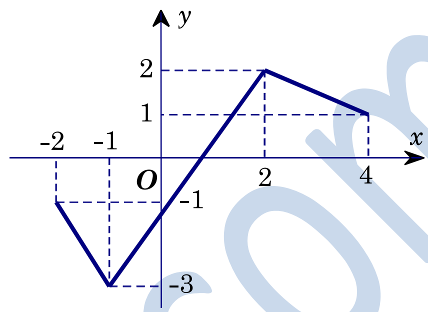
- Ta có $\begin{cases} f(x) \le 9, \forall x \in [-5;7) \\ \lim\limits_{x \to 7^-} f(x) = 9 \end{cases}$. Mà $7 \notin [-5;7)$ nên không tồn tại $x_0 \in [-5;7)$ sao cho $f(x_0) = 9$. Do đó hàm số không đạt GTLN trên [-5; 7)

Vậy $\min\limits_{[-5;7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên [-5; 7).

Chọn A.

Câu 16. Cho hàm số y= f(x) có đồ thị trên đoạn [-2; 4] như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số y= |f(x)| trên đoạn [-2; 4]?

A. M= 2
B. M= |f(0)|
C. M= 3
D. M= 1

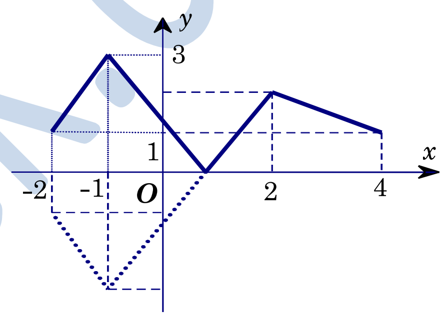


Lời giải

Từ đồ thị hàm số y= f(x) trên đoạn [-2; 4 ta suy ra đồ thị hàm số |f(x)| trên [-2; 4] như hình vẽ.

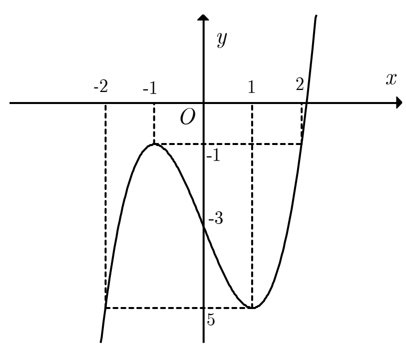
Do đó $\max\limits_{[-2;4]} |f(x)| = 3$ tại x=-1

Chọn C.



Câu 17. Cho hàm số y= f(x) xác định và liên tục trên R, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số y= f(x) trên đoạn [-2; 2].

A. m= -5, M=0
B. m=-5, M=-1
C. m= -1; M=0
D. m=-2; M=2



Lời giải

Nhận thấy trên đoạn [-2; 2]:

- Đồ thị hàm số có điểm thấp nhất có tọa độ (-2; -5) và (1; -5)

Suy ra, giá trị nhỏ nhất của hàm số này trên đoạn [-2; 2] bằng -5.

- Đồ thị hàm số có điểm cao nhất có tọa độ (-1; -1) và (2; -1)

Suy ra, giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn [-2; 2] bằng -1.

Chọn B.

Lời giải. Chọn C.

Lời giải. Dựa vào đồ thị suy ra hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. **Chọn B.**
Chú ý. Học sinh thường nhầm tưởng giá trị cực đại là giá trị lớn nhất, giá trị cực tiểu là giá trị nhỏ nhất nên chọn B.

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$ **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Tập xác định: **D= R.**

$$f'(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-(x+1)\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{x^2+1-x^2-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\frac{1-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$, $f(1)=\sqrt{2}$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\sqrt{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ là $f(1)=\sqrt{2}$.

Chọn C

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{1+9x^2}}{8x^2+1}, x>0$.

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên khoảng $(0:+\infty)$.

$$y=\frac{x+\sqrt{1+9x^2}}{8x^2+1}=\frac{9x^2+1-x^2}{(8x^2+1)\left(\sqrt{9x^2+1}-x\right)}=\frac{1}{\sqrt{9x^2+1}-x}$$

Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0:+\infty)$ khi hàm số $f(x)=\sqrt{9x^2+1}-x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0:+\infty)$.

$$f'(x)=\frac{9x}{\sqrt{9x^2+1}}-1$$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{9x^2+1}=9x \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 72x^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{6\sqrt{2}}$

Vậy $\max\limits_{x>0} y=\dfrac{1}{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ khi $x=\dfrac{1}{6\sqrt{2}}$.

Chọn D.

Câu 20. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x+3-\dfrac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng [-4; -2).

A. 4 **B.** 5 **C.** $\dfrac{15}{2}$ **D.** 7

Lời giải

Ta có: $y'=-1+\dfrac{1}{(x+2)^2}$; $y'=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[-4;-2) \\ x=-3\in[-4;-2) \end{array}\right.$

Ta có

x	-4		-3		-2
y'		$-$	0	$+$	
y	$\dfrac{15}{2}$	$\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

$y(-4)=\dfrac{15}{2}; y(-3)=7; \lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty$. Vậy $\min\limits_{[-4;2)} y=7$.

Chọn D

Câu 21. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số y=f(x)= |x|+ 3 trên [-1; 1] là :

A. 3. **B.** 7. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $y=f(x)=|x|+3=\left[\begin{array}{ll} x+3 & \text{khi } x\in[0;1] \\ -x+3 & \text{khi } x\in[-1;0) \end{array}\right.$.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{ll} y'=1 & \text{khi } x\in[0;1] \\ y'=-1 & \text{khi } x\in[-1;0) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho.

x	-1		0		1
y'		$+$	0	$-$	
y	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4

Vậy $\underset{[-1;1]}{Max}\, y + \underset{[-1;1]}{Min}\, y = 7$.

Chọn B.

Câu 22. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x-3|\sqrt{x+1}$ trên đoạn [0;4]. Tính M - 10N.

A. $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}$ B. $3+\sqrt{5}$. C. $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{5}$

Lời giải

$f(x) = |x-3|\sqrt{x+1} = \sqrt{(x-3)^2(x+1)}$. Xét hàm số g(x)= $(x-3)^2(x+1)$ trên [0; 4].

Ta có: g'(x)= 2(x -3)(x+1) + $(x-3)^2$ = $3x^2 - 10x + 3$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \in (0;4) \\ x = \dfrac{1}{3} \in (0;4) \end{array}\right.;$$

$$g(0) = 9; \quad g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{256}{27}; \quad g(3) = 0; \quad g(4) = 5;$$

Suy ra: $\underset{[0;4]}{\max}\, g(x) = \dfrac{256}{27}$; $\underset{[0;4]}{\min}\, g(x) = 0$; $M = \dfrac{16\sqrt{3}}{9}$;N= 0.

Vậy M-10N= $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}$

Chọn A.

Câu 23. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số f(x)= $-x^2 + 4x - m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn [-1; 3] bằng 10

A. m=3 **B**. m= -6 **C**. m= -2 **D**. m= -3

Lời giải

Đạo hàm f'(x)= - 2x+ 4

Xét phương trình f'(x) = 0 ⇔ x= 2

Ta có: f(-1)= -5- m; f(2)= 4- m; f(3)= 3- m

$\underset{[-1;3]}{\max} f(x)$= f(2)= 4- m

Theo bài ra: $\underset{[-1;3]}{\max} f(x) = 10 \Leftrightarrow 4 - m = 10 \Leftrightarrow m = -6$.

Chọn B.

Câu 24. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

A. m= 0 B. m = 2 C. m = 1 D. $m=\sqrt{2}$

Lời giải

$$f'\left(x\right)=\frac{1-\dfrac{1}{x^2}}{2\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}}=\frac{x^2-1}{2x^2\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}}$$

$$\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin\left(0;+\infty\right)\\x=1\in\left(0;+\infty\right)\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta tìm được giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f\left(1\right)=\sqrt{2}$.

Chọn D.

Câu 25. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ trên đoạn [0; 1] bằng 0?

A. $m=\pm3$ **B.** $m=\pm2$ **C.** $m=\pm1$ **D.** m=0

Lời giải

Đạo hàm $f'\left(x\right)=\dfrac{1+m^2}{\left(x+1\right)^2}>0,\forall x\in\left[0;1\right]$.

Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên [0; 1]. Do đó, $\max\limits_{[0;1]}f\left(x\right)=f\left(1\right)=\dfrac{1-m^2}{2}$.

Theo giả thiết ta có: $\dfrac{1-m^2}{2}=0\Leftrightarrow m=\pm1$

Chọn C.

Câu 26. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x-1}$ trên đoạn [-1; 0] bằng -4

A. m=0 **B.** $m=\pm1$ **C.** $m=\pm2$ **D.** $m=\pm3$

Lời giải

Đạo hàm $y'=\dfrac{-1-m^2}{\left(x-1\right)^2}<0,\forall x\in\left[-1;0\right]$.

Suy ra hàm số f(x) nghịch biến trên [-1; 0] nên min f(x) = f(0) = $-m^2$.

Theo giả thiết ta có, $-m^2=-4$ $\Leftrightarrow m=\pm2$

Chọn C.

Câu 27. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số f(x)= - $x^3 - 3x^2$ + a có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [-1; 1] bằng 4?

A. a= 2 B. a= 6 C. a=8 D. a= 4

Lời giải

Đạo hàm f'(x)= - $3x^2$ - 6x

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=-2\notin[-1;1] \end{array}\right..$$

Ta có : f(-1)= a- 2; f(0)= a; f(1)= a- 4

$$\min_{[-1;1]} f(x)=f(1)=a-4$$

Theo bài ra: a- 4 = 4 nên a= 8

Chọn D.

Câu 28. Cho hàm số f(x)= $x^3 + (m^2 + 10)x + m^2 - 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [0; 2] bằng 14.

A. $m=\pm 1$ **B.** $m=\pm 2$ **C.** $m=\pm 3$ **D.** $m=\pm 4$

Lời giải

Đạo hàm f'(x)= $3x^2 + m^2 + 10 > 0$ với mọi x

Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên [0; 2].

Suy ra, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [0; 2] là f(0)=m^2 -2

Theo bài ra: $m^2 - 2 = 14 \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m=\pm 4$

Chọn D.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-m^2}{x+8}$ với m là tham số thực. Tìm giá trị lớn nhất của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [0; 3] bằng -2.

A. m=4 **B.** m= 5 **C.** m= - 4 **D.**m= 3

Lời giải

Đạo hàm $y'=\dfrac{8+m^2}{(x+8)^2}>0,\ \forall x\in[0;3]$.

Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên đoạn [0; 3] nên $\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(0)=-\dfrac{m^2}{8}$.

Theo bài ra: $\min\limits_{[0;3]} f(x)=-2 \Leftrightarrow -\dfrac{m^2}{8}=-2 \Leftrightarrow m=\pm 4$ nên giá trị m lớn nhất thỏa mãn là m =4.

Chọn A.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ (với m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. m> 6 B. 1< m< 4 C. m>4 D. m<-2

Lời giải

Đạo hàm $f'(x)=-\dfrac{m+1}{(x-1)^2}$.

* **TH1.** Với m>-1 suy ra $f'(x)=-\dfrac{m+1}{(x-1)^2}<0;\ \forall x\neq 1$ nên hàm số f(x) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định. Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y=f(4)=\dfrac{m+4}{3}=3\Leftrightarrow m=5$ (chọn).

* **TH2.** Với m< -1 suy ra $f'(x)=-\dfrac{m+1}{(x-1)^2}>0;\ \forall x\neq 1$ nên hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng xác định. Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y=f(2)=m+2=3\Leftrightarrow m=1$ (loại).

Vậy m= 5 là giá trị cần tìm và thỏa mãn điều kiện m> 4.

Chọn C.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-m^2+m}{x+1}$ với m là tham số thực. Tìm tổng tất cả các giá trị của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [0; 1] bằng -2

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{m^2-m+1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in[0;1]$.

Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên [0; 1] nên $\min\limits_{[0;1]} f(x)=f(0)=-m^2+m$.

Theo bài ra: $\min\limits_{[0;1]} f(x)=-2\Leftrightarrow -m^2+m=-2\Leftrightarrow m^2-m-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1\\ m=2\end{array}\right.$.

Do đó, tổng các giá trị của m thỏa mãn đề bài là: -1+ 2= 1.

Chọn A.

Câu 32. Cho hàm số $y=\dfrac{3x+3m}{x+1}$ (với m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=16$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $0<m\le 2$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** m>6 **D.** m> 3

Lời giải

Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ là hàm số đơn điệu trên đoạn $[1;2]$ với mọi $m\neq 1$.

$\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=f(1)+f(2)=\dfrac{3m+3}{2}+\dfrac{3m+6}{3}=16$.

$\Leftrightarrow 9m+9+6m+12=96\Leftrightarrow m=5$

Vậy m= 5 là giá trị cần tìm và thỏa mãn điều kiện m> 3

Chọn D.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+m}{\sqrt{x+1}}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị m nguyên dương để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn [0; 4] nhỏ hơn 3. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Lời giải

Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{2-m\sqrt{x}}{2(x+1)\sqrt{x(x+1)}}\Rightarrow f'(x)=0\to\sqrt{x}=\dfrac{2}{m}\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{m^2}\in[0;4],\forall m>1.$

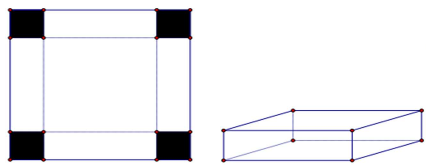
Lập bảng biến thiên, ta kết luận được $\max\limits_{x\in[0;4]} f(x)=f\left(\dfrac{4}{m^2}\right)=\sqrt{m^2+4}.$

Vậy ta cần có $\sqrt{m^2+4}<3\Leftrightarrow m<\sqrt{5}\xrightarrow{m>1;m\in N^*}m=2.$

Do đó, chỉ có 1 giá trị của m thỏa mãn đầu bài.

Chọn D.

Câu 35. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x(cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. x= 6 **B**. x= 3 **C**.x= 2 **D**. x= 4

Lời giải

Hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng 12- 2x (cm) và chiều cao x (cm) với 0< x< 6.

Do đó thể tích khối hộp V= (12- 2x)^2.x = 4x^3 – 48x^2 + 144x.

Xét hàm f(x)= 4x^3 – 48x^2 + 144x trên (0; 6) ta được $\max\limits_{(0;6)} f(x)=f(2)=128$.

Vậy với x= 2 cm thể tích khối hộp lớn nhất.

Chọn C.

Cách 2. Ta có

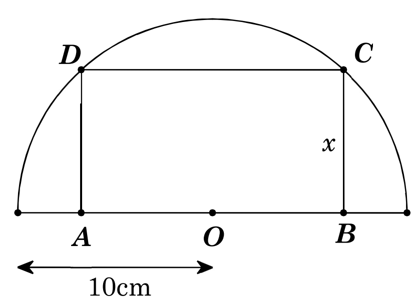
$$V=x(12-2x)^2=\frac{1}{4}.4x.(12-2x).(12-2x)\le\frac{1}{4}\left(\frac{4x+12-2x+12-2x}{3}\right)^3=128.$$

Dấu "=" xảy ra khi 4x= 12- 2x ⇔ x= 2

Câu 36. Tính diện tích lớn nhất S_{max} của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn có bán kính 10cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn.

A. 80cm^2 B. 100cm^2 C. 160cm^2 D. 200cm^2

Lời giải



Đặt BC= x cm là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính của đường tròn (0< x< 10).

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường tròn là $AB=2OB=2.\sqrt{10^2-x^2}$ cm.

Diện tích hình chữ nhật: $S=2x\sqrt{10^2-x^2}$ cm^2.

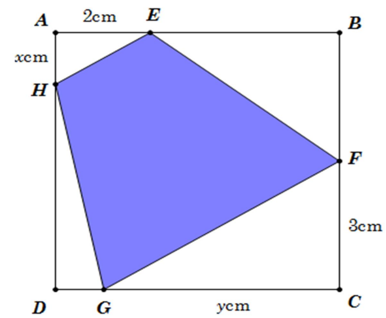
Khảo sát $f(x)=2x\sqrt{10^2-x^2}$ trên (0; 10), ta được

$\max\limits_{(0;10)} f(x)=f\left(\dfrac{10\sqrt{2}}{2}\right)=100.$

Chọn B.

Cách 2. Ta có $2.x\sqrt{10^2-x^2}\le 2.\dfrac{x^2+\left(10^2-x^2\right)}{2}=100$.

Câu 37. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng x+ y để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.



A. x+ y= 7 **B.** x+ y= 5

C. $x+y=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. **D.** $x+y=4\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có S_{EFGH} nhỏ nhất $\Leftrightarrow S=S_{\Delta AEH}+S_{\Delta CGF}+S_{\Delta DGH}$ lớn nhất (do $S_{\Delta BEF}$ không đổi).

Tính được 2S =2x+ 3y + (6- x). (6- y)= xy – 4x- 3y + 36 (1)

Ta có EFGH là hình thang nên $\widehat{AEH}=\widehat{CGF}$

$\Rightarrow \Delta AEH \sim \Delta CGF \Rightarrow \dfrac{AE}{CG}=\dfrac{AH}{CF}\Leftrightarrow \dfrac{2}{y}=\dfrac{x}{3}\Leftrightarrow xy=6.$ (2)

Từ (1) và (2) , suy ra $2S=42-\left(4x+\dfrac{18}{x}\right)$.

Để 2S lớn nhất khi và chỉ khi $4x+\dfrac{18}{x}$ nhỏ nhất.

Mà $4x+\dfrac{18}{x}\ge 2\sqrt{4x.\dfrac{18}{x}}=12\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 4x=\dfrac{18}{x}\Leftrightarrow x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\rightarrow y=2\sqrt{2}$.

Khi đó, $x+y=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$.

Chọn C.

Câu 38. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x-m^2+m}{x+1}$ với m là tham số thực.Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [0; 1] bằng -2.

A.0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Đạo hàm $f'\left(x\right)=\dfrac{m^2-m+1}{\left(x+1\right)^2}>0,\forall x\in\left[0;1\right]$.

Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên $\left[0;1\right]\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} f\left(x\right)=f\left(0\right)=-m^2+m.$

Theo bài ra: $\min\limits_{[0;1]} f\left(x\right) = -2 \Leftrightarrow -m^2 + m = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Vậy có 1 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là m = 2.

Chọn B.

Câu 39. Tìm tổng tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right) = \dfrac{2x + m - 1}{x + 1}$ trên đoạn [1; 2] bằng 1.

A. 0 B. 2 C. – 1 D.1

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right) = \dfrac{3 - m}{\left(x + 1\right)^2}$.

* Nếu m< 3: $f'\left(x\right) = \dfrac{3 - m}{\left(x + 1\right)^2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên (1; 2)

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x) = f(1) = 1$.

Vậy $\min\limits_{[1;2]} f(x) = 1 \Leftrightarrow f(1) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{m + 1}{2} = 1 \Leftrightarrow m = 1$ (nhận).

* Nếu m> 3: $f'\left(x\right) = \dfrac{3 - m}{\left(x + 1\right)^2} < 0$ nên hàm số nghịch biến trên (1; 2)

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x) = f(2) = 1$.

Vậy $\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x) = 1 \Leftrightarrow f(2) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{3 + m}{3} = 1 \Leftrightarrow m = 0$ (loại).

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn là m= 1.

Chọn D.

Câu 40. Tìm các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số y= $|x^2 - 2x + m|$ trên đoạn [- 1; 2] bằng 5?

A. m= -4, m= 2 B. m=1, m= 2 C. m= -2, m= 3 D. m= 0, m= 3

Lời giải

Xét hàm số f(x) = x^2 -2x+ m trên đoạn [-1; 2], ta có f'(x)= 2(x- 1) và f'(x)= 0 khi x= 1.

Vậy: $\max\limits_{[-1;2]} y = \max\limits_{[-1;2]} \left|f\left(x\right)\right| = \max\left\{\left|f\left(-1\right)\right|;\ \left|f\left(1\right)\right|;\ \left|f\left(2\right)\right|\right\} = \max\left\{\left|3 + m\right|;\ \left|m - 1\right|;\ \left|m\right|\right\}$.

* **TH1.** Với $\max\limits_{[-1;2]} y = \left|m - 1\right|$, ta có $\left\{\begin{array}{l} \left|m - 1\right| \ge \left|m + 3\right| \\ \left|m - 1\right| \ge \left|m\right| \\ \left|m - 1\right| = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left|m - 1\right| \ge \left|m + 3\right| \\ \left|m - 1\right| \ge \left|m\right| \\ m = -4 \vee m = 6 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = -4$.

***TH2.** Với $\max\limits_{[-1;2]} y = |m+3|$, ta được $\begin{cases} |m+3| \ge |m-1| \\ |m+3| \ge |m| \\ |m+3| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m+3| \ge |m-1| \\ |m+3| \ge |m| \\ m = 2 \vee m = -8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$

* **TH3.** Với $\max\limits_{[-1;2]} y = |m|$, ta được $\begin{cases} |m| \ge |m-1| \\ |m| \ge |m+3| \\ |m| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \ge |m-1| \\ |m| \ge |m+3| \\ m = 5 \vee m = -5 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn là m = - 4 và m= 2. \

Chọn A.

Câu 41.Tìm các giá trị của m để hàm số $f(x) = \dfrac{mx+1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên [1; 2] bằng - 2.

A. m= 1 **B.**m= -1 **C.** m= - 2 **D**. m= 3

Lời giải

Tập xác định: D= R\{m} $\Rightarrow m \notin$ [1; 2].

$$f'(x) = \frac{-m^2-1}{(x-m)^2} < 0; \forall x \ne m \Rightarrow \max_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{m+1}{1-m}.$$

Theo đề bài gía trị lớn nhất của hàm số trên [1; 2] là-2 nên $\dfrac{m+1}{1-m} = -2$

⇔ m+ 1 = - 2+ 2m ⇔ m=3.

Chọn D.

Câu 43.Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$, với tham số m bằng bao nhiêu thì $\min\limits_{[2;4]} y = 3$

A. m= 1 B.m= 3 C. m= 5 D. m= - 1

Lời giải

Đạo hàm $f'(x) = -\dfrac{m+1}{(x-1)^2}$

* **TH1.** Với m>- 1 suy ra $f'(x) = -\dfrac{m+1}{(x-1)^2} < 0$ nên hàm số f(x) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y = f(4) = \dfrac{m+4}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 5$ (chọn).

* **TH2.** Với m< - 1 suy ra $f'(x) = -\dfrac{m+1}{(x-1)^2} > 0$ nên hàm số f(x) đồng biến trên mỗi khoảng xác định. Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y$ = f(2)= m+ 2= 3 ⇔ m= 1 (loại).

Vậy giá trị m cần tìm là m= 5.

Chọn C .

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m}{\sqrt{x^2+1}}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm x= 1.

A. m= 2 B.m= 1 C. Không có giá trị m D. m= - 3

Lời giải

Tập xác định D= R.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{1-mx}{(x^2+1).\sqrt{x^2+1}}$.

Vì hàm số liên tục và có đạo hàm trên R nên để hàm số đạt GTLN tại x= 1, điều kiện cần là:

y'(1) = 0 ⇔ 1- m= 0 hay m= 1.

Khi đó ta lập bảng biến thiên và hàm số đạt GTLN tại x= 1.

Vậy giá trị m thỏa mãn là m = 1.

Chọn B.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực khác 0 của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại x=1 trên đoạn [-2; 2]?

A. m=-2 B. m< 0 C . m> 0 D.m= 2

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{m(1-x^2)}{x^2+1}$

Xét phương trình $y'=\dfrac{m(1-x^2)}{x^2+1}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$

Vì hàm số đã cho liên tục và xác định nên ta có hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại x= 1trên đoạn [-2; 2] khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}y(1)\ge y(-2)\\y(1)\ge y(2)\\y(1)\ge y(-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{m}{2}\ge\dfrac{-2m}{5}\\\dfrac{m}{2}\ge\dfrac{2m}{5}\\\dfrac{m}{2}\ge-\dfrac{m}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 0$$

Kết hợp với điều kiện $m\ne 0$, suy ra m> 0 thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Chọn C.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên [0; 2] tại một điểm $x_0 \in (0;2)$.

A. 0< m< 1 B.m>1 C. m> 2 D.-1< m< 1

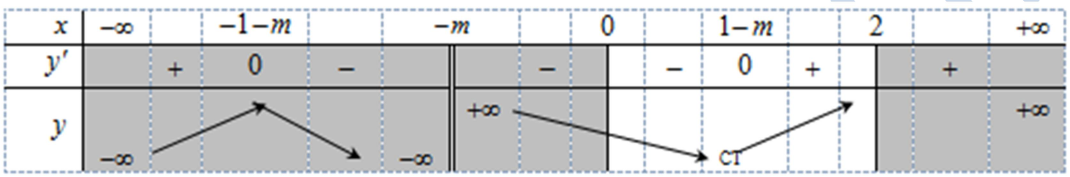
Lời giải

Điều kiện: $x \neq -m$

Ta có: $y'=\dfrac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}=\dfrac{(x+m)^2-1}{(x+m)^2}$.

Xét phương trình y'= 0 ⇔ $(x+m)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1-m>-m \\ x=-1-m<-m \end{array}\right.$.

Do hệ số x^2 là số dương và theo yêu cầu đề bài ta có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0= 1- m ∈ (0; 2) nên :

0< 1- m<2 ⇔ - 1< m < 1.

Kết hợp điều kiện để hàm số liên tục trên [0; 2] thì $-m \notin [0;2] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m<0 \\ -m>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-2 \end{array}\right.$

Ta được ; 0< m< 1.

Chọn A.

Câu 47. Tìm m để phương trình $-2x^3+3x^2+2m=0$ có nghiệm $x \geq 1$?

A. $m \geq \dfrac{-1}{2}$ **B.** $m \leq \dfrac{1}{2}$ **C.** $m \leq 1$ **D.** $m \geq -1$

Lời giải

Xét phương trình $-2x^3+3x^2+2m=0 \Leftrightarrow 2x^3-3x^2=2m$ (*)

Xét hàm số $f(x)=2x^3-3x^2$ trên nửa khoảng $[1;+\infty)$.

Đạo hàm $f'(x) = 6x^2 - 6x > 0$ với mọi x> 1.

Do đó, hàm số y=f(x) là hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

Để phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi :

$2m \geq \min\limits_{x\geq1} f(x)=f(1)=-1 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{1}{2}$

Chọn A.

Câu 48. Tìm m để bất phương trình 2x- 1 > m(x-1) nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;0]$?

A. m> 1 **B.** $m < \frac{1}{2}$ **C.** $m > \frac{2}{3}$ **D.** $m > \frac{3}{2}$

Lời giải

Với $x \in [-1;0]$ thì x- 1< 0.Do đó, 2x- 1> m(x -1)⇔ $\frac{2x-1}{x-1} < m$ (*)

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ với $x \in [-1;0]$

Ta có; đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [-1;0]$.

Suy ra, hàm số nghịch biến và liên tục trên [-1; 0].

Để bất phương trình (*) đúng với mọi $x \in [-1;0]$ khi và chỉ khi $\max\limits_{[-1;0]} f(x)$ < m

Hay f(-1) = $\frac{3}{2}$ < m .

Chọn D.

Câu 49. Tìm m để bất phương trình $x^2 - 5mx + 9 > 0$ có nghiệm $x \in [1;9]$?

A. m> 2 **B.** $m > \frac{2}{5}$ **C.** $m < \frac{6}{5}$ **D.** $m > \frac{3}{2}$

Lời giải

Ta có: $x^2 - 5mx + 9 > 0$ ⇔ $x^2 + 9 > 5mx$ (*)

Mà $x \in [1;9]$ nên (*) tương đương : $\frac{x^2+9}{x} > 5m$ (**)

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2+9}{x} = x + \frac{9}{x}$

Đạo hàm $f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$. Xét phương trình y’=0 ⇔ $\left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Ta có: f(1)= 10; f(3) = 6 và f(9) = 10.

Do đó , giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 10 và 6.

Suy ra, để (**) có nghiệm khi và chỉ khi 5m<min f(x)

⇔ 5m < 6 ⇔ $m < \frac{6}{5}$

Chọn C

Câu 50. Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số y= $\cos^2 2x$ – 4sinx.cosx+ 2 bằng:

A. 0 và 4 B. -1 và 2 C. – 1 và 4 D. – 2 và 2

Lời giải

Ta có: y= $\cos^2 2x$- 4.sinx .cosx + 2 = 1- $\sin^2 2x$ – 2sin2x +2

Hay y= - $\sin^2 2x$ – 2sin2x + 3.

Đặt t= sin 2x $(-1 \le t \le 1)$, hàm số đã cho trở thành y= - t^2 - 2 t + 3.

Đạo hàm y'= - 2t- 2=0 ⇔ t=- 1.

Ta có y(-1) = 4; y(1) = 0.

Do đó, giá trị lớn nhất và nhỏ nhất cuả hàm số đã cho là 0 và 4.

Chọn A.

Câu 51. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số y= $\sin^6 x + \cos^6 x$ + 2cos 4x + sin2x - 5.

A. $-\frac{37}{19}$ **B.** $\frac{-31}{4}$ **C.** $\frac{-19}{17}$ **D.** $-\frac{31}{17}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x$; $\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x$.

Khi đó, hàm số đã cho trở thành: $y = -\frac{19}{4}\sin^2 2x + \sin 2x - 2$.

Đặt t=sin2x $(-1 \le t \le 1)$.

Hàm số đã cho trở thành $y = -\frac{19}{4}t^2 + t - 2$.

Đạo hàm $y' = -\frac{19}{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{19}$

Ta có: $y(-1) = \frac{-31}{4}; y(1) = \frac{-23}{4}; y\left(\frac{2}{19}\right) = \frac{-37}{19}$

Do đó, giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $-\frac{37}{19}; -\frac{31}{4}$

Chọn B.

Câu 52. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2+1)^2}$ lần lượt là M và m.

Tính M – m?

A. 0 B. 1 C. – 1 D.2

Lời giải

Ta có: $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2+1)^2} = \frac{(x^3 + x) + x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{x}{x^2+1} + \left(\frac{x}{x^2+1}\right)^2$.

Đặt $t = \frac{x}{x^2+1}; \frac{-1}{2} \le t \le \frac{1}{2}$ (dùng bảng biến thiên để tìm miền giá trị của t).

Hàm số đã cho trở thành y= t^2 + t

Đạo hàm y'=2t+ 1 =0 $\Leftrightarrow t = \frac{-1}{2}$

Ta có; $y\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}; y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho là $M=\frac{3}{4}; \mathrm{m}=-\frac{1}{4}$ nên M- m= 1.

Chọn B

Câu 53. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x^3+5x+6\le m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-5;0]$?

A. $m\ge 5$ **B.** m> 6 **C.** $m\ge 6$ **D.** $5\le m\le 6$

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số y= f(x) = x^3+5x+6 trên đoạn [-5;0].

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên [- 5; 0].

Ta có đạo hàm f'(x) = $3x^2+5>0$, $\forall x\in[-5;0]$

Do đó; $\max\limits_{x\in[-5;0]} f(x)=f(0)=6$.

Để phương trình $x^3+5x+6\le m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-5;0]$ có nghiệm khi và chi khi $\max\limits_{x\in[-5;0]} f(x)\le m \Leftrightarrow 6\le m$

Chọn C.

Câu 54. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $\frac{2x+4}{x-2}\ge m$ có nghiệm [-2; 1]?

A. $m\le 0$ **B.** $m\le 1$ **C.** $m\ge -1$. **D.** $-2\le m\le 0$

Lời giải

Xét hàm số $y=f(x)=\frac{2x+4}{x-2}$ trên [-2; 1].

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục và có đạo hàm trên [-2;1]

Đạo hàm: $y'=\frac{-8}{(x-2)^2}<0, \forall x\in$ [-2; 1].

Suy ra, hàm số đã cho nghịch biến trên tập xác định nên cũng nghịch biến trên [-2; 1].

Suy ra; $\max\limits_{x\in[-2;1]} f(x)$ = f(-2) = 0

Vậy để bất phương trình $\frac{2x+4}{x-2}\ge m$ có nghiệm [-2; 1] khi và chỉ khi: $\max\limits_{x\in[-2;1]} f(x)\ge m \Leftrightarrow 0\ge m$

Chọn A

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^4+2x^2+2=m$ có nghiệm $x\in[1;+\infty)$

A. $m\ge 3$ **B.** $m\ge 5$ **C.** m< 5 **D.** Mọi m

Lời giải

Xét hàm số y= x^4+2x^2+2 trên $[1;+\infty)$.

Hàm số này liên tục trên R.

Ta có đạo hàm ; y'= $4x^3+4x>0$ với $x\in[1;+\infty)$

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên R và $\min\limits_{[1;+\infty)} f(x)$ = f(1) = 5, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = +\infty$

Do đó, để phương trình $x^4 + 2x^2 + 2 = m$ có nghiệm $x \in [1;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$$m \geq \min\limits_{[1;+\infty)} f(x) \Leftrightarrow m \geq 5.$$

Chọn B.

Câu 56. Giá trị nguyên m lớn nhất để bất phương trình $2x^4 - 4x^2 + 1 > m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty;-1]$ là:

A. m=0 **B.** m=-1 **C.** m= -3 **D.** m=- 2

Lời giải

Xét hàm số y= f(x)= $2x^4 - 4x^2 + 1$ trên $(-\infty;-1]$

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên $(-\infty;-1]$

Ta có: f'(x)= $8x^3 - 8x < 0$ với $x \in (-\infty;-1]$.

Suy ra, $\min\limits_{(-\infty;-1]} f(x)$ =f (-1)= -1 và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.

Do đó, để $2x^4 - 4x^2 + 1 > m$ khi và chỉ khi $\min\limits_{(-\infty;-1]} f(x) > m$ hay $-1 > m$

=>Giá trị m nguyên lớn nhất thỏa mãn điều kiện bài toán là m= - 2.

Chọn D.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + 3 = m$ có nghiệm?

A. $m \geq 5$. **B.** $m \leq 5$. **C.** $m \leq 3 + \sqrt{5}$. **D.** $m \geq 0$.

Lời giải

Tập xác định D= R.

Xét hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5} + 3$

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên R.

Ta có $f'(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}$

Xét y'=0 ⇔ x= 1; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + 3 = m$ có nghiệm khi và chỉ khi: $m \geq$ min f(x) = y(1) = 5

Chọn A.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $\sqrt{8-2x}+2\le 2m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-2;2]$?

A. $m\ge 1+\sqrt{3}$ **B.** $m\ge 2$ **C.** $2\le m\le \sqrt{3}+2$ **D.** $m\le 1+\sqrt{3}$

Lời giải

Điều kiện xác định: $x\le 4$. Suy ra hàm số xác định với $x\in[-2;2]$

Xét hàm số $y=f(x)=\sqrt{8-2x}+2$ trên [-2; 2]

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên đoạn [-2; 2]

Ta có $f'(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{8-2x}}<0$ với $x\in[-2;2]$.

Do đó, hàm số trên nghịch biến trên [-2; 2] nên $\max\limits_{x\in[-2;2]} f(x)$ = f(-2) $=2\sqrt{3}+2$

Để bất phương trình $\sqrt{8-2x}+2\le 2m$ đúng mọi $x\in[-2;2]$ khi và chỉ khi:

$$2\sqrt{3}+2\le 2m \Leftrightarrow \sqrt{3}+1\le m$$

Chọn A.

Câu 59. Biết $m\in(-\infty;a]$ thì trên khoảng $(0;+\infty)$ phương trình $-x^3+3x+1-m=0$ có nghiệm.Tìm a?

A. a= 2 B . a= 3 C. a= 4 D. a= 5

Lời giải

Ta có: $-x^3+3x+1-m=0 \Leftrightarrow -x^3+3x+1=m$

Xét hàm số $y=-x^3+3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$

Nhận xét: Hàm số xác định và liên tục trên $(0;+\infty)$

Đạo hàm: $y'=-3x^2+3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Ta có: y (1) = 3 và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty; \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$

Kết hợp với bảng biến thiên, suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên $(0;+\infty)$ là 3

Vậy a= 3.

Chọn B.

Câu 60. Biết $m\in[a,b]$ thì phương trình $\dfrac{3x+2}{x-1}=m-1$ có nghiệm $x\in[-4;0]$. Tính T= 2a+ 3b?.

A. 8 B. 0 C. 4 D. 2

Lời giải

Xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn [- 4; 0].

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên [-4; 0].

Ta có: $f'(x)=\dfrac{-5}{(x-1)^2}<0$ nên hàm số trên nghịch biến trên đoạn [- 4; 0].

Suy ra: $\max\limits_{[-4;0]} f(x)=f(-4)=2; \min\limits_{[-4;0]} f(x)=$ f(0)$=-2$

Do đó, để phương trình $\frac{3x+2}{x-1}=m-1$ có nghiệm $x\in[-4;0]$ khi và chỉ khi:

$-2\le m\le 2$. Suy ra 2a+ 3b= 2. (-2) + 3.2= 2

Chọn D.

Câu 61. Biết $m\in[a;b]$ thì phương trình $x-m-\sqrt{x-1}=0$ có nghiệm. Tính T= b+4a

A. 4 B. 3 C. 2 D. 6

Lời giải

ĐKXĐ: $x\in[1;+\infty)$.

Xét hàm số $y=x-\sqrt{x-1}$

Ta có: $f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Xét phương trình f'(x) =0 $\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1}=1\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$

Bảng biến thiên:

x	1		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	$\frac{3}{4}$	$\nearrow$	0

Từ BBT ta thấy: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ và giá trị lớn nhất bằng 1.

Do đó, T= b+4a = 4

Chọn A

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^3 - mx + 2 = 0$ có nghiệm dương?

A. $m\le 5$ **B.** $m\ge 3$ **C.** $m\le 1$ **D.** $1\le m\le 3$

Hướng dẫn giải

Ta có: $x^3 - mx + 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2 = mx$ hay $\frac{x^3+2}{x}=m$ (với x> 0)

Xét hàm số $f(x)=\frac{x^3+2}{x}=x^2+\frac{2}{x}$ trên $(0;+\infty)$ (*)

Đạo hàm, $y'=2-\frac{2}{x^2}=0\Leftrightarrow x=1\in(0;+\infty)$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $\min\limits_{x>0} f(x)=y(1)=3$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$

Do đó,để phương trình (*) có nghiệm dương khi và chỉ khi:

$m \geq \min_{x>0} y = 3$

Chọn B.

Câu 64. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 4x + m = 2\sqrt{5+4x-x^2} + 5$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 2\sqrt{3}$ **B.** $0 \leq m \leq 15$ **C.** $m \geq -1$ **D.** $m \geq 0$

Hướng dẫn giải

Tập xác định: D= [-1; 5]

Đặt $t = \sqrt{5+4x-x^2} \Rightarrow t \in [0;3]$

Phương trình $x^2 - 4x + m = 2\sqrt{5+4x-x^2} + 5$ trở thành: $-t^2 + m = 2t$ hay $m = t^2 + 2t$ (*)

Xét hàm số $y = f(t) = t^2 + 2t$

Đạo hàm $f'(t) = 2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Ta có: f(0)= 0; f(3)= 15

Suy ra, giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho lần lượt là 15 và 0.

Do đó, để phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (*) có nghiệm hay $0 \leq m \leq 15$

Chọn B.

Câu 65. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $2x^2 - (m-2)x + m + 4 = 0$ có nghiệm trên đoạn [-2; 0].

A. – 3 B. – 9 C. 95 D. 25

Hướng dẫn giải:

Ta có: $2x^2 - (m-2)x + m + 4 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 + x + 2) = m(x-1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2+x+2}{x-2} = \dfrac{m-1}{2}$ (với $x \in$ [-2; 0]) (*)

Đạo hàm $y' = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in [-2;0]$

Hàm số liên tục trên đoạn [-2; 0]. Ta có: $f(-2) = \dfrac{-4}{3}$; f(0) = - 2; f(-1)= -1.

Suy ra giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên [-2; 0] là – 1 và – 2.

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm trên [-2; 0].

$\Leftrightarrow -2 \leq \dfrac{m}{2} \leq -1 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq -2$.

=> Các giá trị nguyên của m thỏa mãn là – 4; -3; -2. Nên tổng S cần tính là :

S= - 4+ (-3)+ (-2)= - 9

Chọn B.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty;1)$?

A. $-1 \leq m \leq 3$ B. $m \geq -1$.

C. $m \leq 3$ **D.** $-2 \leq m \leq 1$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $x^2 - (m+1)x + 1 + m \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 1 \geq mx - m$ (*)

Với $x \in (-\infty;1)$ thì x- 1< 0 nên (*) tương đương: $\frac{x^2 - x + 1}{x-1} \leq m$ hay $x + \frac{1}{x-1} \leq m$

Xét hàm số $y = f(x) = x + \frac{1}{x-1}$ trên $(-\infty;1)$

Nhận xét: Hàm số f(x) liên tục trên $(-\infty;1)$

Ta có đạo hàm $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$

Xét phương trình f'(x)= 0 $\Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$; $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

Lập bảng biến thiên, ta suy ra $\max_{x<1} f(x) = f(0) = -1$.

Do đó, để hàm số đã cho có nghiệm khi và chỉ khi: $m \geq -1$.

Chọn B.

Câu 67. Câu 67.Biết $m \in [a;b]$ thì phương trình $2\cos^2 x - (m-1).|\cos x| + 1 - m = 0$ có nghiệm thực.Tính $T = \frac{b}{a}$?

A. Không tồn tại. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đặt $t = |\cos x|; 0 \leq t \leq 1$.Khi đó, phương trình đã cho trở thành:

$2t^2 - (m-1).t + 1 - m = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + t + 1 = mt + m = m(t+1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2t^2 + t + 1}{t+1} = m$$

Xét hàm số $y = f(t) = \frac{2t^2 + t + 1}{t+1}$ trên $[0;1]$

$$y' = \frac{(2t^2 + t + 1)'.(t+1) - (2t^2 + t + 1).(t+1)'}{(t+1)^2}$$

$$= \frac{(4t+1).(t+1) - (2t^2 + t + 1).1}{(t+1)^2} = \frac{2t^2 + 4t}{(t+1)^2} > 0, \forall t \in [0;1]$$

Do đó, hàm số trên đồng biến trên $[0;1]$. Suy ra; $\max_{t\in[0;1]} f(t) = f(1) = 2; \min_{t\in[0;1]} f(t) = f(0) = 1$

Vậy $T = \frac{b}{a} = 2$.

Chọn B.

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $2\sqrt{1-x^4}-(m-1)\left(\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}\right)\le 2m$ có nghiệm $x\in[-1;1]$?

A. $m\in[-2;2]$

B. $m\in\left[\sqrt{2}-1;+\infty\right)$.

C. $m\le\sqrt{2}$

D. $m\in\left(-\sqrt{2};2\right)$

Hướng dẫn giải

Đặt $t=\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}\Rightarrow t^2=2-2\sqrt{1-t^4}, 0\le t\le\sqrt{2}$

Khi đó bất phương trình đã cho trở thành:

$$2-t^2-(m-1)t\le 2m\Leftrightarrow\frac{-t^2+t+2}{t+2}\le m$$

Xét hàm số: $f(t)=\dfrac{-t^2+t+2}{t+2};0\le t\le\sqrt{2}$

$f'(t)=\dfrac{-t^2-4t}{(t+2)^2}$; $f'(t)<0,\forall x\in\left(0;\sqrt{2}\right)$

Suy ra hàm số f(t) nghịch biến trên đoạn đang xét. Nên để bất phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi: $m\ge f(\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$

Chọn B.

Câu 69. Số giá trị nguyên của m để bất phương trình x^3 – 2x.|x-2| - m^2+ 4m ≥ 0 có nghiệm trên đoạn [-1; 3]

A.10 B. 11 C. 9 D. 8

Hướng dẫn giải

Ta có: x^3 – 2x.|x-2| - m^2+ 4m ≥ 0 $\Leftrightarrow$ x^3 – 2x. |x- 2| $\ge$ m^2 – 4m.

Xét hàm số y= x^3 – 2x.|x- 2| trên đoạn [-1; 3].

Ta có: $f(x)=\begin{cases}x^3-2x^2+4x, x\in[2;3]\\x^3+2x^2-4x, x\in[-1;2]\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}3x^2-4x+4, x\in[2;3]\\3x^2+4x-4; x\in[-1;2]\end{cases}$

Xét $\begin{cases}f'(x)=0\\x\in(-1;3)\end{cases}\Rightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Ta có: f(- 1) = 5; $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{40}{7}$; f(3) = 21.

Do đó, bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi:

$m^2-4m\le 21\Leftrightarrow -3\le m\le 7$.

Mà m nguyên dương nên $m\in\{7;6;5;...;-3;-2;-1\}$ nên có 11 giá trị thỏa mãn.

Chọn B

Câu 70. Hình chữ nhật có chu vi không đổi là 32 cm. Tính diện tích lớn nhất của hình chữ nhật đó.

A. 16 B. 32 C. 64 D. 128

Lời giải

Gọi 2 kích thước của hình chữ nhật là a, b (cm).

Chu vi hình chữ nhật là 32 cm nên nửa chu vi hình chữ nhật là 32: 2= 16

Suy ra: a+ b= 16.

Diện tích hình chữ nhật là S= ab.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy có: S= ab $\leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = 64$

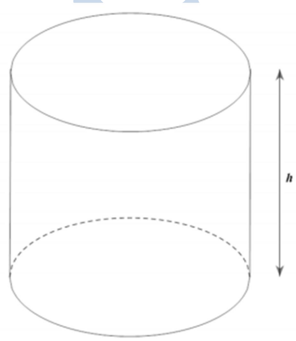
Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật bằng 64 (cm^2).

Dấu "=" xảy ra khi a= b= 8.

Chọn C.

Câu 71: Muốn làm một bồn chứa 1000 lít hình trụ có nắp đậy.Tìm chiều cao h (dm) của bồn là để ít tốn vật liệu nhất.

A. $\sqrt[3]{\frac{4000}{\pi}}$ B. $\sqrt[3]{\frac{2000}{\pi}}$ C. $\sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}}$ D. $\sqrt[3]{\frac{3000}{\pi}}$



Lời giải

Để ít tốn vật liệu nhất thì diện tích toàn phần bồn nước phải nhỏ nhất.

Tức là $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$ nhỏ nhất (R là bán kính đường tròn đáy)

Thể tích bồn nước $V = \pi R^2 h = 1000 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{1000}{\pi h}}$

Khi đó $S_{tp} = 2\pi.\frac{1000}{\pi h} + 2\pi\sqrt{\frac{1000}{\pi h}}h = \frac{2000}{h} + \sqrt{4000\pi h}$

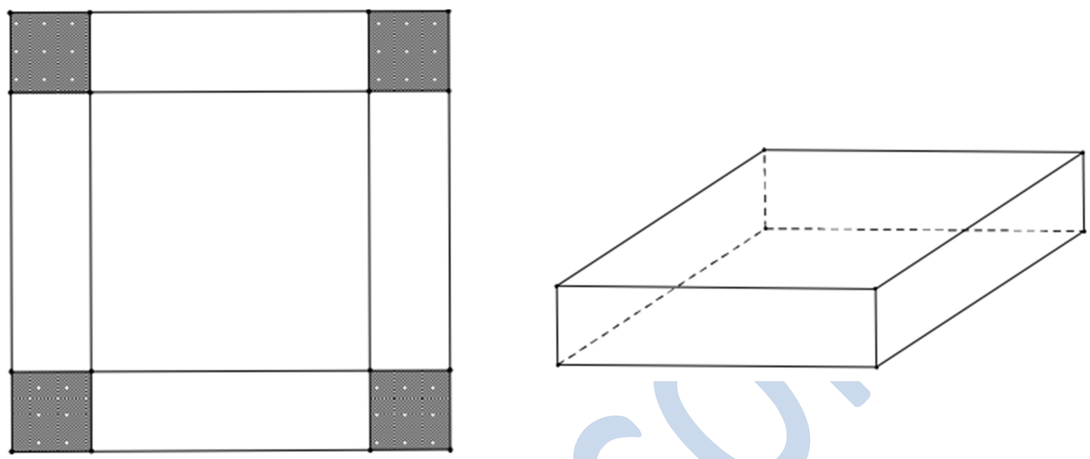
$S'_{tp} = -\frac{2000}{h^2} + \frac{2000\pi}{\sqrt{4000\pi h}}$, $S'_{tp} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4000\pi h} = \pi h^2 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{\frac{4000}{\pi}}$

Sử dụng bảng biến thiên, ta tìm được S_{tp} nhỏ nhất khi $h = \sqrt[3]{\frac{4000}{\pi}}$

Chọn A.

Câu 72. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 18 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

A. x= 3 B. x= 4 C. x= 5 D. x= 6



Lời giải

Khối hộp có đáy là hình vuông với độ dài cạnh là 18 - 2x và độ dài chiều cao là x nên có thể tích là

$$V = x(18-2x)^2 = \frac{1}{4}.4x(18-2x)(18-2x) \le \frac{1}{4}\left(\frac{4x+18-2x+18-2x}{3}\right)^3 = 432$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x= 18 – 2x ⇔ x= 6

Vậy hình hộp có thể tích lớn nhất khi x= 6.

Chọn D.

Câu 73. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là f(t)= $45t^2$ - t^3. Nếu xem f'(t) là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Hỏi tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 15 B.10 C. 8 D. 5

Lời giải

Ta có f'(t) = 90t – $3t^2$. Cần tính giá trị lớn nhất của hàm số g(t)= f'(t)

Khi đó: g'(t)= f''(t)= 90 – 6t.

g'(t)= 0 ⇔ t= 15

Bảng biến thiên

t	0		15		$+\infty$
$g'(t)$		+	0	–	
$g(t)$	0	↗	675	↘	0

Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ 15.

Chọn A.

Câu 74. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 50000 đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty đã tìm ra phương án cho thuê đạt lợi nhuận lớn nhất. Hỏi thu nhập có nhất công ty có thể đạt được trong một tháng là bao nhiêu?

A. 120 500 000 B. 121 450 000 C. 101 250 000 D. Đáp án khác

Lời giải

Gọi n là số lần tăng giá (n là số tự nhiên).

Khi đó số căn hộ bị bỏ trống cũng là n.

Do đó số tiền thu được khi cho thuê 50-n căn hộ là:

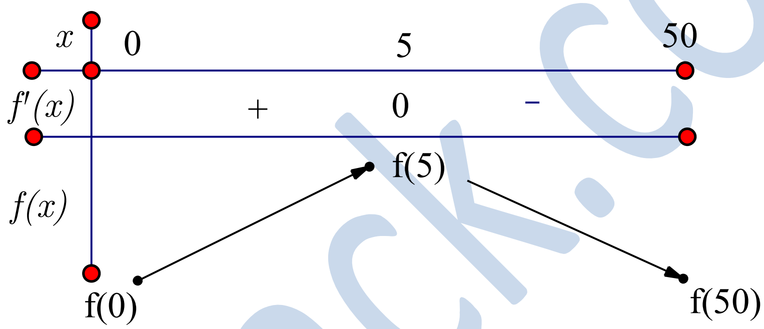
A= $(2.10^6+ 5.10^4.n). (50- n)= -5.10^4.n^2 + 5.10^5.n+ 10^8$, với $n < 50$

Xét hàm số $f(x)= - 5. 10^4.x^2 + 5.10^5 x+ 10^8$, với $0 \le x < 50$.

Ta có : $f'(x)= -10^5.x+5. 10^5$

Xét phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x= 5$

Bảng biến thiên



Vậy $\max\limits_{[0;50]} f(x) = f(5) = 101\ 250\ 000$

Vậy thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong một tháng là 101 250 000 đồng

Chọn C.

Câu 75. Cho hình chữ nhật có diện tích bằng 100 (cm^2). Hỏi mỗi kích thước của nó lần lượt bằng bao nhiêu để chu vi của nó nhỏ nhất ?

A. 10; 10 B. 20, 5 C. 25, 4 D. Đáp án khác.

Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là : x (cm) và y (cm) (x, y>0).

Chu vi hình chữ nhật là : P= 2(x+ y)= 2x+ 2y

Diện tích hình chữ nhật là 100 cm^2 nên: xy= 100 hay $y = \frac{100}{x}$

Do đó: $P = 2x + \frac{200}{x}$ với x>0 .

Đạo hàm $P'(x) = 2 - \frac{200}{x^2}$. P'(x)= 0 $\Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10$ (vì x> 0)

Lập bảng biến thiên ta được: $P_{min} = 40$ khi x= 10 => y= 10.

Vậy kích thước của hình chữ nhật là 10 cm ;10 cm

Chọn A.

Câu 76. Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một bồn nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều rộng là x (m), chiều dài gấp 2 lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h (m), có thể tích là $\frac{4}{3}m^3$. Tìm chiều rộng của đáy hình chữ nhật để chi phí xây dựng là thấp nhất.

A. 1,5m B. 2 m C. 1m D. 2,5 m.

Lời giải

Thể tích của bồn nước là $\frac{4}{3}m^3$ nên: $2x^2h = \frac{4}{3} \Leftrightarrow h = \frac{2}{3x^2}$.

Diện tích xung quanh của bồn nước (không nắp):

$S = 2.(xh + 2xh) + 2x^2 = 6xh + 2x^2 = \frac{4}{x} + 2x^2$

$S'(x) = \frac{-4}{x^2} + 4x$; $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	$+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

Vậy với chiều rộng là 1m thì chi phí xây dựng là thấp nhất.

Chọn C.

Câu 77. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường s (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $S = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/ s) của chuyện động đạt giá trị lớn nhất là:

A. t= 4 s. B. t=2 s. C. t= 6 s. D. t = 8 s.

Lời giải

Ta có: $v(t) = S'(t) = 12t - 3t^2$

Đạo hàm: $v'(t) = 12 - 6t$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

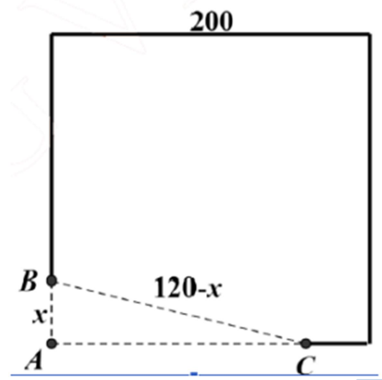
Bảng biến thiên của v(t)

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$		↗	12	↘	

Vậy tại thời điểm 2 (giây) thì vận tốc của chuyển động là lớn nhất.

Chọn B.

Câu 78. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ sau. Biết AB= x(0<x< 60 cm) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



A. x= 40cm B. x=50 cm C. x= 30 cm D. x= 20 cm

Lời giải

Độ dài cạnh huyền BC là 120- x.

Khi đó độ dài cạnh AC= $\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{(120-x)^2-x^2}=\sqrt{14400-240x}$

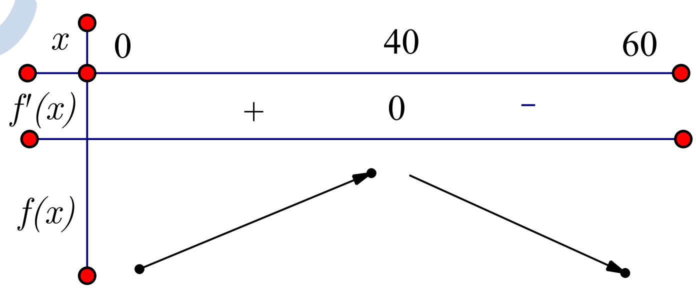
Diện tích tam giác ABC là: $S=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}x.\sqrt{14400-240x}$

Xét hàm số f(x)= $x\sqrt{14400-240x}$ với 0< x< 60.

Ta có: $f'(x)=\sqrt{14400-240x}-\frac{120x}{\sqrt{14400-240x}}=\frac{14400-360x}{\sqrt{14400-240x}}$;

Suy ra, f'(x)= 0 ⇔x= 40

Bảng biến thiên



Vậy tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi AB= 40 cm.

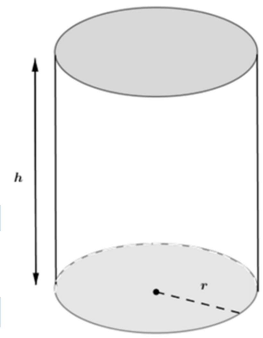
Chọn A.

Câu 79. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đậy với thể tích là k (m^3) (k>0). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2

mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất ? (Biết bề dày vỏ inox không đáng kể)

A. $\sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$ B. $\sqrt[3]{\frac{2k}{\pi}}$ C. $\sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{k}{3\pi}}$.

Lời giải



Gọi r; h (r; h>0) lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Thể tích khối trụ V= $\pi r^2 h = k \Rightarrow h = \frac{k}{\pi r^2}$

Diện tích đáy và nắp là $S_d = S_n = \pi r^2$; diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi rh$

Khi đó chi phí làm bể là

$$C = (600+200)\pi r^2 + 400.2\pi rh = 800\pi r^2 + 800\pi r\frac{k}{\pi r^2} = 800\left(\pi r^2 + \frac{k}{r}\right)$$

Đặt $f(r)\pi r^2 + \frac{k}{r}$, $r > 0 \Rightarrow f'(r) = 2\pi r - \frac{k}{r^2} = \frac{2\pi r^3 - k}{r^2}$;

$$f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}},\ (k>0)$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy f(r) đạt giá trị nhỏ nhất khi $r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$

Vậy với bán kính đáy là $r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$ thì chi phí làm bể là ít nhất.

Chọn C.

Câu 80. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10 cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

A. $80cm^2$ B. $100cm^2$. C. $160cm^2$ D. $200cm^2$

Lời giải

Gọi x (cm) là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn (0< x< 10)

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường tròn là: $2\sqrt{10^2 - x^2}$ (cm)

Diện tích hình chữ nhật: S= $2x\sqrt{10^2 - x^2}$

Ta có $S' = 2\sqrt{10^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{10^2 - x^2}} = \frac{2.10^2 - 4x^2}{\sqrt{10^2 - x^2}}$;

S'=0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5\sqrt{2} \\ x = -5\sqrt{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2}$ do 0<x< 10

Lập bảng biến thiên ta có S(x) lớn nhất khi $x = 5\sqrt{2}$

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là S= $2.5\sqrt{2}.\sqrt{10^2 - \frac{10^2}{2}} = 100cm^2$

Chọn B.

Câu 81: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{4x-m^2-3m+\dfrac{1}{3}}{3x+2}$ trên đoạn [0;2] bằng $\dfrac{31}{24}$ khi:

A. $m=-\dfrac{3}{2}$ **B.** m= -1 **C.** m=-1; m=-2 **D.** m= - 2

Lời giải

– Tập xác định: $D=R\setminus\left(\dfrac{-2}{3}\right)$

– Ta có: $f'(x)=\dfrac{4(3x+2)-3\left(4x-m^2-3m+\dfrac{1}{3}\right)}{(3x+2)^2}=\dfrac{3m^2+9m+7}{(3m+2)^2}>0$ với mọi m.

– Suy ra f đồng biến trên đoạn [0; 2].

– Nên ta được: $\min\limits_{[0;2]} f(\mathrm{x})=\mathrm{f}(0)=\dfrac{31}{24}$.

– Suy ra: $-m^2-3m+\dfrac{1}{3}=\dfrac{31}{12}\Leftrightarrow m^2+3m+\dfrac{9}{4}=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{2}$

Chọn A.

Câu 82. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{1-x}=\sqrt{m+x-x^2}$ (1) có hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left[5;\dfrac{23}{4}\right]$. **B.** $m\in\left[5;6\right]$. **C.** $m\in\left(5;\dfrac{23}{4}\right)\cup\{6\}$. **D.** $m\in\left[5;\dfrac{23}{4}\right)\cup\{6\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $-1\le x\le 2$. Khi đó $\Leftrightarrow 3+2\sqrt{-x^2+x+2}=-x^2+x+m$ (*)

Đặt $t=-x^2+x=f\left(x\right); f'\left(x\right)=-2x+1$.

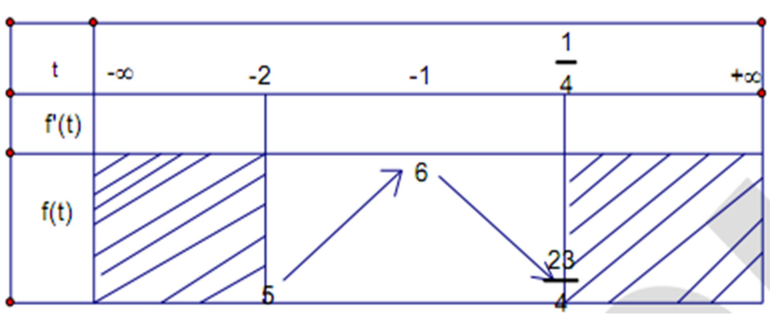
$f\left(-1\right)=2, f\left(2\right)=-2, f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}\Rightarrow t\in\left[-2;\dfrac{1}{4}\right]$.

Phương trình (*)trở thành: 3+ $2\sqrt{t+2}$ = t+ m (**)

$\Leftrightarrow m=2\sqrt{t+2}+3-t=f\left(t\right)$.

$f'\left(t\right)=\dfrac{1-\sqrt{t-2}}{\sqrt{t-2}}; f'\left(t\right)=0\Rightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên:



Do đó để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (**) có nghiệm $t \in \left[-2;\frac{1}{4}\right]$.

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow m \in [5;6]$.

Chọn B

Câu 83. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số f(x)= x^2 – ln (1-2x) trên đoạn [-2;0]. Khi đó M+ m bằng:

A. $\frac{17}{4}-\ln 10$. **B.** $\frac{17}{4}-\ln 7$. **C.** $\frac{17}{4}-\ln\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{15}{4}-\ln 10$.

Lời giải.

Hàm số f(x)= x^2 – ln (1-2x) liên tục trên đoạn **[-2; 0].**

Ta có $f'(x)=2x+\frac{2}{1-2x}=\frac{-2(2x+1)(x-1)}{1-2x}$

Suy ra trên khoảng $(-2;0): f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

Có $f(0)=0;\ f(-2)=4-\ln 5;\ f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}-\ln 2$

$M=\max\limits_{x\in[-2;0]} f(x)=f(-2)=4-\ln 5; m=\min\limits_{x\in[-2;0]} f(x)=f(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-\ln 2$

Vậy: $M+m=\frac{17}{4}-\ln 10$.

Chọn A.

Câu 84. Hàm số $f(x)=\frac{1}{\sin x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right]$ có giá trị lớn nhất là M, giá trị nhỏ nhất là m. Khi đó M- m bằng:

A. $2-\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}-1$. **D.** -1.

Lời giải.

- $f'(x)=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}\left(x\in\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right]\right)$
- $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2}{\sqrt{3}}$, $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=2$.
- Vậy $\max\limits_{\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right]} f(x)=2$, $\min\limits_{\left[\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right]} f(x)=1$.Do đó, M- m= 1

Chọn B.

Câu 85. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x^2+7x+23}{x^2+2x+10}$

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{7}{2}$

Lời giải

- TXĐ: D= R

- Khi đó ta có: $y=\frac{2x^2+7x+23}{x^2+2x+10}$

⇔ $y(x^2+2x+10) = 2x^2 + 7x + 23$ ⇔ $(y-2)x^2 + (2y-7)x + 10y - 23 = 0$ (*)

+) Nếu y= 2, khi đó (*) trở thành: - 3x – 3= 0 ⇔x = - 1

+) Nếu $y\neq 2$; (*) là phương trình bậc hai ẩn x ta có:

$\Delta = -36y^2 + 144y - 135$. Khi đó để (*) có nghiệm thì $\Delta\geq 0\Leftrightarrow \frac{3}{2}\leq y\leq \frac{5}{2}$.

Giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho lần lượt là $\frac{5}{2};\frac{3}{2}$

Chọn A.

Câu 86. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2\sin x+\cos x+3}{2\cos x-\sin x+4}$

A.1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

- Điều kiện: 2cosx – sinx+ 4 $\neq 0$ (luôn đúng với mọi x).

- Ta có: $y=\frac{2\sin x+\cos x+3}{2\cos x-\sin x+4}$

⇔ y. (2cosx – sinx + 4) = 2sinx+ cosx + 3

⇔ (2y – 1) cosx- (y+ 2).sin x = 3- 4y . (*)

- Để (*) có nghiệm thì: $(3-4y)^2\leq (2y-1)^2+(y+2)^2$

⇔ $9 - 24y + 16y^2 \leq 4y^2 - 4y + 1 + y^2 + 4y + 4$

⇔ $11y^2 - 24y + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11}\leq y\leq 2$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 2.

Chọn B.

Câu 87. Hàm số $y=\sqrt{45+20x^2}+|2x-3|$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 7 **B.** 8 **C.** 9 **D.** - 8

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiaxcop ki ta có:

$$\sqrt{45+20x^2}=\sqrt{5\left(9+4x^2\right)}=\sqrt{\left(2^2+1^1\right)\left(3^2+(2x)^2\right)}\ge|2.3+1.2x|=|6+2x|$$

Suy ra $y\ge|6+2x|+|2x-3|$. Áp dụng bất đẳng thức $|a|+|b|\ge|a+b|$ ta được:

$|6+2x|+|2x-3|=|6+2x|+|3-2x|\ge|6+2x+3-2x|=9\Rightarrow y\ge 9$

Vậy hàm số $y=\sqrt{45+20x^2}+|2x-3|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 9.

Chọn C.

Câu 88. Hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $-2\sqrt{2}$. B. - 2 C. 0 D. 2

Lời giải

TXĐ: D= [-2; 2].

Hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ liên tục trên đoạn [-2; 2].

$y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$

$y(-2)=-2$; $y(2)=2$; $y(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$.

Vậy $\min\limits_{[-2;2]}y=y(-2)=-2$

Chọn B.

Câu 89. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn [-1; 2] lần lượt bằng:

A. $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$; 0. **B.** $\sqrt{5}$; 0.

C. $\sqrt{2}$; 0. **D.** $\sqrt{5}$; $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

TXĐ: D= R. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ liên tục trên đoạn [-1; 2].

Ta có: $y' = \dfrac{1.\sqrt{x^2+1} - (x+1).\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \dfrac{-x+1}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Do $y(-1) = 0, y(1) = \sqrt{2}, y(2) = \dfrac{3}{\sqrt{5}}$ nên

$\max\limits_{[-1;2]} y = y(1) = \sqrt{2}$, $\min\limits_{[-1;2]} y = y(-1) = 0$

Chọn C.

Cau 90 . Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $\left[1;e^3\right]$ là :

A. 0. **B.** $\dfrac{9}{e^3}$. **C.** $\dfrac{4}{e^2}$. **D.** $\dfrac{4}{e}$.

Lời giải

Hàm số xác định với $\forall x \in \left[1;e^3\right]$

Hàm số $y = \dfrac{\ln^2 x}{x}$ liên tục trên đoạn $\left[1;e^3\right]$.

Ta có $y' = \dfrac{2\ln x.\dfrac{1}{x}.x - \ln^2 x}{x^2} = \dfrac{\ln x(2-\ln x)}{x^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \notin \left(1;e^3\right) \\ x = e^2 \in \left(1;e^3\right) \end{array}\right.$.

Khi đó $y(1) = 0;\ y(e^2) = \dfrac{4}{e^2};\ y(e^3) = \dfrac{9}{e^3}$

So sánh các giá trị trên, ta có $\max\limits_{\left[1;e^3\right]} y = y(e^2) = \dfrac{4}{e^2}$

Chọn C.

Câu 91. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2x^2+3x+3}{x+1}$ trên đoạn [0;2] lần lượt là M; m.Tính tích M.m

A. 3 B. 1 C. 17 D. 7

Lời giải

Hàm số xác định, liên tục trên đoạn [0; 2]

Ta có $y' = \dfrac{(4x+3).(x+1)-(2x^2+3x+3).1}{(x+1)^2} = \dfrac{2x^2+4x}{\left(x+1\right)^2}$;

$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \quad \notin (0;2) \\ x = -2 \notin (0;2) \end{array}\right.$

$\Rightarrow y(0) = 3;\ y(2) = \dfrac{17}{3}$. Vậy $\max\limits_{x\in[0;2]} y = y(2) = \dfrac{17}{3}$; $\min\limits_{x\in[0;2]} y = y(0) = 3$

Suy ra, M.m= 17.

Chọn C.

Câu 92. Hàm số $y = \dfrac{\sin x + 1}{\sin^2 x + 3}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$ tại điểm có hoành độ bằng

A. $x = -\dfrac{\pi}{2}; x = \dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{6}; x = \dfrac{\pi}{2}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{6}; x = -\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x = 0; x = \dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

TXĐ: D =**R**

Đặt $t = \sin x; (-1 \le t \le 1)$. Khi đó hàm số trở thành:

$y = \dfrac{t+1}{t^2+3} \Rightarrow y' = \dfrac{1.(t^2+3) - (t+1).2t}{(t^2+3)^2} = \dfrac{-t^2 - 2t + 3}{(t^2+3)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -3\,(l) \end{array}\right.$.

Do đó $y(-1) = 0;\ y(1) = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = -1 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = \dfrac{-\pi}{2}$,

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $t = 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2}$

Chọn A.

Câu 93. Hàm số $y = \sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn [0; 4] lần lượt là:

A. $\dfrac{8}{3}; 0$. **B.** $\dfrac{8}{3}; -\dfrac{8}{3}$. **C.** $0; -\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{24}{5}; 0$.

Lời giải

TXĐ: $D = [0; +\infty)$.

Đặt $t = \sqrt{x}; (x \in [0;4] \Rightarrow 0 \le t \le 2)$.

Khi đó hàm số trở thành: $y = t + \dfrac{t}{t+1} \Rightarrow y' = 1 + \dfrac{1}{(t+1)^2} > 0$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến $\forall t \in [0;2]$

$\Rightarrow \min y = y(0) = 0;\ \max y = y(2) = \dfrac{8}{3}$.

Chọn A.

Câu 94. Cho hàm số $y=\dfrac{2\cos^2 x+|\cos x|+1}{|\cos x|+1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Khi đó $M+m$ bằng

A. 4 **B.**1 . **C.** 2 . **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định: D=**R.**

Đặt t=| cos x|; $0\le t\le 1$. Khi đó hàm số đã cho trở thành: $y=\dfrac{2t^2+t+1}{t+1};0\le t\le 1$

Đạo hàm: $y'=\dfrac{(4t+1).(t+1)-(2t^2+t+1).1}{(t+1)^2}=\dfrac{2t^2+4t}{(t+1)^2}$

Xét phương trình y'=0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-2\notin[0;1] \end{array}\right.$

Ta có: f(0)=1; f(1)=2 .

Vậy giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 2 và 1. Do đó, M+ m= 3.

Chọn D

Câu 95. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{mx+1}{x-m}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên [1; 2] bằng – 2. Tìm m?

A. m= 1 B. m= 2 C. m=3 D. m= 4

Lời giải

Tập xác định: D= R \{m}

$f(x)=\dfrac{mx+1}{x-m}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{m(x-m)-mx-1}{(x-m)^2}=\dfrac{-m^2-1}{(x-m)^2}<0,\forall x\ne m$

Suy ra, hàm số nghịch biến trên [1; 2]

$\Rightarrow f(2)\le f(x)\le f(1),\forall x\in[1;2]$

$\Rightarrow \max\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=\dfrac{m+1}{1-m}=-2$

⇔ m+1 = - 2(1- m) ⇔ m+ 1= - 2+ 2m

⇔ m= 3.

Chọn C.

Câu 96. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx+5}{x-m}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [0;1] bằng – 7.

A. m= 1 B. m =-3 C. m= 2 D. m= 4

Lời giải

Tập xác định: D= R\ {m}.

$f(x)=\dfrac{mx+5}{x-m}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{m(x-m)-mx-5}{(x-m)^2}=\dfrac{-m^2-5}{(x-m)^2}<0,\forall x\ne m$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên [0; 1]

$\Rightarrow f(1) \le f(x) \le f(0), \forall x \in [0;1]$

$\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} f(x) = f(1) = \dfrac{m+5}{1-m} = -7$

⇔m+ 5= -7(1- m) ⇔ m+ 5= - 7 + 7m

⇔ 6m = 12 ⇔ m= 2.

Chọn C.

Câu 97. Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{500}{3}m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. Chiều dài 20m; chiều rộng 10 m; chiều cao $\dfrac{5}{6}$ m.

B.Chiều dài 30 m, chiều rộng 15m , chiều cao $\dfrac{10}{27}$ m.

C. Chiều dài 10 m, chiều rộng 5m, chiều cao $\dfrac{10}{3}$ m.

D. Đáp án khác

Lời giải

Gọi x, y, z lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hồ nước (x, y, z > 0)

Theo đề bài ta có : $\begin{cases} x = 2y \\ V = xyz = \dfrac{500}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ z = \dfrac{250}{3y^2} \end{cases}$

Diện tích xây dựng hồ nước là : $S = 2y^2 + \dfrac{500}{y}$

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích xây dựng hồ nước nhỏ nhất

$$S = 2y^2 + \frac{500}{y} = 2y^2 + \frac{250}{y} + \frac{250}{y} \ge 3\sqrt[3]{2y^2.\frac{250}{y}.\frac{250}{y}} = 150$$

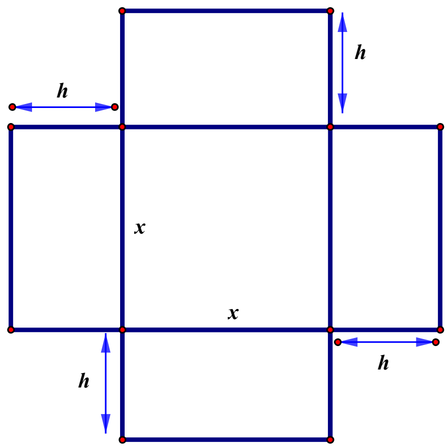
(bất đẳng thức Cô- si cho 3 số dương) .

Suy ra, min S= 150 đạt được khi $2y^2 = \dfrac{250}{y} \Leftrightarrow y = 5$

Suy ra kích thước của hồ là x= 10 m, y= 5m và $z = \dfrac{10}{3}m$

Chọn C.

Câu 98. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các – tông như hình bên dưới. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), đường cao là h (cm) và có thể tích là 500cm^3. Tìm giá trị của x sao cho diện tích của mảnh các – tông đó là nhỏ nhất.



A. x= 5 B. x= 10 C.x= 15 D. x= 20

Lời giải

Thể tích của cái hộp có đáy hình vuông cạnh x(cm), chiều cao h (cm) là:

$$V = x^2.h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}$$

Gọi S(x) là diện tích của mảnh các tông $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{2000}{x}; x > 0$.

(Gồm mặt đáy và 4 mặt xung quanh)

$S'(x) = \frac{2(x^3 - 1000)}{x^2}; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$

Lập bảng biến thiên:

x	0		10		$+\infty$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	$+\infty$	$\searrow$	300	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên diện tích của mảnh cáctông nhỏ nhất khi x= 10.

Chọn B.

Câu 99. Một sợi dây có chiều dài là 6m, được chia thành 2 đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều gần nhất với giá trị nào để diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất

A. 1,13 B. 1 C. 1,25 D. 1,32

Lời giải

Gọi cạnh của tam giác đều là x $(0 < x < 2)$

$\Rightarrow$ Cạnh của hình vuông là $\frac{6-3x}{4}$

$\Rightarrow$ Tổng diện tích của tam giác đều và hình vuông là:

$S(x)=\frac{x^2\sqrt{3}}{4}+\left(\frac{6-3x}{4}\right)^2=\frac{\left(4\sqrt{3}+9\right)x^2-36x+36}{16}$

$s'(x)=\frac{2\left(4\sqrt{3}+9\right)x-36}{16}=0\Leftrightarrow x=\frac{18}{4\sqrt{3}+9}$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		$\frac{18}{4\sqrt{3}+9}$		2
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	S(0)	$\searrow$	MinS(x)	$\nearrow$	S(2)

$\Rightarrow$ S(x) đạt giá trị nhỏ nhất khi x = $\frac{18}{4\sqrt{3}+9}\approx 1,13$

Chọn A.

Câu 100. Gọi M,N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=|x-3|\sqrt{x+1}$ trên đoạn [0; 4]. Tính $M+2N$.

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}$. B. $3+\sqrt{5}$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{5}$

Lời giải

$f(x)=|x-3|\sqrt{x+1}=\sqrt{(x-3)^2(x+1)}$.

Xét hàm số $g(x) = (x-3)^2.(x+1)$ trên [0; 4].

Đạo hàm: $g'(x)= 2(x-3).(x+1) + (x-3)^2 = (x-3).[2(x+1)+x-3] = (x-3).(3x-1)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\in(0;4)\\x=\frac{1}{3}\in(0;4)\end{array}\right.$; $g(0)=9$; $g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{256}{27}$; $g(3)=0$; $g(4)=5$;

$\max\limits_{[0;4]}g(x)=\frac{256}{27}$; $\min\limits_{[0;4]}g(x)=0$; $M=\frac{16\sqrt{3}}{9}$; $N=0$.

Vậy $M+2N=\frac{16\sqrt{3}}{9}$.

Chọn A.