

100 CÂU NHẬN BIẾT ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.
- D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải

Theo định nghĩa về tiệm cận, ta có:

- + $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ nên $y = 1$ là một tiệm cận ngang.
- + $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên $y = -1$ là một tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Chọn C.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.
- C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đáp án B sai vì chọn hàm $y = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & ; x \leq -1 \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^x & ; x \geq 1 \end{cases}$.

Vậy ta chỉ có đáp án C đúng.

Chọn C

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng
 B. Trục hoành và trục tung là hai tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho
 C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y=0$
 D. Hàm số đã cho có tập xác định là $D=(0, +\infty)$.

Lời giải

Theo định nghĩa về tiệm cận, ta có:

+ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

+ Và $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng.

Chọn B

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow 10^+} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-1$ và tiệm cận đứng $x=10$.
 D. Đồ thị hàm số hai tiệm cận ngang là các đường $y=-1$ và $y=10$.

Lời giải

Theo định nghĩa về tiệm cận, ta có

+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ Lại có: $\lim_{x \rightarrow 10^+} f(x) = +\infty$ nên đường thẳng $x=10$ là tiệm cận đứng.

Chọn C

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 10$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=1$ và đường thẳng $x=2$ không phải là tiệm cận đứng.
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$ và tiệm cận đứng $x=2$.
 C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$ và tiệm cận đứng $x=10$.
 D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang nhưng có một tiệm cận đứng $x=2$.

Lời giải

Theo định nghĩa về tiệm cận, ta có:

+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang.

+ Lại có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 10$. nên $x=2$ không phải là tiệm cận đứng.

Chọn A

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $D=(-3;3) \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên các khoảng của tập D và có:

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty.$$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đúng hai TCD là các đường thẳng $x = -3$ và $x = 3$.
 B. Đồ thị hàm số có đúng hai TCD là các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$.
 C. Đồ thị hàm số có đúng bốn TCD là các đường thẳng $x = \pm 1$ và $x = \pm 3$.
 D. Đồ thị hàm số có sáu TCD.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ta có các đường thẳng $x = \pm 1$ và $x = \pm 3$ là các tiệm cận đứng của đồ thị.

Chọn C.

Câu 7. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$
 B. Nếu hàm số $y = f(x)$ không xác định tại x_0 thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = x_0$.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ bất kì có nhiều nhất hai đường tiệm cận ngang.

Lời giải

* A sai vì chỉ cần một trong hai giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ tồn tại thì đã suy ra được tiệm cận ngang là $y = 1$.

* B sai, ví dụ hàm số $y = \sqrt{x^3 - 1}$ không xác định tại $x = -2$ nhưng $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$ không tiến đến vô cùng nên $x = -2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

* C sai vì chỉ cần tồn tại một trong bốn giới hạn sau:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty.$$

* D đúng vì chỉ có hai giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Chọn D.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	-2	$+\infty$	-2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y = -1$ và tiệm cận ngang $x = -2$.
 B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có :

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \end{cases} \text{ nên } x = -1 \text{ là TCD.}$$

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \end{cases} \text{ nên } y = -2 \text{ là TCN.}$$

Chọn D

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'			$+$	0
y	2		1	

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng.
 B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 C. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.
 D. Hàm số không có cực trị.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có nhận xét như sau:

* A đúng vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ nên $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

* B sai vì tại $x = 0$ hàm số không xác định.

* C sai vì hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 1 trên khoảng $(0; +\infty)$ mà không đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 0)$.

* D sai vì đạo hàm y' đổi dấu từ “+” sang “-” khi đi qua điểm $x = 1$ nên $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số.

Chọn A.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	0

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

- * $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên $y=0$ là TCN;
- * $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty$ nên $x=-2$ là TCD;
- * $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$ nên $x=0$ là TCD.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng ba đường tiệm cận.

Chọn C.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'			-	+
y		$+\infty$	2	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

- * $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang;
- * $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = +\infty$ nên $x=-2$ là TCD;
- * $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ nên $x=1$ là TCD.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng hai đường tiệm cận.

Chọn B.

Câu 11. Tìm tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-2}{x+2}.$$

- A. (-2; 2) B. (2; 1) C. (-2; -2) D. (-2; 1)

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Để thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$.

Lại có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+2} = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+2} = 1$; nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

Suy ra giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-2; 1)$.

Chọn D.

Câu 12. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Xét phương trình $x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 4$. Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow -4} y = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+1}{x+4} = \infty$$

Suy ra $x = -4$ là tiệm cận đứng.

$$* \lim_{x \rightarrow 4} y = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+1}{x+4} = \frac{5}{8}$$

Suy ra; $x = 4$ không là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng.

Chọn D.

Câu 13. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-9}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$. Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-2}{x^2-9} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-2}{x^2-9} = +\infty$$

Suy ra $x = 3$ là tiệm cận đứng.

$$* \lim_{x \rightarrow -3^-} y = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x-2}{x^2-9} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -3^+} y = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x-2}{x^2-9} = -\infty$$

Suy ra; $x = -3$ là tiệm cận đứng.

$$* \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{9}{x^2}} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{9}{x^2}} = 0$$

Suy ra, $y = 0$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có đúng ba tiệm cận.

Chọn C.

Câu 14. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y = \frac{1}{x^4 + 1}$. C. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

Lời giải

* Nhận thấy các đáp án B, C, D hàm số có TXĐ: $D = \mathbb{R}$ nên không có tiệm cận đứng.

* Dùng phương pháp loại trừ thì A đúng.

(Thật vậy; hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$ nên $x=0$ là tiệm cận đứng)

Chọn A.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1} & \text{khi } x \geq 1 \\ x & \\ \frac{2x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Ta có:

* $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{x-1} = -\infty$ nên $x=1$ là tiệm cận đứng.

● $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x-1} = 2$ nên $y=2$ là tiệm cận ngang.

● $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = 1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có đúng ba tiệm cận.

Chọn C.

Câu 16. Tìm tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{3x+2}{|x|+1}$.

A. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$ và không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

C. Đồ thị hàm số $f(x)$ có tất cả hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-3$; $y=3$ và không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận ngang và có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$; $x=-1$.

Lời giải

* TXĐ: $D = \mathbb{R}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

*Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{|x|+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{-x+1} = -3$ nên $y=-3$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{|x|+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x+1} = 3$ nên $y=3$ là tiệm cận ngang.

Chọn C

Câu 17. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| - 2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| - 2} = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang.

Xét phương trình $x^2 - |x| - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| - 2} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| - 2} = -\infty \end{cases} \quad \text{nên } x = 2 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| - 2} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} y = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + 1}{x^2 - |x| - 2} = +\infty \end{cases} \quad \text{nên } x = -2 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Chọn D.

Câu 18. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng hai tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{|x| + 2}$. B. $y = \frac{|x| - 2}{x + 1}$. C. $y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x + 1}$. D. $y = \frac{\sqrt{x + 2}}{|x| - 2}$.

Lời giải

* Xét phương án A:

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{|x| + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{2}{x}} = 1;$$

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{|x| + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{-x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{-1 + \frac{2}{x}} = 1. \text{ Vậy A sai.}$$

* Xét phương án B.

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| - 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 1;$$

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1-\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = -1.$$

Vậy B đúng.

* C và D có thể loại trừ vì TXĐ không chứa $-\infty$ và $+\infty$

Chọn B.

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận ngang, không có tiệm cận đứng.
 D. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Lời giải

* Do TXĐ: $D = \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

* Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1 \text{ nên } y=1 \text{ là TCN;}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -1 \text{ nên } y=-1 \text{ là TCN.}$$

Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và có đúng hai tiệm cận ngang.

Chọn C.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

* Ta có $4x^2+2x+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên TXĐ của hàm số là $D = \mathbb{R}$. Do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

* Xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ là TCN;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \text{ là TCN.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

Chọn B.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Lời giải

TXĐ: $D = (-1; 1) \cup (1; +\infty)$. Ta có:

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}(x-1)} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+1}}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\sqrt{x+1}(x-1)} = -\infty \end{cases} \text{ nên } x=1 \text{ là TCĐ;}$$

$$* \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+1}}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x-1)\sqrt{x+1}} = -\infty \text{ nên } x=-1 \text{ là TCĐ;}$$

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 0 \text{ nên } y=0 \text{ là TCN.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận.

Chọn C.

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = [7; +\infty)$.

Vì $x^2 + 3x - 4 \neq 0, \forall x \in D$. Do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn C.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-\sqrt{x-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Tập xác định: $D = [1; +\infty)$.

Do đó ta chỉ xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{3x-\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{3 - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}$ là TCN.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một TCN.

Chọn A.

Câu 24. Gọi n ; d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số đường tiệm cận đứng của đồ

thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $n=d=1$ B. $n=0; d=1$ C. $n=1; d=2$ D. $n=0; d=2$

Lời giải

* Tập xác định: $D = (0; 1)$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$.

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

* Xét phương trình $(x-1)\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$. Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \infty \text{ nên } x=0 \text{ là TCD.}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{\sqrt{x-1}\sqrt{x}} = \infty \text{ nên } x=1 \text{ là TCD.}$$

Vậy $n=0$; $d=2$.

Chọn D.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{9-x^2}}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

+ Tập xác định $D = (-3; 3)$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$. Suy ra đồ thị hàm số

không có tiệm cận ngang.

Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x+3}{\sqrt{9-x^2}} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x+3}{\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{3+x}} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{3-x}} = 0 \text{ nên } x = -3 \text{ không là TCD;}$$

$$* \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+3}{\sqrt{9-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+3}{\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{3+x}} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{3-x}} = +\infty \text{ nên } x = 3 \text{ là TCD.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận. Chọn B.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-16}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3.

Lời giải

* Tập xác định: $D = (-4; 4)$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$. Suy ra đồ thị hàm số

không có tiệm cận ngang.

Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-16} = \lim_{x \rightarrow -4^+} \left(\frac{-1}{\sqrt{16-x^2}} \right) = -\infty \text{ nên } x = -4 \text{ là TCD;}$$

$$* \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-16} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \left(\frac{-1}{\sqrt{16-x^2}} \right) = -\infty \text{ nên } x = 4 \text{ là TCD.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận.

Chọn C.

Câu 27. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3.

Lời giải

+ Tập xác định: $D = [-1; 0) \cup (0; 1]$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$$* \text{ Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = -\infty \end{cases} \text{ nên } x=0 \text{ là TCĐ.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận.

Chọn B.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

* Tập xác định $D = [-\sqrt{3}; \sqrt{3}] \setminus \{1\}$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$$* \text{ Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2} = -\infty \end{cases} \text{ nên } x=1 \text{ là TCĐ.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận.

Chọn B.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x^2}-1}{x^2-3x+2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

* Tập xác định $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$$* \text{ Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{2-x^2}-1}{x^2-3x+2} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{2-x^2}-1}{x^2-3x+2} = 0 \end{cases} \text{ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Chọn A.

Câu 30. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{5x+6}$.

A. $y = \frac{1}{2}$ B. $y = \frac{-6}{5}$ C. $y = \frac{2}{5}$ D. $y=0$

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $\left(-\infty; -\frac{6}{5}\right) \cup \left(-\frac{6}{5}; +\infty\right)$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{5x+6} = \frac{2}{5}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{5x+6} = \frac{2}{5}$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang $y = \frac{2}{5}$.

Chọn C.

Câu 31. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 5 - \frac{2}{x^2}$.

A. $y=0$ B. $y=2$ C. $y=5$ D. Không có tiệm cận ngang

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Cách 1: Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(5 - \frac{2}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 5 - \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{x^2} = 5 - 2 \cdot 0 = 5$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận ngang là $y=5$.

Cách 2: Từ kết luận về tiệm cận ngang của hàm phân thức phía trên ta thấy

$y = 5 - \frac{2}{x^2} = \frac{5x^2 - 2}{x^2}$. Do hàm số là hàm phân thức có bậc tử bằng bậc mẫu nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{5}{1} = 5$

Chọn C.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

* Tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ta có:

+ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên $y=1$ là TCN và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên $y = -1$ là TCN;

+ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-(-x-1)}{\sqrt{(-x-1)(1-x)}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-\sqrt{-x-1}}{\sqrt{1-x}} = 0$ nên $x = -1$ không là TCD;

$$+ \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty \text{ nên } x=1 \text{ là TCD.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng ba tiệm cận. Chọn C.

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1}$. Gọi d ; n lần lượt là số tiệm cận đứng và tiệm cận

ngang của đồ thị hàm số. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $n+d=1$ B. $n+d=2$ C. $n+d=3$ D. $n+d=4$.

Lời giải

$$* \text{ Để căn thức có nghĩa khi } 2x^2-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right).$$

Xét:

$$\sqrt{2x^2-1}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2-1}=1 \Leftrightarrow 2x^2-1=1$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1 \in \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right).$$

Do đó tập xác định của hàm số: $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right) \setminus \{-1; 1\}$.

Ta có

$$+ \lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(\sqrt{2x^2-1}+1)}{2(x^2-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x^2-1}+1}{2(x+1)} = \infty \text{ nên } x = -1 \text{ là TCD;}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{2x^2-1}+1)}{2(x^2-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2-1}+1}{2(x+1)} = \frac{1}{2} \text{ nên } x = 1 \text{ không là TCD;}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ là TCN;}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}-1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ là TCN.}$$

Vậy $d=1$; $n=2$ nên $n+d=3$.

Chọn C.

Câu 34. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x^2-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

$$* \text{ Ta có } y = \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x^2-1} = \frac{|x+1|}{x^2-1} = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{khi } x > -1, x \neq 1 \\ -\frac{1}{x-1} & \text{khi } x < -1 \end{cases}.$$

* Dễ thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

$$* \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x^2 - 1} = 0 \text{ nên } y=0 \text{ là TCN.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận.

Chọn C.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x^4 - 4x^2 + 4}}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- B. Đồ thị hàm số chỉ có duy nhất một đường tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số có duy nhất một đường tiệm cận đứng.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $x=1$.

Lời giải

+ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{2}\}$. Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \text{ nên } y=1 \text{ là TCN;}$$

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^-} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ là TCD;}$$

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^-} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = -\sqrt{2} \text{ là TCD.}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Chọn B.

Câu 36. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ là

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. 3

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Nhận thấy bậc của đa thức tử số nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có: $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x=1; x=-1$ (thỏa mãn không là nghiệm của đa thức tử số). Do đó $x=1$ và $x=-1$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn D

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{7}{2x+5}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng

- A. 2
- B. 3
- C. 1
- D. 0

Lời giải

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$.

* Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = \frac{-5}{2}$.

* Lại có: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{2x+5} = 0$ nên tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn A.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2+mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. Không có giá trị thực nào của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài

B. $0 \leq m \leq 4$ hoặc $m = -\frac{4}{3}$

C. $m \in \left\{ 0; 4; -\frac{4}{3} \right\}$

D. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 4$

Lời giải

Để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 + mx + m = 0$

TH1: có duy nhất một nghiệm khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m = 0 \\ 4 + 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0; m = 4.$

TH2: có một nghiệm bằng 2, một nghiệm khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m \neq 0 \\ 2^2 + 2m + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}$

Chọn C.

Câu 39. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

Lời giải

Ta có $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{(x+1)(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{x+1}{x+4}$.

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} y = \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x+1}{x+4} = -\infty;$$

$$+$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} y = \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x+1}{x+4} = \frac{5}{8}$$

Vậy đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -4$.

Chọn C.

Câu 40. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

A. $x = 3$ và $x = -2$

B. $x = -3$

C. $x = 3$ và $x = 2$

D. $x = 3$

Lời giải

* Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} * \text{Ta có } y &= \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \frac{4x^2-4x+1-x^2-x-3}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\ &= \frac{3x^2-5x-2}{(x-2)(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = \frac{3x+1}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \end{aligned}$$

$$\text{Đến đây ta có } \lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+1}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là $x = 3$.

Chọn D.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+4}{x^2+5x+6}$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x = -2$; $x = -3$ và $y = 0$

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -2$ và $x = -3$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$ và một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$

D. Đồ thị hàm số đã cho chỉ có tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang.

Lời giải

* Vì đây là hàm phân thức có bậc của đa thức tử số nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số nên có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

* Giải phương trình $x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$. Ta thấy với $x = -2$ thì $2x + 4 = 0$

Do vậy $x = -2$ không phải là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho. Do vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Chọn C.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	+	-	+
y		$+\infty$	2	$-\infty$	$-\infty$

Biểu đồ biến thiên chi tiết: Bảng biến thiên trên có các mũi tên chỉ hướng biến thiên của hàm số. Từ $-\infty$ đến -1 , hàm số tăng từ 3 đến $+\infty$. Từ -1 đến 0 , hàm số tiếp tục tăng từ $-\infty$ đến 2 . Từ 0 đến 1 , hàm số giảm từ 2 đến $-\infty$. Từ 1 đến $+\infty$, hàm số tăng từ $-\infty$ đến -3 .

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$ nhưng vẫn đạt cực trị tại $x = 0$
- B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
- C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$.
- D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -3$ và $y = 3$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên; ta thấy hàm số không xác định tại $x = 1$ nên hàm số không thể đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Nên B là khẳng định sai.

Chọn B.

Câu 44. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		+	-
y		3	

Biểu đồ biến thiên chi tiết: Bảng biến thiên trên có các mũi tên chỉ hướng biến thiên của hàm số. Từ $-\infty$ đến 0 , hàm số tăng từ -1 đến 3 . Từ 0 đến $+\infty$, hàm số giảm từ 3 đến 2 .

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

- B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng
 C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.
 D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 2$.

Lời giải

Áp dụng định nghĩa về tiệm cận ngang suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là:
 $y = -1$ và $y = 2$.

Chọn D.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{3}{2x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$.
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $x = \frac{1}{2}$.
 C. Đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 0$.
 D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Đây là hàm số phân thức có bậc của đa thức tử số nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số nên có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

Chọn C.

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào đúng?

- A. Đường tiệm cận ngang của (C) là đường thẳng $y = 2$.
 B. Đường tiệm cận đứng của (C) là đường thẳng $x = 1$.
 C. Đường tiệm cận ngang của (C) là đường thẳng $x = -1$.
 D. Đường tiệm cận đứng của (C) là đường thẳng $y = 2$.

Lời giải

$$* \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2;$$

Do đó, đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang,

* Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty;$$

Suy ra; $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn A.

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-9}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x = 3$ và $x = -3$.
- B. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- D. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

Lời giải

Giải phương trình: $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$

Ta thấy tại $x = 3$ hoặc $x = -3$, đa thức của tử số không xác định nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn C.

Câu 48. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 1
- B. 0
- C. 3
- D. 2

Lời giải

- Đây là hàm số phân thức có bậc của đa thức tử số nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số nên có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

- Giải phương trình: $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

Ta thấy với $x = 1$ hoặc $x = -3$ thì $x+1 \neq 0$, do vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$ và $x = 1$.

Chọn C

Câu 49. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x^2+x-4}$

- A. Chỉ có một tiệm cận ngang.
- B. Một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng
- C. Một tiệm cận ngang và hai tiệm cận đứng

D. Hai tiệm cận đứng

Lời giải

- Đây là hàm số phân thức có bậc của tử thức nhỏ hơn bậc của mẫu thức nên có một tiệm cận ngang là $y=0$.

- Giải phương trình: $x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

Ta thấy với $x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ hoặc $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ thì $2x - 3 \neq 0$, do vậy đồ thị hàm số đã cho có

2 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ và $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$.

Chọn C.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là $x=1$.
- B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=1$; $x=3$.
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=3$.
- D. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Lời giải

- Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x - 3} = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x - 3} = 3$

Nên đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang.

- Giải phương trình: $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

Ta thấy phương trình $3x^2 - 3x + 1 = 0$ vô nghiệm, do vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và $x=-3$.

Chọn A

Câu 51: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x^2-7x+6}$ có số đường tiệm cận là?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 0

Lời giải

- Đây là hàm số phân thức có bậc của tử thức nhỏ hơn bậc của mẫu thức nên có một tiệm cận ngang là $y=0$.

- Giải phương trình: $x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases}$

Ta thấy với $x = 1$ hoặc $x = 6$ thì $3x - 1 \neq 0$, do vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và $x = 6$.

Chọn C.

Câu 52: Cho hàm số $y = \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3}$ có đồ thị là (C). Gọi m là số tiệm cận của (C) và n là giá trị của hàm số tại $x = 1$ thì tích mn là:

A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{14}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{4 - \frac{3}{x^2}}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2}$$

Do đó, đồ thị có tiệm cận ngang $y = \frac{3}{2}$

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4 - \frac{3}{x^2}}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{1 - 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

Lại có: hàm số có tiệm cận đứng là $x = -\frac{3}{2}$

Suy ra, hàm số đã cho có ba tiệm cận.

- Mà $f(1) = \frac{2}{5}$.

Từ đó, $m \cdot n = \frac{6}{5}$

Chọn A.

Câu 53. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+6}}$ là:

A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+6}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{6}{x^2}}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+6}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1+\frac{6}{x^2}}} = -1$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Chọn C.

Câu 54: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đồ thị hàm số chỉ có hai tiệm cận trong đó có tiệm cận ngang là $y=-1$, có tiệm cận đứng là $x=0$.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$, có tiệm cận đứng là $x=0$.

D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=1$, có tiệm cận đứng là $x=0$.

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}{1} = -1$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

- Điều kiện xác định của hàm số là: $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$

Do vậy, $x=0$ không phải là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn B

Câu 55. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}}$:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}} = -2$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

- Giải phương trình: $\sqrt{x^2+x+2}=0 \Rightarrow x \in \emptyset$

Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn C

Câu 57: Đồ thị hàm số nào dưới đây có đúng hai đường tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{\sqrt{x^2-x}}{|x|+2}$

B. $y = \frac{|x|-2}{x+1}$

C. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+1}$

D. $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$

Lời giải

* Phương án A. Sai:

$$\text{Vì: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-x}}{|x|+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{1+\frac{2}{x}} = 1 ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-x}}{|x|+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{-1+\frac{2}{x}} = 1$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-x}}{|x|+2}$ có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

* Phương án B. Đúng: Vì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x|-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = 1 ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1-\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = -1$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{|x|-2}{x+1}$ có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

* Phương án C. Sai:

Vì: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+1}$ không tồn tại.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+1}$ không tồn tại. (do tập xác định $D = [-2; 2] \setminus \{-1\}$).

Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

* Phương án D. Sai:

Vì: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{2}{x}} = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$ không tồn tại.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

Chọn B.

Câu 58. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -1$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Chọn C.

Câu 59. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3x^2+2}}{\sqrt{2x+1-x}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận (gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2}}{\sqrt{2x+1} - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3 + \frac{2}{x^2}}}{\sqrt{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} = -\sqrt{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2}}{\sqrt{2x+1} - x} \text{ không tồn tại (do tập xác định của hàm số } D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)).$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -\sqrt{3}$.

- Giải phương trình: $\sqrt{2x+1} - x = 0$

Điều kiện xác định: $x \geq -\frac{1}{2}$

$$PT \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x+1 = x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} + 1$$

Ta thấy với $x = \sqrt{2} + 1$ thì $\sqrt{3x^2 + 2} \neq 0$, do vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \sqrt{2} + 1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Chọn D.

Câu 60. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 2}$?

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{x}}}{1 - \frac{2}{x}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{2}{x}}}{1 - \frac{2}{x}} = -1$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

- Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Giải phương trình: $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

Ta thấy với $x=2$ thì $\sqrt{x^2+2x} \neq 0$, do vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

Chọn D.

Câu 61. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-1}$. Đồ thị hàm số có mấy tiệm cận?

A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = -1$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

- Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

Giải phương trình: $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta thấy với $x=1$ thì tử thức không xác định nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1^+} y$.

Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn C.

Câu 62. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -1$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Chọn C.

Câu 63. Đồ thị của hàm số nào sau đây có ba đường tiệm cận?

A. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

B. $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$

C. $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-2x-3}$

D. $y = \frac{x+3}{2x-1}$

Lời giải

* Phương án A. Sai vì:

- Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}} = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}} = -1$$

⇒ Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

- Giải phương trình: $\sqrt{x^2-4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$

Ta thấy với $x=2$ hoặc $x=-2$ thì $x \neq 0$.

Do vậy $x=2$ và $x=-2$ là 2 phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

* Phương án B. Đúng vì:

$$\text{- Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^2}}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2} \text{ không tồn tại.}$$

⇒ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

$$\text{- Giải phương trình: } x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta thấy với $x = 1$ hoặc $x = 2$ thì $\sqrt{x} \neq 0$, do vậy $x = 1$ và $x = 2$ là 2 phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

* Phương án C. Sai vì:

- Tương tự câu B, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

$$\text{- Giải phương trình: } x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta thấy với $x = 1$ thì đa thức tử số không xác định và với $x = 3$ thì $\sqrt{x} \neq 0$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

* Phương án D. Sai vì đây là hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất nên đều có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Chọn B.

Câu 64: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}} = -2$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

- Giải phương trình: $\sqrt{x^2-2x-3}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$

Ta thấy với $x=-1$ hoặc $x=3$ thì $2x-3 \neq 0$, do vậy $x=-1$ và $x=3$ là 2 đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn C

Câu 65: Đồ thị hàm số nào sau đây chỉ có 1 đường tiệm cận.

A. $y = \sqrt{x^2-4x+10} + x$ B. $y = \frac{x-1}{x+1}$ C. $y = \frac{-1}{x}$ D. $y = \frac{x^2+x+1}{x^2-4}$

Lời giải

* Phương án A. Ta có:

$$y = \sqrt{x^2-4x+10} + x = \frac{x^2-4x+10-x^2}{\sqrt{x^2-4x+10}-x} = \frac{-4x+10}{\sqrt{x^2-4x+10}-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-4x+10} + x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x+10}{\sqrt{x^2-4x+10}-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4+\frac{10}{x}}{-\sqrt{1-\frac{4}{x}-\frac{10}{x^2}}-1} = 2$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Chọn A.

Câu 66. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$ D. $m > 2$

Lời giải

- Đây là hàm số phân thức có bậc của đa thức tử số nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số nên có một tiệm cận ngang là $y=0$.

- Để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 2 tiệm cận đứng hay phương trình $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-1)^2 - 2.m.(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 1 + 2m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 67. Cho hàm số: $y = \frac{mx+1}{x+3n+1}$. Đồ thị hàm số nhận trục hoành và trục tung làm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng. Khi đó tổng $m+n$ bằng:

A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 0

Lời giải

* Đây là hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y = m$, 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3n - 1$.

* Để đồ thị hàm số nhận trục hoành và trục tung làm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng thì

$$\begin{cases} m = 0 \\ -3n - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow m + n = -\frac{1}{3}$$

Chọn A.

Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận

A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \\ m < \frac{1}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \neq -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \\ m < \frac{1}{5} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{3} \end{cases}$

Lời giải

+ Nếu $m=0$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = -\frac{1}{2}$.

Nếu $m \neq 0$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Suy ra, với mọi giá trị của m đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang.

+ Để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 2 tiệm cận đứng hay phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$ là phương trình bậc hai có 2 nghiệm phân biệt $\neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 1 - 3m > 0 \\ 1.m - 2.1 + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{3} \\ m \neq -1 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 69. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2+4x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba tiệm cận?

- A. $m > 4$ và $m \neq 3$ B. $m < 4$ C. $m < 4$ và $m \neq 3$ D. $m \neq 3$

Lời giải

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{x^2+4x+m} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{x^2+4x+m} = 0;$$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

* Để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 2 tiệm cận đứng hay phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác -3 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-3)^2 + 4 \cdot (-3) + m \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ 9 - 12 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq 3 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 70. Tìm tất cả giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2+3mx+1}}{x+2}$ có đúng ba tiệm cận.

- A. $0 < m < \frac{1}{2}$ B. $0 < m \leq \frac{1}{2}$ C. $m \leq 0$ D. $m \geq \frac{1}{2}$

Lời giải

- Điều kiện xác định $\begin{cases} mx^2 + 3mx + 1 \geq 0 \\ x \neq -2 \end{cases}$

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{m + \frac{3m}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{2}{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{m + \frac{3m}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{2}{x^2}}$$

- Giải phương trình: $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Vậy để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 2 tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \sqrt{m}$ và $y = -\sqrt{m}$ (với $m > 0$) và 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (-2)^2 \cdot m + 3 \cdot (-2) \cdot m + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4m - 6m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$$

Chọn A.

Câu 71. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-m}}{x-1}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$ B. $(-\infty; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$

Lời giải

- Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-m}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{m}{x}}}{1 - \frac{1}{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x-m}}{x-1} \text{ không tồn tại.}$$

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

- Giải phương trình: $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có 1 tiệm cận đứng hay $x = 1$ là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - m \neq 0 \text{ khi } x=1 \Leftrightarrow m \neq 1$$

Vậy $m \in (-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.

Chọn A.

Câu 72. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-1}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m \notin \{-1; 1\}$

B. $m \neq 1$

C. $m \neq -1$

D. Không có m

Lời giải

Giải phương trình: $x - m = 0$ hay $x = m$.

Để đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng thì đường thẳng $x = m$ phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:

$$\Leftrightarrow mx - 1 \neq 0 \text{ khi } x = m \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \notin \{-1; 1\}$$

Chọn A.

Câu 73. Biết đồ thị $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 0$. Tính $a + b$

A. 6

B. 7

C. 8

D. 10

Lời giải

* Đây là hàm số phân thức bậc hai trên bậc hai nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a - 2b$.

Theo giả thiết, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$ nên $a - 2b = 0$ (1)

* Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} PT \ x^2 + x - b = 0 \text{ có 1 nghiệm } x = 1 \\ (a - 2b)x^2 + bx + 1 \neq 0 \text{ khi } x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - b = 0 \\ a - 2b + b + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a \neq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 6$.

Chọn A.

Câu 74. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^2 + 4x + m} \text{ có hai đường tiệm cận đứng.}$$

- A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $\begin{cases} m < 4 \\ m \neq -5 \end{cases}$ D. $m > -5$

Lời giải

Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 + 4 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ m + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq -5 \end{cases}$$

Chọn C

Câu 75. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có 2 tiệm cận đứng

- A. $m < 1$ và $m \neq -8$ B. $m \neq 1$ và $m \neq -8$
C. $m > 1$ và $m \neq -8$ D. $m > 1$

Lời giải

$$\text{Giải phương trình: } x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 - 2 + m \neq 0 \\ (-2)^2 - 2 \cdot (-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m > 0 \\ m \neq 1 \\ m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -8 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 76. Giá trị của m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+m}$ đi qua điểm $M(2;3)$

là:

- A. 0 B. -2 C. 2 D. 3

Lời giải

$$\text{Giải phương trình } 2x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng thì hàm số phải không suy biến, tức là phương trình

$x + m = 0$ không nhận $x = -\frac{1}{2}$ làm nghiệm. Tức là :

$$\frac{-1}{2} + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$$

+ Với điều kiện đó, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -m$.

Để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2; 3)$ thì :

$$-m = 2 \text{ hay } m = -2.$$

Chọn B.

Câu 77: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$. Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì tất cả các giá trị của tham số m là:

- A. $m = 0$ B. $m = 1; m = 0$ C. $m = 1$ D. Không tồn tại m

Lời giải

Giải phương trình: $x - m = 0 \Leftrightarrow x = m$.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phương trình $2x^2 - 3x - m = 0$ có 1 nghiệm $x = m \Leftrightarrow 2m^2 - 3m + m = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m = 0$

$$\Leftrightarrow 2m(m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Chọn B

Câu 78. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 6

Lời giải

Tập xác định: $D = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-1; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$. Ta có:

- * $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên $y = 1$ là TCN.
- * $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^-} y = +\infty \Rightarrow x = -\sqrt{2}$ là TCD.
- * $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên $x = -1$ là TCD.
- * $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên $x = 1$ là TCD;
- * $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} y = +\infty \Rightarrow x = \sqrt{2}$ là TCD.

Vậy hàm số đã cho có tất cả năm đường tiệm cận.

Chọn C.

Câu 79. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt[3]{x^4 - 1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt[3]{x^4 - 1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt[3]{x^4 - 1}} = -\frac{3}{4} \text{ nên } x=1 \text{ không là TCD.}$$

$$* \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt[3]{x^4 - 1}} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt[3]{x^4 - 1}} = +\infty \end{cases} \text{ nên } x = -1 \text{ là TCD.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

Chọn B.

Câu 80. Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} \right) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1 \right) = +\infty \end{cases}$$

Vậy đồ thị có một đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Chọn C.

Câu 81. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx - 1}{2x + m}$ có đường tiệm cận đứng đi qua điểm $M(-1; \sqrt{2})$.

- A. $m = 2$ B. $m = 0$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$$* \text{ Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-\frac{m}{2})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\frac{m}{2})^-} \frac{mx-1}{2x+m} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-\frac{m}{2})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\frac{m}{2})^+} \frac{mx-1}{2x+m} = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{m}{2} \text{ là TCĐ.}$$

$$\text{Do đó ycbt } \Leftrightarrow -\frac{m}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn A.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2m^2x-5}{x+3}$ nhận đường thẳng $y=8$ làm tiệm cận ngang.

A. $m=2$ B. $m=-2$ C. $m=\pm 2$ D. $m=0$

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2m^2x-5}{x-3} = 2m^2$$

Suy ra đường thẳng $y=2m^2$ là TCN.

$$\text{Do đó, theo giả thiết ta có } 2m^2 = 8 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Chọn C.

Câu 83. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$ nhận hai trục tọa độ làm hai đường tiệm cận. Tính tổng $S=m+n$

A. $S=2$ B. $S=0$ C. $S=1$ D. $S=-1$

Lời giải

Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n} = m-2n-3 \text{ nên } y=m-2n-3 \text{ là TCN.}$$

$$* \left| \lim_{x \rightarrow (n+m)^+} y \right| = +\infty \text{ nên } x=m+n \text{ là TCĐ.}$$

$$\text{Từ giả thiết, ta có } \begin{cases} m+n=0 \\ m-2n-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases}$$

$$\text{Do đó, } m+n=0.$$

Chọn B.

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=0$ B. $m=1; m=2$ C. $m=0; m=1$ D. $m=1$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Ta có } y = \frac{(x-m)(2x+2m-3)+2m(m-1)}{x-m} = 2x+2m-3 + \frac{2m(m-1)}{x-m}.$$

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì các giới hạn $\lim_{x \rightarrow m^{\pm}} y$ tồn tại hữu hạn :

$$\Leftrightarrow 2m(m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=0 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$ có ba đường tiệm cận.

- A. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
 B. $m \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; -2\right)$.
 C. $m \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; -2\right) \cup (2; +\infty)$.
 D. $m \in (2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 4} = 0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang với mọi m .

Do đó ycbt trở thành phương trình $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-1)^2 - 2m \cdot (-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 2m + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{3x^2 - 2ax + a}$ có đúng một tiệm cận đứng.

- A. $a = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$.
 B. $a=0$; $a=3$
 C. $a=1$; $a=2$
 D. $a=2$; $a=-2$

Lời giải

Để đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình:

$$3x^2 - 2ax + a = 0 \text{ có nghiệm duy nhất}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = a^2 - 3a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=3 \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x^2 - 4x + m}$ có đúng một tiệm cận ngang và đúng một tiệm cận đứng.

- A. $m < 4$
 B. $m > 4$
 C. $m = 4$; $m = -12$
 D. $m \neq 4$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x^2 - 4x + m} = 0$ nên $y=0$ là TCN với mọi m .

Ycbt trở thành phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng -2 :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - m = 0 \\ \Delta' = 4 - m > 0 \\ (-2)^2 - 4(-2) + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -12 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x^2 - 4x + m}$ có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng.

- A. $m = -12$ B. $m > 4$ C. $m = -12; m > 4$ D. $m \neq 4$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x^2 - 4x + m} = 0$ nên $y = 0$ là TCN với mọi m .

Do đó để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng thì phương trình:

$$x^2 - 4x + m = 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' = 4 - m < 0 \Leftrightarrow m > 4.$$

Chọn B.

Câu 89. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để

hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai tiệm cận đứng.

- A. 2018 B. 2019 C. 2020 D. 2021

Lời giải

Để đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình:

$$x^2 - 4x + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } -2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ m + 12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq -12 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[m \in [-2017; 2017]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2017; \dots; 0; 1; 2; 3\} \setminus \{-12\}.$$

Vậy có tất cả 2020 giá trị nguyên thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2 + 1}}$

có hai tiệm cận ngang

- A. $0 < m < 7$ B. $m < 0$ C. $m > 7$ D. $m > 0$.

Lời giải

Khi $m > 0$ ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{m}} \text{ là TCN}$$

$$* \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{|x| \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \frac{-1 - \frac{1}{x}}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{m}} \text{ là TCN.}$$

Với $m=0$ thì hàm số trở thành $y=x+1$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $m<0$ thì hàm số có tập xác định là một đoạn nên đồ thị hàm số không có TCN.

Vậy với $m>0$ thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Chọn D.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x + \sqrt{mx^2 + 4}}$ có đúng một tiệm cận ngang.

A. $m=0$; $m=1$

B. $m \geq 0$.

C. $m=1$

D. $m=0$

Lời giải

Ta có:

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x + \sqrt{mx^2 + 4}} = \frac{1}{1 + \sqrt{m}} \text{ với } m \geq 0;$$

$$* \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x + \sqrt{mx^2 + 4}} = \frac{1}{1 - \sqrt{m}} \text{ với } m \geq 0, m \neq 1.$$

$$+ \text{ Nếu } m=1 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-3)(\sqrt{x^2+4}-x)}{4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \cdot \frac{\left(1 - \frac{3}{x}\right) \left(-\sqrt{1 + \frac{4}{x^2}} - 1\right)}{4} = -\infty,$$

suy ra hàm số chỉ có đúng một TCN là $y = \frac{1}{2}$ (do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2}$ khi $m=1$).

Do đó giá trị $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$+ \text{ Nếu } \begin{cases} m \geq 0 \\ m \neq 1 \end{cases}, \text{ để đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \sqrt{m}} = \frac{1}{1 - \sqrt{m}} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy $m=0$; $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A

Câu 92. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + 2(m-1)x + m^2}}$ với m là tham số thực và $m > \frac{1}{2}$. Hỏi đồ

thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

* Khi $m > \frac{1}{2}$ thì phương trình $x^2 + 2(m-1)x + m^2 = 0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + 2(m-1)x + m^2}} = 1 \text{ nên } y=1 \text{ là TCN.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + 2(m-1)x + m^2}} = -1 \text{ nên } y = -1 \text{ là TCN.}$$

Vậy đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận.

Chọn B.

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$ có

đường tiệm cận ngang.

A. $m = 0$

B. $m < 0$

C. $m > 0$

D. $m > 1$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$ có đường tiệm cận ngang khi và chỉ khi các giới hạn

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ tồn tại hữu hạn. Ta có:

• Với $m = 0$ thì $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{3}}$. Khi đó $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \end{cases}$ suy ra đồ thị không có TCN.

• Với $m < 0$, khi đó hàm số có tập xác định $D = \left(-\sqrt[4]{-\frac{3}{m}}; \sqrt[4]{-\frac{3}{m}} \right)$ nên ta không xét trường

hợp $x \rightarrow +\infty$ hay $x \rightarrow -\infty$ được.

Do đó hàm số không có tiệm cận ngang.

• Với $m > 0$, khi đó hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{2}{x^2} \right)}{x^2 \sqrt{m + \frac{3}{x^4}}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{2}{x^2}}{\sqrt{m + \frac{3}{x^4}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{m}} \text{ là TCN.}$$

Chọn C.

Câu 94. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1 - 5\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị:

A. $y = 0$

B. $x = 0$

C. $x = 1$

D. $y = 1$

Lời giải

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$ vì:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - 5\sqrt{x}) = 1 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} x\sqrt{x} = 0 \\ x\sqrt{x} > 0, \forall x > 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1 - 5\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} \right) = +\infty$$

Chọn B.

Câu 95. Cho $y = \frac{2x+1}{3x-2}$. Tính diện tích tam giác tạo bởi đường tiệm cận của hàm số đã cho và đường thẳng $y = 2x + 1$?

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{25}{18}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{25}{36}$

Lời giải

- Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng ; tiệm cận ngang lần lượt là $x = \frac{2}{3}; y = \frac{2}{3}$
 - Ta có: $O\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho.
 - Gọi A, B lần lượt là giao điểm của tiệm cận đứng $x = \frac{2}{3}$ và tiệm cận ngang $y = \frac{2}{3}$ của đồ thị hàm số với đường thẳng $y = 2x + 1$.
 - Thay $x = \frac{2}{3}$ vào $y = 2x + 1$ ta được: $2 \cdot \frac{2}{3} + 1 = \frac{7}{3} \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$
 - Thay $y = \frac{2}{3}$ vào $y = 2x + 1$ ta được: $2x + 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{-1}{6} \Rightarrow B\left(-\frac{1}{6}; \frac{2}{3}\right)$
 - Từ những điều trên ta có: $|OB| = \left|\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right| = \frac{5}{6}$ và $|OA| = \left|\frac{7}{3} - \frac{2}{3}\right| = \frac{5}{3}$
- $$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

Chọn D

Câu 96. Cho (C): $y = \frac{ax+2}{2x-3a}$. Đặt M là tâm đối xứng của (C), N là giao điểm của tiệm cận đứng và trục hoành, O là gốc tọa độ, P là giao điểm tiệm cận ngang và trục tung. Hình chữ nhật MNOP có diện tích là 4. Tính tất cả các giá trị của a,

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $\pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. 4

Lời giải

Ta có: $x = \frac{3a}{2}$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{a}{2}$ là tiệm cận ngang của (C)

Diện tích hình chữ nhật MNOP : $S = xy = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{3a^2}{4}$

Do đó $\frac{3a^2}{4} = 4 \Leftrightarrow a = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$

Chọn C

Câu 97. Với giá trị nào của m thì $C_1 : y = \frac{x+2}{2mx+m^2}$ và $C_2 : \frac{x-3}{m^2x+2m}$ sẽ có chung tâm đối xứng?

A. $m = -2$

B. $m = 2$

C. $m = 0$

D. Không có giá trị m thỏa mãn

Lời giải

* Ta thấy rằng với $m = 0$, cả hai hàm số $y = \frac{x+2}{2mx+m^2}$ và $y = \frac{x-3}{m^2x+2m}$ đều không xác định $\Rightarrow m \neq 0$

* Với $m \neq 0$, $x = \frac{-m}{2}$ và $x = \frac{-2}{m}$ lần lượt là tiệm cận đứng, $y = \frac{1}{2m}$ và $y = \frac{1}{m^2}$ lần lượt là tiệm cận ngang của (C_1) và (C_2)

* Xét: $\frac{-2}{m} = \frac{-m}{2} \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (1)

Và: $\frac{1}{2m} = \frac{1}{m^2} \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ (2)

Kết hợp (1) và (2) $\Rightarrow m = 2$

Chọn B

Câu 98. Cho $C : y = \frac{(m+1)x-2}{m^2x+2m}$. Định m để C có tiệm cận ngang trùng với tiệm cận

ngang $C_1 : y = \frac{2x-2}{x+1}$?

A. $\frac{-1}{2}$

B. 0

C. -1

D. 2

Lời giải

- Xét $C_1: y = \frac{2x-2}{x+1}$, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của (C_1)

- Xét $C: y = \frac{(m+1)x-2}{m^2x+2m}$

Với $m = 0$, hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{m^2x+2m}$ không xác định $\forall x \in \mathbb{R}$, ta loại B

Với $m = -1$, ta được hàm số $y = \frac{-2}{x-2}$

Đồ thị hàm số trên nhận đường thẳng $y = 0 \neq y = 2$ là tiệm cận ngang, ta loại C.

Với $m \neq 0$ và $m \neq -1$, xét $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m+1)x+2}{2mx+m^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m+1-\frac{2}{x}}{m^2+\frac{2m}{x}} = \frac{m+1}{m^2}$

Để (C_2) nhận $y = 2$ làm tiệm cận ngang thì $\frac{m+1}{m^2} = 2 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Xét các đáp án, chỉ có A thỏa $m = \frac{-1}{2}$

Chọn A

Câu 99. Cho $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có:

- A. $x = -3$ là tiệm cận đứng, $y = 2$ là tiệm cận ngang
- B. $x = 3$ là tiệm cận đứng, $y = -2$ là tiệm cận ngang
- C. $x = -3$ là tiệm cận đứng, $y = 5$ là tiệm cận ngang
- D. $x = -3$ là tiệm cận đứng, $y = 0$ là tiệm cận ngang

Lời giải

Ta có: $y = f'(x) = \frac{5}{(x+3)^2}$

- Xét $(x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^+} 5 = 5 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -3^-} (x+3)^2 = 0 \\ (x+3)^2 > 0, \forall x > -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3} y = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5}{(x+3)^2} = +\infty$$

$$\Rightarrow x = -3 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = \frac{5}{(x+3)^2}$$

$$\text{- Đồng thời: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{(x+3)^2} = 0$$

$$\Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số } y = \frac{5}{(x+3)^2}$$

Chọn D

Câu 100. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(3) = 1$ và đồ thị của nó có hai tiệm cận đứng đối xứng qua gốc tọa độ?

$$A. y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$B. y = \frac{x+2}{x^2 - 4}$$

$$C. y = \frac{x^2 - 6}{x+4}$$

$$D. y = \frac{x-3}{x^2 - 2x - 3}$$

Lời giải

Đề ý thấy các đáp án đều là hàm số có dạng $y = \frac{f(x)}{g(x)}$

* Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng nên phương trình $g(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

Đồng thời vì các tiệm cận đứng đối xứng qua gốc tọa độ nên $x_1 + x_2 = 0$

Do đó, ta loại được C và D

* Xét với $f(x) = y = \frac{x}{x^2 - 1}$, ta có: $f(3) = \frac{3}{3^2 - 1} = \frac{3}{8} \neq 1 \Rightarrow$ loại A

Như vậy chỉ còn đáp án B

Ta có thể kiểm tra lại: $f(x) = y = \frac{x+2}{x^2 - 4} \Rightarrow f(3) = \frac{3+2}{3^2 - 4} = 1$ (thỏa mãn)

Chọn B