

100 CÂU VẬN DỤNG ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 1. Giá trị của m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{mx^2-1}$ là $x = \frac{1}{2}$

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = 4$ D. $m \neq 4$

Lời giải

Để đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi:

$$m \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 4$$

Chọn C.

Câu 2. Giá trị của m để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2+2x-1}{2x^2+3}$ là $y = 2$

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = 4$ D. $m = -4$

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2+2x-1}{2x^2+3} = \frac{m}{2}$

Do đó; để đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi:

$$\frac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 4$$

Chọn C.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$
 B. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = \pm 1$
 C. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$ và $y = -1$.
 D. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $x = \pm 1; y = 1$

Lời giải

Ta có;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -1.$$

Do đó; đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

Chọn C.

Câu 4. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang:

A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 1}$

B. $y = \frac{1}{x-1}$

C. $y = \frac{x^2 + 1}{x-1}$

D. $y = \frac{2x-2}{x}$

Lời giải

* Cách 1: Xét phương án C; ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}} = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}} = +\infty$$

Do đó, đồ thị hàm số này không có tiệm cận ngang.

Cách 2. Cho một hàm số phân thức; nếu bậc cao nhất của tử lớn hơn bậc cao nhất của mẫu thức thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn C.

Câu 5. Số các đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{2x-1}{3-x^2}$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

$$* \text{ Phương trình } 3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Do đó, đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = \sqrt{3}; x = -\sqrt{3}$

$$* \text{ Lại có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{3-x^2} = 0$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Chọn D.

Câu 6. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - mx + 1}$ có ba đường tiệm cận

A. $m > 2$ hoặc $m < -2$

B. $m > 2$ hoặc $m < -1$

C. $m > 1$ hoặc $m < -1$

D. Đáp án khác

Lời giải

$$* \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x^2 - mx + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{m}{x} + \frac{1}{x^2}} = 0$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$.

* Bài toán trở thành tìm m để đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng. Điều này xảy ra khi và chỉ khi

Phương trình: $x^2 - mx + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0 \\ 1^2 - m \cdot 1 + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$$

Vậy để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi $m < -2$ hoặc $m > 2$.

Chọn A.

Câu 7. Số các đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ là:

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Lời giải

* Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = -\infty$

\Rightarrow đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{x-1} = 2$$

Suy ra; đường thẳng $x = -1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = 1$$

Suy ra; tiệm cận ngang là $y = 1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 2 đường tiệm cận,

Chọn B.

Câu 8. Số các đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

* Hàm số đã cho luôn xác định với mọi giá trị của x nên đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

* Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 + \frac{3}{x}\right)}{|x| \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{-\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = -1;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{3}{x}\right)}{|x| \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 1$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả hai đường tiệm cận,

Chọn C.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x+n}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(3; -1)$.

Tính $m+n$

A. -1

B. -3

C. -2

D. 3

Lời giải

* Do đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=2$ nên ta có:

$$2+n=0 \Leftrightarrow n=-2.$$

Khi đó; hàm số đã cho có dạng $y = \frac{mx+2}{x-2}$

* Lại có; điểm $A(3; -1)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có:

$$-1 = \frac{3m+2}{3-2} \Leftrightarrow -1 = 3m+2 \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m+n = -1 + (-2) = -3$

Chọn B

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có tiệm cận ngang là $y=4$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;0)$

thì hiệu $a-b$ bằng:

A. 2

B. 4

C. -2

D. -4

Lời giải

Do đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=4$ nên ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a.x+b}{x+1} = a = 4$$

Khi đó; hàm số đã cho có dạng: $y = \frac{4x+b}{x+1}$

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2; 0)$ nên ta có:

$$0 = \frac{4.(-2)+b}{-2+1} \Leftrightarrow -8+b=0 \Leftrightarrow b=8$$

Suy ra; $a-b = -4$

Chọn D.

Câu 11. Gọi x, y, z lần lượt là số các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau: $y = \frac{1-2x}{x-4}$,

$$y = \frac{-x-2}{x^2-3}, y = \frac{25}{2x^2-3x+4}. \text{ Bất đẳng thức nào sau đây đúng?}$$

- A. $x < y < z$ B. $y < x < z$ C. $z < x < y$ D. $z < y < x$

Lời giải

Ta tìm số đường tiệm cận của từng đồ thị hàm số.

+ Xét hàm số $y = \frac{1-2x}{x-4}$ có tiệm cận đứng là $x = 4$ và tiệm cận ngang $y = -2$.

$$\Rightarrow x = 2.$$

+ Xét hàm số $y = \frac{-x-2}{x^2-3}$ có tiệm cận đứng là $x = \sqrt{3}; x = -\sqrt{3}$ và tiệm cận ngang là $y = 0$.

$$\text{Do đó } y = 3$$

+ xét hàm số $y = \frac{25}{2x^2-3x+4}$

Không có tiệm cận đứng và có tiệm cận ngang là $y = 0$.

$$\text{Do đó; } z = 1.$$

$$\text{Vậy } z < x < y.$$

Chọn C.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{4x+2}{mx+2}$. Với giá trị nào của m thì hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$?

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+2}{mx+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot (4 + \frac{2}{x})}{x \cdot (m + \frac{2}{x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2}{x}}{m + \frac{2}{x}} = \frac{4}{m}$$

Do đó, để đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số thì:

$$\frac{4}{m} = 2 \Leftrightarrow m = 2$$

Chọn C.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{mx+4}$. Với giá trị nào của m thì hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$?

- A. $m=1$ B. $m=2$ C. $m=-2$ D. Không có giá trị thỏa mãn.

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là:

$$2m+4 \neq 2+m \Leftrightarrow m \neq -2$$

Khi đó; để đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì :

$$2m+4 = 0 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (không thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-9}}$ có:

- A. Có 1 tiệm cận đứng, không có tiệm cận ngang
 B. Không có tiệm cận đứng, có tiệm cận ngang
 C. Không có tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang
 D. Có 2 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang

Lời giải

$$* \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{|x| \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} = 1$$

Do đó; đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là $y=1$.

$$+ \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-9}} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-9}} = +\infty; \text{ nên đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận đứng là } x=3 \text{ và } x=-3.$$

Chọn D.

Câu 15. Với giá trị nào của m thì đồ thị $y = \frac{mx+1}{x+2}$ có 2 đường tiệm cận

- A. $m \neq \frac{-1}{2}$ B. $m > 2$ C. $m \neq 2$ D. $m \neq -2$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{2}$

+ Với điều kiện trên; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$.

+ Do $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx + 1}{x + 2} = m$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m$.

Vậy nếu $m \neq \frac{-1}{2}$ thì đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận

Chọn A.

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$. Tìm m để đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; 1)$ làm tâm đối xứng.

- A. $m = 1$ B. $m \neq -1$ C. $m \neq 1$ D. $m > 1$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $1 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

Với điều kiện trên; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.

Do đó, tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(1; 1)$ (là giao điểm của hai đường tiệm cận).

Chọn B.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{mx+6}{x-2}$. Tìm m để đồ thị hàm số nhận điểm $I(2; 2)$ làm tâm đối xứng

- A. $m = 2$ B. $m = 3$ C. $m = -3$ D. $m = -2$

Lời giải

+ Điều kiện để hàm số không bị suy biến là: $2m + 6 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -3$

+ Với điều kiện trên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = m$.

Khi đó, tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $A(2; m)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

+ Do đó, để điểm $I(2; 2)$ khi và chỉ khi $m = 2$.

Chọn A.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{mx+6}$. Tìm m để đồ thị hàm số nhận điểm $I(3; 1)$ làm tâm đối xứng của đồ thị?

- A. $m=1$ B. $m=-2$ C. $m=-1$ D. Không có giá trị nào thỏa mãn.

Lời giải

+ Điều kiện để hàm số không bị suy biến là: $2m+6 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -3$ và $m \neq 0$

+ Với điều kiện trên; đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{m}$ và tiệm cận đứng là $x = \frac{-6}{m}$

+ Để điểm $I(3;1)$ làm tâm đối xứng của đồ thị nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{m} = 1 \\ \frac{-6}{m} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Do đó; không có giá trị nào của m thỏa mãn đầu bài.

Chọn D.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Số các phát biểu đúng trong các phát biểu sau là ?

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
y'	-		+ 0 -		-
y	$+\infty$		4		$+\infty$
		↘	↗	↘	↘
			2	$-\infty$	
					5

- 1) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng
- 2) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang
- 3) Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị
- 4) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=3$

Số các phát biểu sai trong các phát biểu sau là ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$ và tiệm cận ngang là $y=5$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x=1$ và $x=2$.

Chú ý: tại $x=1$ đạo hàm của hàm số không xác định; đường thẳng $x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn A.

Câu 20. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 2}{-x^2 + 4|x| - 3}$

A. $y = -1$

B. $x = 1; x = 3$

C. $y = 1; y = 3$.

D. $x = \pm 1, x = \pm 3$

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 5x + 2}{-x^2 + 4|x| - 3} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 5x + 2}{-x^2 + 4|x| - 3} = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 5x + 2}{-x^2 + 4|x| - 3} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 - 5x + 2}{-x^2 + 4|x| - 3} = -\infty;$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận là $x = 1; x = -1; x = 3$ và $x = -3$

Chọn D.

Câu 21: Cho đồ thị (C) của hàm số: $y = \frac{x^2}{x-m}$. Với giá trị nào của m thì (C) có tiệm cận ?

A. $m \neq 0$

B. $m = 0$

C. $m \neq 1$

D. $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không bị suy biến là $0 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

Với điều kiện $m \neq 0$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = m$.

Do bậc cao nhất của tử thức lớn hơn bậc nhất của mẫu thức nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn A.

Câu 22: Cho đồ thị (C) của hàm số: $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$. Với giá trị nào của m thì (C) không có tiệm cận đứng ?

A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 0$ hay $m = 1$ D. $m \neq 0$ hay $m \neq 1$ **Lời giải**

Để đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi tử thức và mẫu thức có cùng nghiệm $x = m$ hay $2x^2 - 3x + m = 0$ có nghiệm là $x = m$.

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m + m = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Chọn C

Câu 23. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{5-x}}$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Tập xác định: $D =]-\infty; 5[$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2}{\sqrt{5-x}} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{\sqrt{5-x}} = 0$$

Do đó; đường thẳng $x = 5$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số và $y = 0$ là tiệm cận ngang

Vậy đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

Chọn B.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{1 - x^2}$ có đồ thị (C). Kết luận nào sau đây là đúng ?

A. (C) có 2 đường tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

B. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.C. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.D. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 3}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}{\frac{1}{x^2} - 1} = -1$$

Do đó; đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2x - 3}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1).(x+3)}{(1-x).(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3}{-(x+1)} = -2;$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 2x - 3}{1 - x^2} = -\infty$$

Do đó; đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn D.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}{x - 3}$ có đồ thị (C). Kết luận nào sau đây là sai?

A. (C) có hai đường tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

B. (C) có tiệm cận ngang là $y = \pm 1$.

C. (C) có tiệm cận đứng là $x = 3$.

D. (C) có tiệm cận đứng là $x = 3$ và tiệm cận ngang là $y = 1$

Lời giải

Ta có : $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}{x - 3} = +\infty$

Nên đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}}{1 - \frac{3}{x}} = -1;$$

+ Lại có :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}}{1 - \frac{3}{x}} = 1$$

Do đó ; đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Chọn D.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{1 - x^2}$ có số tiệm cận là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 0; x \neq \pm 1$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}}{1-x^2} = -\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{x}} - x\sqrt{x}} = 0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 tiệm cận.

Chọn C.

Câu 27. Giá trị của m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+m}$ đi qua điểm $M(2; 3)$ là.

A. 2

B. -2

C. 3

D. 0

Lời giải

Do tiệm cận đứng đi qua điểm $M(2; 3)$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

Lại có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x+m} = \frac{5}{2+m}$

Do đó, để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng khi và chỉ khi:

$$2+m=0 \Leftrightarrow m=-2.$$

Chọn B.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$

A. Không có đường tiệm cận nào

B. Chỉ có một đường tiệm cận

C. Có đúng hai đường tiệm cận: một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang

D. Có đúng ba đường tiệm cận: hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2) \cdot (x+3)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{x-2} = +\infty$

Do đó; đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}} = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}} = 1$$

Suy ra; đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn C.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

- A. Không có giá trị nào B. $m < 0$
C. $m = 0$ D. $m > 0$

Lời giải

Với $m > 0$; ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{|x| \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{|x| \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \frac{-1}{\sqrt{m}}$$

Do đó; để đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m > 0$
Chọn D.

Câu 30. Tìm M có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ

M đến 2 tiệm cận của nó nhỏ nhất

- A. M(1;-3) B. M(2;2) C. M(4;3) D. M(0;-1)

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $(d_1): x = 2$ và tiệm cận ngang là $d_2: y = 1$.

Lấy điểm $M(x; 1 + \frac{4}{x-2})$ thuộc đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là:

$$d(M; d_1) = |x - 2| \text{ và } d(M; d_2) = \left| \frac{4}{x-2} \right|$$

Khi đó; tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là:

$$|x - 2| + \left| \frac{4}{x-2} \right| \geq 2 \cdot \sqrt{|x-2| \cdot \left| \frac{4}{x-2} \right|} = 4$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } |x - 2| = \left| \frac{4}{x-2} \right| \Leftrightarrow (x-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Mà điểm M cần tìm có hoành độ dương nên điểm M (4; 3)

Chọn C.

Câu 31. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm M trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận bằng 4?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 2$

Lấy điểm $M(x; 2 + \frac{3}{x-1})$ thuộc đồ thị hàm số (C).

Khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận lần lượt là: $|x - 1|; \left| \frac{3}{x-1} \right| = \frac{3}{|x-1|}$

Để tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là 4 ta có:

$$|x - 1| + \frac{3}{|x-1|} = 4; (*)$$

Đặt $t = |x - 1|$, khi đó phương trình (*) trở thành:

$$t + \frac{3}{t} = 4 \text{ hay } t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x-1| = 1 \\ |x-1| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy có 4 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D

Câu 32. Đồ thị hàm số sau có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận $y = \frac{9(x^2+1)(x+1)}{x^2-7x+6}$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9(x^2+1).(x+1)}{x^2-7x+6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9(x^3+x^2+x+1)}{x^2-7x+6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)}{\frac{1}{x}-\frac{7}{x^2}+\frac{6}{x^3}} = +\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9(x^2+1).(x+1)}{x^2-7x+6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9(x^3+x^2+x+1)}{x^2-7x+6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)}{\frac{1}{x}-\frac{7}{x^2}+\frac{6}{x^3}} = -\infty;$$

Suy ra; đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

+ Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{9(x^2+1).(x+1)}{x^2-7x+6} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{9(x^2+1).(x+1)}{x^2-7x+6} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{9(x^2+1).(x+1)}{x^2-7x+6} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{9(x^2+1).(x+1)}{x^2-7x+6} = -\infty$$

Suy ra; đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=6$.

Chọn B.

Câu 33. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ nhận trục hoành và trục tung làm 2 tiệm cận

thì giá trị $m - n$ bằng:

A. -3

B. -2

C. 2

D. 4

Lời giải

+ Do đồ thị hàm số nhận hai trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=0$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y=0$ làm tiệm cận ngang.

+ Để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=0$ làm tiệm cận đứng thì:

$$0^2 + 0.m + n - 6 = 0 \Leftrightarrow n = 6.$$

Khi đó; hàm số đã cho có dạng: $y = \frac{(2m-6)x^2+mx+1}{x^2+mx}$

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2m-6)x^2+mx+1}{x^2+mx} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2m-6) + \frac{m}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{m}{x}} = 2m - 6$$

Do đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ làm tiệm cận ngang nên ta có:

$$2m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

$$\text{Vậy } m - n = 3 - 6 = -3$$

Chọn A.

Câu 34. Cho hàm số $y = \frac{2x+2m-1}{x+m}$. Xác định m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua

điểm $M(3; 1)$

A. $m = 3$

B. $m = -3$

C. $m = 1$

D. $m = 2$.

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $2 \cdot (-m) + 2m - 1 \neq 0$ (luôn đúng mọi m).

Do tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(3; 1)$ nên đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+2m-1}{x+m} = \frac{2 \cdot 3+2m-1}{3+m} = \frac{5+2m}{3+m} = \infty$$

$$\Leftrightarrow m+3=0 \Leftrightarrow m=-3.$$

Chọn B.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{m-2x}{x+1}$. Với giá trị nào của m thì $x = -1$ tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

A. $m \neq 2$

B. $m \neq -2$

C. m tùy ý

D. Không có m

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $m - 2 \cdot (-1) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$

$$\text{Khi đó; ta có } \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{m-2x}{x+1} = \infty$$

Do đó; để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ thì $m \neq -2$

Chọn B.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x+m}$ Với giá trị nào của m thì các đường tiệm cận tạo với các trục tọa độ một hình vuông

A. $m=2$

B. $m=-2$

C. A và B sai

D. A và B đều đúng

Lời giải

* Nhận xét: Giả sử đường thẳng $x = x_0$ và $y = y_0$ là đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Khi đó; giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(x_0; y_0)$.

Do đó; để đường tiệm cận tạo với các trục tọa độ hình vuông khi và chỉ khi $x_0 = y_0$ hoặc $x_0 = -y_0$.

* Điều kiện để hàm số không suy biến là $2 \cdot (-m) + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

Khi đó; đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = -m$ và $y = 2$.

* áp dụng nhận xét trên; để các đường tiệm cận tạo với các trục tọa độ một hình vuông thì:

$$\begin{cases} -m = 2 \\ -m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 2 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x+1}$. Với giá trị nào của m thì khoảng cách giao điểm 2 tiệm cận tới tâm O bằng $\sqrt{5}$

A. $m=2$

B. $m = \pm 2$

C. $m = -2$

D. $m=4$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không bị suy biến là: $m \cdot (-1) + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

Với điều kiện trên; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = m$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1; m)$.

$$\text{Theo giả thiết ta có: } OI = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(-1)^2 + m^2} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow 1 + m^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện; vậy $m = -2$ thỏa mãn đầu bài.

Chọn C.

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- A. $m = 2$ B. $m = \pm \frac{1}{2}$ C. $m = 4$ D. $m = \pm 4$

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2mx + m}{x - 1} = \infty; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2mx + m}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2m + \frac{m}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2m$$

Do đó; đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$ và $y = 2m$. Khi đó; tiệm cận đứng, tiệm cận ngang cùng hai trục tọa độ tạo thành hình chữ nhật có hai kích thước lần lượt là 1 và $|2m|$.

Theo giả thiết ta có; $1 \cdot |2m| = 8 \Leftrightarrow m = \pm 4$

Chọn D.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{x + 2}{x^2 - 2x + m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m = 1$ D. $m \leq 1$

Lời giải

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1^2 - m < 0 \text{ hay } m > 1$$

Chọn A.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{3x - 1}{x + 1}$ có đồ thị là (C). Gọi $M(x; y)$ là tọa độ trên (C) thỏa mãn khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng gấp 4 lần khoảng cách M tới tiệm cận ngang. Kết quả x là ?

- A. $x = 3$ hoặc $x = -5$ B. $x = \pm 4$ C. $x = 4$ D. Đáp án khác

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = 3$.

Lấy điểm $M \left(x; 3 - \frac{4}{x + 1} \right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là: $|x + 1|$; $\frac{4}{|x + 1|}$

$$\text{Theo giả thiết ta có: } |x + 1| = 4 \cdot \frac{4}{|x + 1|} \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Gọi M(x; y) là tọa độ trên (C) thỏa mãn khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng bằng khoảng cách M tới tiệm cận ngang. Tìm y - x

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$ và $y = 2$.

Gọi điểm $M\left(x; 2 + \frac{1}{x-1}\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận lần lượt là: $|x-1|; \frac{1}{|x-1|}$

Theo giả thiết ta có:

$$|x-1| = \frac{1}{|x-1|} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow y=3 \\ x=0 \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

Theo cả 2 trường hợp ta có: $y - x = 1$.

Chọn B

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi M(x; y) là tọa độ trên (C) thỏa mãn tổng khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng và khoảng cách từ M tới tiệm cận ngang là 2. Tìm tọa độ điểm M ?

A. M(-2; 0) hoặc M(0; 2)

B. M(-2; 0)

C. M(2; -2)

D. M(0; 2)

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = -1$ và $y = 1$.

Gọi điểm $M\left(x; 1 + \frac{1}{x+1}\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là: $|x+1|; \frac{1}{|x+1|}$

Theo giả thiết ta có: $|x+1| + \frac{1}{|x+1|} = 2; (*)$

Đặt $t = |x+1|$; $t \geq 0$ khi đó phương trình (*) trở thành:

$$t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Leftrightarrow |x+1| = 1 \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=2 \\ x=-2 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn là (0;2) và (-2; 0)

Chọn A.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{2x+7}{-x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi M(x; y) là tọa độ trên (C) thỏa mãn tổng khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng và khoảng cách từ M tới tiệm cận ngang đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm x ?

A. $x = 3$ hoặc $x = -5$ B. $x = \pm 4$ C. $x = \pm 2$ D. $x = 4$ và $x = -2$

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$ và $y = -2$.

Gọi điểm M $\left(x; -2 + \frac{9}{-x+1}\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng là $|x-1|$.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang là: $\frac{9}{|-x+1|} = \frac{9}{|x-1|}$

Khi đó, tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là:

$$|x-1| + \frac{9}{|x-1|} \geq 2 \cdot \sqrt{|x-1| \cdot \frac{9}{|x-1|}} = 6$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } |x-1| = \frac{9}{|x-1|} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$. Xác định m để đồ thị không có tiệm cận đứng

A. $m = 0$ hoặc $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Lời giải

Để đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi hàm số suy biến – tức là phương trình $2x^2 - 3x + m = 0$ nhận $x = m$ làm nghiệm.

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m + m = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+2m}$. Giá trị của m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua đi qua điểm A(2; -3) là

A. $m = 1$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = -\frac{3}{2}$ D. $m = -1$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $-2m + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

Với điều kiện trên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2m$.

Để tiệm cận đứng đi qua điểm A(2; -3) khi và chỉ khi: $-2m = 2$ hay $m = -1$.

Chọn D.

Câu 46. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+m}$ có 3 đường tiệm cận

A. $m=0$ B. $m<0$ C. $m>0$ D. $m \neq 0$ **Lời giải**

$$+ \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x^2+m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{m}{x^2}} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x^2+m} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{m}{x^2}} = 0;$$

Do đó; đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.+ Để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m > 0$ hay $m < 0$.

Chọn B.

Câu 47: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{x-1}$ có tiệm cận ngang đi qua điểm

A(1; 2) ?

A. $m=1$ B. $m=0$ C. $m=2$ D. $m=1$ **Lời giải**Điều kiện để hàm số không suy biến là $m \cdot 1 + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$

Với điều kiện trên, ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m + \frac{2}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = m$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m + \frac{2}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = m$$

Do đó; đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=m$.Để tiệm cận ngang đi qua A(1; 2) khi và chỉ khi $m=2$ (thỏa mãn điều kiện)

Chọn C.

Câu 48. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận?A. $m \in \mathbb{R}$ B. $m > 0$ C. $m < 2$ D. $m \neq 1$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $m \cdot (-1) + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

Với điều kiện trên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = m; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = m;$$

Do đó, đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = m$ là tiệm cận ngang.

Vậy để đồ thị hàm số có đường tiệm cận khi và chỉ khi $m \neq 1$.

Chọn D.

Câu 49. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} \cdot \sqrt{x + 1} \cdot \sqrt{2x + 1}}{x(x - 1)}$ là:

A. $y = 1$

B. $x = 0; x = 1$

C. $x = \sqrt{2}$

D. $y = \sqrt{2}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} \cdot \sqrt{x + 1} \cdot \sqrt{2x + 1}}{x(x - 1)} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x}} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{2 + \frac{1}{x}}}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x}} \cdot \sqrt{2 + \frac{1}{x}}}{1 - \frac{1}{x}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Tương tự ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} \cdot \sqrt{x + 1} \cdot \sqrt{2x + 1}}{x(x - 1)} = \sqrt{2}$$

Do đó; đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = \sqrt{2}$.

Chọn D.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{2mx + 3}{2 - 3x}$, giá trị m để hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng $\frac{1}{3}$ là:

- A. $m = \frac{3}{4}$ B. $m = \pm \frac{3}{4}$ C. $m = -\frac{4}{3}$ D. $m = -\frac{3}{4}$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $2m \cdot \frac{2}{3} + 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{-9}{4}$

Với điều kiện trên; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \frac{2}{3}$

Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2mx + 3}{2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2m + \frac{3}{x}}{\frac{2}{x} - 3} = \frac{-2m}{3};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2mx + 3}{2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2m + \frac{3}{x}}{\frac{2}{x} - 3} = \frac{-2m}{3};$$

Do đó; đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{-2m}{3}$

Khi đó; hai đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình chữ nhật có kích thước lần lượt là $\frac{2}{3}; \left| \frac{-2m}{3} \right|$

Theo giả thiết ta có: $\frac{2}{3} \cdot \left| \frac{-2m}{3} \right| = \frac{1}{3} \Leftrightarrow |-4m| = 3 \Leftrightarrow m = \pm \frac{3}{4}$

Chọn B.

Câu 51. Tìm số nguyên m lớn nhất để đồ thị hàm số $y = \frac{x + 3}{x^2 + x + m - 2}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

- A. $m = 2$ B. $m = 3$ C. $m = 4$ D. $m = 5$

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $(-3)^2 + 3 + m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -10$.

Với điều kiện trên, để đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình: $x^2 + x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Hay } \Delta = 1^2 - 4 \cdot (m - 2) > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$$

Vậy để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận khi $m < \frac{9}{4}; m \neq -10$

Vậy số nguyên lớn nhất thỏa mãn là $m = 2$.

Chọn A,

Câu 52. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + mx + 1}$ có đúng hai tiệm cận.

A. $m < 2$

B. $m = 2$

C. $m > 2$

D. $m = \pm 2$

Lời giải

Phương trình $x^2 - x + 3 = 0$ vô nghiệm.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + mx + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{1}{x^2}} = 1;$$

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + mx + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{1}{x^2}} = 1$$

Suy ra; đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = 1$.

Để đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $x^2 + mx + 1 = 0$ có nghiệm kép hay $\Delta = m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Chọn D.

Câu 53. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + mx + 4}$ có đúng một tiệm cận

A. $m = 4; m = -4$

B. $m > 4$

C. $-4 < m < 4$

D. $m < -4$

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + mx + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{4}{x^2}} = 1;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 3}{x^2 + mx + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{4}{x^2}} = 1;$$

Do đó; đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = 1$.

Để đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

\Leftrightarrow phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \cdot 4 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Chọn C.

Câu 54. Cho hai hàm số $y = \frac{2x-1}{m^2-8-x}$ và $y = \frac{5-2x}{x+4}$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hai đường tiệm cận đứng của hai đồ thị hàm số trên trùng nhau là:

- A. $\{-2; 2\}$ B. $\{-1; 2\}$ C. $\{0\}$ D. $\{2; 3\}$

Lời giải

* Đồ thị hàm số $y = \frac{5-2x}{x+4}$ có tiệm cận đứng là $x = -4$.

Để đường tiệm cận đứng của hai đồ thị trùng nhau thì đồ thị $y = \frac{2x-1}{m^2-8-x}$ cũng nhận đường thẳng $x = -4$ làm tiệm cận đứng.

* Để đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{m^2-8-x}$ có tiệm cận đứng là $x = -4$ khi và chỉ khi:

$$m^2 - 8 + 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Chọn A.

Câu 55. Cho hai hàm số $y = \frac{3-x}{x^2-2mx+8}$, với m là tham số. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi:

- A. $m = 2\sqrt{2}$ B. $m > 2\sqrt{2}$ C. $m \in \emptyset$ D. $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$

Lời giải

Để đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 2mx + 8 = 0$ vô nghiệm hoặc phương trình này có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = 3$

* Trường hợp 1. Phương trình $x^2 - 2mx + 8 = 0$ vô nghiệm:

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 8 < 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$$

* Trường hợp 2. Phương trình $x^2 - 2mx + 8 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = 3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 8 > 0 \\ 3^2 - 2.3m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{2} \\ m < -2\sqrt{2} \\ m = \frac{17}{6} \end{cases} \Rightarrow \text{loại}$$

Vậy $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$.

Chọn D.

Câu 56. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có không ít hơn 1 tiệm cận đứng khi:

- A. $m > -\frac{3}{2}$ B. $m \leq \frac{3}{2}$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. Đáp án khác

Lời giải

Điều kiện để hàm số không suy biến là: $1^2 + 2(m-1) \cdot 1 + m^2 - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1; m \neq -3$

Với điều kiện trên; để đồ thị hàm số đã cho có không ít hơn 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2 = 0$ có nghiệm kép hoặc hai nghiệm phân biệt.

$$\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 2) = -2m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

Kết hợp với điều kiện, $m \leq \frac{3}{2}; m \leq 1; m \neq -3$

Chọn D.

Câu 57. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì hàm số không có tiệm cận?

- A. $m \neq 1$ B. $m \neq -1$ C. $m \in \mathbb{R}$ D. $m = \pm 1$

Lời giải

Để đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận khi và chỉ khi hàm số đã cho bị suy biến.

$$\Leftrightarrow m \cdot (-m) + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Chọn D.

Câu 58. Cho hàm số $y = \frac{(m^2 - 1)x^2 - x + 1}{x + 2}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang ?

- A. $m \neq 1$ B. $m = \pm 1$ C. $m < -1 ; m > 1$ D. $m \neq -1$

Lời giải

+ Nhận xét : Nếu số mũ lớn nhất trên tử thức lớn hơn số mũ lớn nhất dưới mẫu thức thì đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Nếu số mũ lớn nhất trên tử thức không vượt quá số mũ lớn nhất của mẫu thức thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

* Do đó, để đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang khi và chỉ khi :

$$m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Chọn B.

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{(m^2 - 1)x + 1}{x + 2}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì giao điểm của hai đường tiệm cận là điểm $M(x ; y)$ sao cho tổng $x + y = -3$?

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 0$ D. $m = \sqrt{2}$

Lời giải

* Điều kiện để hàm số không bị suy biến là: $(m^2 - 1) \cdot (-2) + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$

+ Với điều kiện trên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$.

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m^2 - 1)x + 1}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m^2 - 1) + \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = m^2 - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(m^2 - 1)x + 1}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(m^2 - 1) + \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = m^2 - 1$$

Suy ra, đồ thị (C) có tiệm cận ngang là: $y = m^2 - 1$.

Theo giả thiết ta có: $-2 + (m^2 - 1) = -3 \Leftrightarrow m^2 = 0$ nên $m=0$ (thỏa mãn điều kiện).

Chọn C.

Câu 60. Đường thẳng $y = ax + b$; $y = a'x + b'$ là tiệm cận xiên đồ thị hàm số sau $y = \sqrt{x^2 - 1}$;

Tìm tổng $a + b'$. Chọn đáp án đúng (biết a dương)

A.1

B.-1

C.2

D.0

Lời giải

TXĐ: $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

$$\text{Ta có: +) } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{x} = -1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 1} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} - x} = 0$$

Vậy đường thẳng $y = -x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$)

$$\text{+) } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{x} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} + x} = 0$$

Vậy đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$)

Kết luận: Đồ thị có tiệm cận xiên là $y = -x$ (khi $x \rightarrow -\infty$) và $y = x$ (khi $x \rightarrow +\infty$)

Chọn A.

Câu 61. Đường thẳng $y = ax + b$; $y = a'x + b'$ là tiệm cận xiên đồ thị hàm số sau $y = 2x + \sqrt{x^2 - 1}$;

Tìm tổng $a + a'$. Chọn đáp án đúng (biết a dương)

A.1

B.-1

C.4

D.0

Lời giải

TXĐ: $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

$$\text{Ta có: +) } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 - \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{x^2 - 1} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \text{ (theo a)}$$

Vậy đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$)

$$+) a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right) = 3$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + \sqrt{x^2 - 1} - 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x) = 0 \text{ (theo a)}$$

Vậy đường thẳng $y = 3x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$)

Kết luận: Đồ thị có các đường tiệm cận (xiên) là $y = x$ (khi $x \rightarrow -\infty$) và $y = 3x$ (khi $x \rightarrow +\infty$)

Khi đó; $a + a' = 1 + 3 = 4$.

Chọn C.

Câu 62. Đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ là tiệm cận của đồ thị hàm số sau $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$.

Tìm tổng $a + a'$. Chọn đáp án đúng (biết a dương)

A.1

B.2

C.4

D.0

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } +) a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 2$$

Vậy đường thẳng $y = 2x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$)

$$+) a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 2$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1} - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = 0$$

Vậy đường thẳng $y = 2x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$)

Kết luận: Các đường tiệm cận của đồ thị là: $y = 0$ (khi $x \rightarrow -\infty$), $y = 2x$ (khi $x \rightarrow +\infty$)

Chọn B.

Câu 63. Đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ là tiệm cận của đồ thị hàm số sau $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$
 Tìm tổng $a + a' + b + b'$. Chọn đáp án đúng (biết a dương)

A. -1

B. 2

C. 3

D. 0

GiảiTXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: +) } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right) = -1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} = -\frac{1}{2}$$

\Rightarrow đường thẳng $y = -x - \frac{1}{2}$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$)

$$\text{+) } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{1}{2}$$

\Rightarrow đường thẳng $y = x + \frac{1}{2}$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$)

Kết luận: Đồ thị có các đường tiệm cận (xiên) là: $y = -x - \frac{1}{x}$ (khi $x \rightarrow -\infty$), $y = x + \frac{1}{2}$ (khi $x \rightarrow +\infty$). Khi đó; $a + b + a' + b' = 0$.

Chọn D.

Câu 64. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên?

A. $m = -1$ B. $m = -2$ C. $m = 0$ D. $m = 2$ **Lời giải:**TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Xét $m=0 \Rightarrow y = \frac{-6x+2}{x+2}$, đồ thị hàm số có một TĐĐ là $x = -2$, một TCN là $y=6$ và không có tiệm cận xiên.

Xét $m \neq 0$, $y = mx + 6 - 2m + \frac{4m-14}{x+2}$. Nếu $4m-14=0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2} \Rightarrow y = \frac{7}{2}x - 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có TĐĐ.

Vậy $m=0$ thì thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 65: Cho hàm số $y = \frac{(m-1)x^2 + 2mx - 1}{x}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận xiên đi qua $M(0; 4)$?

- A. $m=0$ B. $m=1$ C. $m=2$ D. $m=3$

Lời giải:

$$\text{Ta có } y = \frac{(m-1)x^2 + 2mx - 1}{x} = (m-1)x + 2m - \frac{1}{x}.$$

$\Rightarrow y = (m-1)x + 2m$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Để tiệm cận xiên đi qua $M(0; 4)$ thì $4 = (m-1) \cdot 0 + 2m \Leftrightarrow m = 2$

Chọn C.

Câu 66. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-4x+m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

- A. $m=1; m=12$ B. $m=2; m=3$ C. $m=-2; m=4$ D. $m=4; m=-12$

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN.

Để thỏa mãn yêu cầu thì phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm kép
 $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4 - m = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

Ta xét thêm mẫu số có nghiệm $x = -2 \Rightarrow m = -12 \Rightarrow y = \frac{1}{x-6}$ tiệm cận ngang $y = 0$.

Chọn D.

Câu 67. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-4x+m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng?

- A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $m = 4$ D. $m \neq 4$

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN với mọi x

Để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng thì $x^2 - 4x + m = 0$ là phương trình vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m < 0 \Leftrightarrow m > 4$$

Chọn B.

Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-4x+m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang và đúng một tiệm cận đứng?

- A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $m = 4; m = -12$ D. $m \neq 4$

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN với mọi x .

Để hàm số có đúng 1 TCN và đúng một 1 TCD thì phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có đúng một nghiệm duy nhất hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó một nghiệm là -2 hay

$$\begin{cases} \Delta = 16 - 4m = 0 \\ m = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -12 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 69. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-4x+m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng?

- A. $-12 \neq m < 4$ B. $m < 4$ C. $m \neq -12$ D. $m > 4$

Lời giải:

Để hàm số có hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -2 :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - m > 0 \\ (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \neq m < 4$$

Chọn A.

Câu 70. Cho hàm số $y = \frac{mx^3 + 1}{x^2 - 3x + 2}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận xiên sao cho M(0; 3) thuộc tiệm cận xiên?

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = \frac{1}{8}$ D. $m \neq 0$

Lời giải:

Xét với $m \neq 0$ ta có $y = mx + 3m - \frac{7mx - 6m + 1}{x^2 - 3x + 2}$

Suy ra, đường thẳng $y = mx + 3m$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Để điểm M(0;3) thuộc tiệm cận xiên thì $3 = m \cdot 0 + 3m \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn B.

Câu 71. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - 2mx + 3}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có suy nhất một tiệm cận đứng?

- A. $m = \frac{7}{4}$ B. $m = \sqrt{3}$ C. $m = -\sqrt{3}$ D. $m = \left\{ \pm\sqrt{3}; \frac{7}{4} \right\}$

Lời giải:

Đặt $f(x) = x^2 - 2mx + 3$, hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất khác 2 (I) hoặc có hai nghiệm và -3 là một nghiệm (II).

Ta có $\Delta' = m^2 - 3$

$$* \text{ TH (I)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2) \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^2 - 4m + 3 \neq 0 \\ m^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}.$$

$$* \text{ TH (II)} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3 > 0 \\ 2^2 - 4m + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{3} \vee m < -\sqrt{3} \\ m = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}.$$

Kết hợp lại ta được $m = \left\{ \pm\sqrt{3}; \frac{7}{4} \right\}$.

Chọn D.

Câu 72. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x \cos \alpha + 1}{x + 2 \sin \alpha}$. Với giá trị nào của α trong các giá trị sau thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$?

- A. $\alpha = 0^0$ B. $\alpha = 45^0$ C. $\alpha = -90^0$ D. $\alpha = 180^0$

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-2 \sin \alpha)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2 \sin \alpha)^+} \frac{x^2 + 2x \cos \alpha + 1}{x + 2 \sin \alpha} = +\infty \Rightarrow x = -2 \sin \alpha$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán trở thành $\Leftrightarrow -2 \sin \alpha = 2 \Leftrightarrow \sin \alpha = -1 \Leftrightarrow \alpha = -90^0$.

Chọn C.

Câu 73. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$. Với giá trị nào của m trong số các giá trị sau thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng?

- A. $m = 2$ hoặc $m = -1$ B. $m = 1$ hoặc $m = 1$ C. $m = -1$ hoặc $m = 0$ D. $m = -2$

Lời giải:

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $x = m$ là nghiệm của tử số trong biểu thức hàm số

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Thử lại thấy cả hai trường hợp đều thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 74. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng?

- A. $m > \frac{-1}{4}$ B. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{2\}$
 C. $m \in \left(\frac{-1}{4}; +\infty\right) \setminus \{6\}$ D. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{2; 6\}$

Lời giải:

Ta có $y = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2 + x - m}$. Đặt $g(x) = x^2 + x - m$

$$\text{Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + 4m > 0 \\ g(2) = 6 - m \neq 0 \\ g(-2) = 2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 2 \\ m \neq 6 \end{cases}.$$

Chọn D.

Câu 75. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng?

A. $m > \frac{-1}{4}$ B. $m = \frac{1}{4}$ C. $m = \left\{ -\frac{1}{4}; 2; 6 \right\}$ D. $m = 6$

Lời giải:

Có $y = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2 + x - m}$. Đặt $f(x) = x^2 + x - m$

Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $f(x) = 0$ có nghiệm kép (I) hoặc có hai nghiệm phân biệt, trong đó một trong hai nghiệm là 2 và -2 (II).

* Trường hợp (I) $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$.

* Trường hợp (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(2) = 2^2 + 2 - m = 0 \\ f(-2) = (-2)^2 - 2 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = 2 \end{cases}$.

Chọn C.

Câu 76. Cho hàm số $y = \frac{2m^2x - 5}{x + 3}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số nhận $y = 8$ là tiệm cận ngang?

A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = \pm 2$ D. $m = 0$

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2m^2x - 5}{x + 3} = 2m^2$. Suy ra $y = 2m^2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó để đường thẳng $y = 8$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi và chỉ khi:

$$2m^2 = 8 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Chọn C.

Câu 77 : Cho hàm số $y = \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$. Với giá trị nào của m ; n thì đồ thị hàm số nhận hai trục tọa độ là tiệm cận?

- A. $(m; n) = (1; 1)$ B. $(m; n) = (1; -1)$
 C. $(m; n) = (-1; 1)$ D. Không tồn tại $m; n$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n} = m-2n-3$

Suy ra; đường thẳng $y = m - 2n - 3$ là tiệm cận ngang .

Và $\left| \lim_{x \rightarrow (n+m)^+} y \right| = \infty \Rightarrow x = m + n$ là tiệm cận đứng .

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} m+n=0 \\ m-2n-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases}$.

Chọn B.

Câu 78. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2+x+1}}{x-2}$. Xét các phát biểu:

- (1) Nếu $m \neq 0$ thì đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận là tiệm cận ngang.
- (2) Nếu $m = 0$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- (3) Với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số có ít nhất một đường tiệm cận.
- (4) Nếu $m=0$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận nào.

Số phát biểu đúng là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải:

* Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow x = 2$ là TCD của đồ thị hàm số với mọi m .

Vậy (3) đúng, (4) sai.

* Với $m \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{mx^2+x+1}}{x-2} = -\sqrt{m} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{mx^2+x+1}}{x-2} = \sqrt{m} \end{cases}$,

suy ra $y = \pm\sqrt{m}$ là tiệm cận ngang nên (1) sai.

* Với $m = 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang nên (2) đúng.

Chọn B.

Câu 79. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 1}{x - 1}$. Xét các phát biểu sau:

- (1) Đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận đứng là $x = 1$.
- (2) Nếu $m = 2$, đồ thị đã cho không có tiệm cận.
- (3) Với $m \neq 2$ thì đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang nào.
- (4) Với $m \neq 2$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Số phát biểu sai là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải:

* Xét $m = 2$ thì $y = x - 1$

\Rightarrow đồ thị hàm số không có tiệm cận nên (2) đúng và (1) sai.

* Với $m \neq 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang, vậy (4) sai.

* Hơn nữa, hàm số là dạng bậc hai trên bậc nhất nên có tiệm cận đứng $x = 1$. Vậy (3) đúng.

Chọn B.

Câu 80. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{mx^2 - 4}$. Xét các phát biểu sau:

- (1) Đồ thị hàm số không có tiệm cận khi $m = 0$ hoặc $m = 4$.
- (2) Với $m = 4$ thì đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận.
- (3) Với $m < 0$ thì đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận duy nhất.
- (4) Với $m > 0$ thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = \pm \frac{2}{\sqrt{m}}$ và một tiệm cận ngang là

$$y = \frac{1}{m}$$

Số phát biểu sai là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải:

* Với $\begin{cases} m=0 \\ m=4 \end{cases}$ thì đồ thị hàm số suy biến thành đường thẳng hoặc parabol nên không có tiệm cận, vậy (1), (2) đúng.

* Với $m < 0 \Rightarrow$ phương trình $mx^2 - 4 = 0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang do $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \frac{1}{m}$. Vậy (3) đúng.

* Với $m > 0$, tại $m = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận nên (4) sai.

Chọn A.

Câu 81. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2mx+1}}$. Xét các phát biểu sau:

- (1) Với $m=1$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- (2) Với $m \neq 1$ thì đồ thị hàm số luôn có hai tiệm cận là tiệm cận ngang.
- (3) Với $m=1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- (4) Với $-1 < m < 1$ thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Số phát biểu đúng là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải:

* Với $m=1 \Rightarrow y = \frac{x-1}{|x-1|} \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận. Vậy (1) sai, (3) đúng.

* Với $m \neq 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ nên (2) đúng.

* Với $-1 < m < 1$ thì phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ (vì $\Delta' = m^2 - 1 < 0$) vô nghiệm, vậy (4) đúng.

Chọn C.

Câu 82. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-mx+1}$. Xét các phát biểu sau:

- (1) Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang với mọi giá trị của m .

(2) Nếu $\begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{10}{3} \end{cases}$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

(3) Nếu $-2 < m < 2$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Số phát biểu sai là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải:

* Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow$ (1) đúng và (3) sai.

* Với $m = 2 \Rightarrow y = \frac{x+3}{x-1} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng

Nếu $m = -\frac{10}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{x + \frac{1}{3}} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng, vậy (2) đúng.

* Với $-2 < m < 2$ ta có $\Delta = m^2 - 4 < 0$ nên phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$ vô nghiệm. Do đó, đồ thị hàm số sẽ không có tiệm cận đứng.

Chọn B.

Câu 83. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - x - 1}{x - m}$. Xét các phát biểu sau:

(1) Với $m = 1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận.

(2) Với $m = -\frac{1}{2}$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

(3) Với $m \neq 1; m \neq \frac{-1}{2}$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

Số phát biểu sai là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Lời giải:

* Với $m = 1$ hàm số trở thành: $y = 2x + 1$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận.

* Với $m = -\frac{1}{2}$ hàm số trở thành: $y = 2x - 2$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận, vậy (1) đúng

(2) sai.

* Với $m \neq \left\{1; \frac{-1}{2}\right\} \Rightarrow y = \frac{(x-1)(2x+1)}{x-m} \Rightarrow$ đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận đứng $x = m$.

Vậy (3) đúng.

Chọn A.

Câu 84. Tìm m để đồ thị các hàm số sau có đúng hai đường tiệm cận đứng

$$y = \frac{1}{4x^2 + 2(2m+3)x + m^2 - 1} \quad (1)$$

A. $m > \frac{13}{12}$

B. $m > \frac{12}{13}$

C. $m > \frac{-13}{12}$

D. $m > \frac{-12}{13}$

Lời giải

Đặt $f(x) = 4x^2 + 2(2m+3)x + m^2 - 1$.

Để đồ thị hàm số (1) có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $f(x) = 0$ phải có đúng hai nghiệm phân biệt.

Ta có: $\Delta' = (2m+3)^2 - 4(m^2 - 1) = 12m + 13$

Để phương trình $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta' = 12m + 13 > 0$

$$\Leftrightarrow m > \frac{-13}{12}$$

Chọn C.

Câu 85. Để hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{3x^2 + 2(m+1)x + 4}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi

$$m \in (-\infty; -1 - 2\sqrt{a}) \cup (-1 + 2\sqrt{a}; +\infty). \text{ Tìm } a.$$

A. $a=3$

B. $a=5$

C. $a=6$

D. $a=7$

Lời giải

Đặt $f(x) = 3x^2 + 2(m+1)x + 4$,

Để đồ thị hàm số (1) có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $f(x) = 0$ phải có đúng hai nghiệm phân biệt.

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - 4.3 = m^2 + 2m - 11$.

Để phương trình $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta' = m^2 + 2m - 11 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 + 2\sqrt{3} \\ m < -1 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; -1 - 2\sqrt{3}) \cup (-1 + 2\sqrt{3}; +\infty)$ là các giá trị cần tìm. Khi đó; $a = 3$.

Chọn A.

Câu 86. Tìm số nguyên m nhỏ nhất để đồ thị các hàm số sau có đúng hai đường tiệm cận đứng

$$y = \frac{x-3}{x^2 + 2(m+2)x + m^2 + 1} \quad (1)$$

A. $m = -1$

B. $m = 0$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 + 2(m+2)x + m^2 + 1$.

Để đồ thị hàm số (1) có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $f(x) = 0$ phải có đúng hai nghiệm phân biệt khác 3.

Ta có: $\Delta' = (m+2)^2 - (m^2 + 1) = 4m + 3$

Để phương trình $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' = 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-3}{4}$ (*)

Khi đó với điều kiện (*), để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm khác 3 thì $f(3) \neq 0$

Hay $3^2 + 2(m+2).3 + m^2 + 1 = m^2 + 6m + 22 = (m+3)^2 + 13 \neq 0$ (luôn đúng với mọi m)

Vậy để đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi $m > \frac{-3}{4}$. Do đó, số nguyên m nhỏ nhất thỏa mãn là $m = 0$

Chọn B.

Câu 87. Tìm số nguyên m lớn nhất để đồ thị các hàm số sau có đúng hai đường tiệm cận đứng

$$y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2} \quad (1)$$

A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 0$

D. $m = -2$

Lời giải

Đặt $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2$

Để đồ thị hàm số (1) có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $f(x) = 0$ phải có đúng hai nghiệm phân biệt khác 1.

Ta có: $\Delta' = (m-1)^2 - 1(m^2 - 2) = -2m + 3$.

Để phương trình $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì:

$$\Delta' = -2m + 3 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2} \quad (*)$$

Khi đó với điều kiện (*), để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm khác 1 thì

$$f(1) = 1^2 + 2(m-1)1 + m^2 - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -3 \end{cases} \quad (**)$$

Từ (*) và (**), kết luận $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \setminus \{-3; 1\}$.

Do đó, số nguyên m lớn nhất thỏa mãn là $m = 0$

Chọn C.

Câu 88. Tìm m để đồ thị các hàm số sau có đúng hai đường tiệm cận đứng

$$y = \frac{2}{2x^2 + 2mx + m - 1}$$

A. $m > 0$

B. $m < 0$

C. $m > 1$

D. Đúng với mọi m

Lời giải

Đặt $f(x) = 2x^2 + 2mx + m - 1$.

Để đồ thị hàm số đã cho có đúng hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $f(x) = 0$ phải có đúng hai nghiệm phân biệt.

Ta có: $\Delta' = m^2 - 2(m-1) = m^2 - 2m + 2 = (m-1)^2 + 1$

Do $(m-1)^2 \geq 0$ với mọi m nên $\Delta' = (m-1)^2 + 1 > 0$ với mọi m

Vậy phương trình $f(x) = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

Do đó, với mọi m thì đồ thị hàm số đã cho luôn có hai đường tiệm cận đứng.

Chọn D.

Câu 89. Cho hàm số $y = \frac{(1-m^2)x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì giao điểm của hai

đường tiệm cận là điểm $M(x; y)$ sao cho $x.y < 0$?

A. $-1 < m < 1$

B. $m < -1$

C. $m > 1$

D. $-2 < m < -1$

Lời giải

+ Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -2$.

$$+ \text{ Lại có : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-m^2)x+1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-m^2) + \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 1 - m^2$$

Do đó ; đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = 1 - m^2$.

+ Giao điểm hai đường tiệm cận là $M(-2; 1 - m^2)$.

Theo giả thiết ta có : $xy < 0$ nên $(-2) \cdot (1 - m^2) < 0$

$$\Leftrightarrow 1 - m^2 > 0 \text{ nên } -1 < m < 1.$$

Chọn A.

Câu 90. Cho hàm số $y = \frac{(m^2 - 1)x + 1}{x - 3}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì giao điểm của hai đường tiệm cận là điểm $M(x; y)$ thuộc vào đường thẳng $y = x$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

A. $m = -\sqrt{2}$

B. $m = -1$

C. $m = \pm 2$

D. $m = \sqrt{2}$

Lời giải

* Điều kiện để hàm số không suy biến là tử thức không nhận $x = 3$ làm nghiệm.

$$\Leftrightarrow (m^2 - 1) \cdot 3 + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm\sqrt{2}$$

+ Với điều kiện trên; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$.

$$\text{Lại có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(m^2 - 1)x + 1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(m^2 - 1) + \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = m^2 - 1$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m^2 - 1$.

+ Giao điểm của hai đường tiệm cận là $M(3; m^2 - 1)$

Do đó để điểm M thuộc đường thẳng $y = x$ thì $3 = m^2 - 1 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Chọn C.

Câu 91. Cho hàm số $y = \frac{2x + m}{x - m}$, biết rằng đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = x_0$ và $y = y_0$ thỏa mãn $x_0 + y_0 = 10$. Tìm m ?

A. $m = 10$

B. $m = 8$

C. $m = -8$

D. $m = 12$

Lời giải

* Điều kiện để hàm số không bị suy biến: $2m + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$

* Với điều kiện trên ; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = m$.

$$* \text{ lại có } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+m}{x-m} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{m}{x}}{1 - \frac{m}{x}} = 2$$

* Theo giả thiết ta có: $m + 2 = 10 \Leftrightarrow m = 8$ (thỏa mãn điều kiện)

Chọn B.

Câu 92. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-m}$. Tìm m biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $I(3; 3)$ là tâm đối xứng khi đó m là:

- A. $m = -3$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. Không có giá trị nào

Lời giải

* Điều kiện để hàm số không bị suy biến là: $m \cdot m + 1 \neq 0$ (luôn đúng).

* Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = m$.

$$\text{Lại có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx+1}{x-m} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m + \frac{1}{x}}{1 - \frac{m}{x}} = m$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m$.

Khi đó, giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(m; m)$ là tâm đối xứng của đồ thị.

Theo giả thiết; đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(3; 3)$ nên ta có: $m = 3$.

Chọn C.

Câu 93. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-3}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì giao điểm của hai đường tiệm cận là điểm $M(x; y)$ sao cho $OM = 3$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = -3$ D. $m = 3$

Lời giải

* Điều kiện để hàm số không bị suy biến là tử thức không nhận $x = 3$ làm nghiệm

$$\Leftrightarrow 3m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{3}$$

* Với điều kiện trên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$.

$$\text{Lại có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx+1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m + \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = m$$

Do đó, đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = m$ là tiệm cận ngang.

Khi đó, giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $M(3; m)$

Ta có $OM = 3$ nên $\sqrt{3^2 + m^2} = 3 \Leftrightarrow 9 + m^2 = 9 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn điều kiện)

Chọn A.

Câu 94. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+m}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của hai đường tiệm cận

nằm trên đường thẳng (d): $x + 2y + 3 = 0$

A. $m = 7$

B. $m = -7$

C. $m = \pm 7$

D. $m = 2$.

Lời giải

* Điều kiện để hàm số không bị suy biến là: $\frac{1}{2} + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{2}$

* Với điều kiện trên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -m$.

$$\text{* Lại có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x+m} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{m}{x}} = 2$$

Do đó; đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

* Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-m; 2)$

Theo giả thiết điểm I nằm trên đường thẳng (d) : $x + 2y + 3 = 0$ nên ta có:

$$-m + 2 \cdot 2 + 3 = 0 \Leftrightarrow m = 7 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Chọn A.

Câu 95. Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{mx+4}$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì (C) có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang cùng tạo với các trục tọa độ thành một hình vuông?

A. $m = \pm 4$

B. $m = 4$

C. $m = -4$

D. $m = \pm 2$

Lời giải

$$* \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx+2}{mx+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m + \frac{2}{x}}{m + \frac{4}{x}} = \frac{m}{m} = 1$$

=> Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$$* \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = \frac{-4}{m}$$

* Để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang cùng tạo với các trục tọa độ thành một hình vuông khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \frac{-4}{m} = 1 \\ \frac{-4}{m} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 4 \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 96. Cho hàm số $y = \frac{2mx+1}{x-m}$ có đồ thị (C). Giao điểm hai tiệm cận của (C) nằm trên đường thẳng nào

A. $y = -2x$

B. $y = 2x$

C. $x = 2y$

D. $x + 2y = 0$

Lời giải

* Điều kiện để hàm số không bị suy biến là: $2m \cdot m + 1 \neq 0$ luôn đúng với mọi m.

Do đó, với mọi m đồ thị hàm số đã cho luôn có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

* Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = m$.

$$* \text{Lại có: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2mx+1}{x-m} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2m + \frac{1}{x}}{1 - \frac{m}{x}} = 2m$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2m$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(m; 2m)$

Ta thấy $y_I = 2x_I$ nên điểm I nằm trên đường thẳng $y = 2x$

Chọn B.

Câu 97. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Tìm các điểm M thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất

A. $M(0; -1); M(2; 3)$ B. $M(0; 1); M(-3; 2)$ C. $M(0; 1); M(-2; 3)$ D. $M(0; 1)$

Lời giải

$$* \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$.

$$* \text{ Lại có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = 2$.

* Lấy điểm $M\left(x; 2 - \frac{1}{x+1}\right)$ thuộc đồ thị (C)

Khi đó khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận lần lượt là: $|x+1|; \left|\frac{1}{x+1}\right|$

$$\text{Ta có: } |x+1| + \left|\frac{1}{x+1}\right| \geq 2, \sqrt{|x+1| \cdot \left|\frac{1}{x+1}\right|} = 2.$$

$$\Rightarrow \text{Min}\left(|x+1| + \left|\frac{1}{x+1}\right|\right) = 2. \text{ Dấu "}" xảy ra khi } |x+1| = \left|\frac{1}{x+1}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=-2 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $(0; 1)$ và $(-2; 3)$.

Chọn C.

Câu 98. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ (C), có I là giao điểm của hai tiệm cận. Tìm các điểm M thuộc

(C) sao cho $IM = 3$?

A. M(0; -1); M(-4; 3)

B. M(0;1); M(-3; 5)

C. M(0;-1); M(4; -3)

D. Đáp án khác

Lời giải

$$* \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-2}{x+2} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-2}{x+2} = +\infty$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -2$.

$$* \text{ Lại có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 1; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 1$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là I(-2; 1).

$$* \text{ Lấy điểm } M\left(x; 1 - \frac{4}{x+2}\right) \Rightarrow IM = \sqrt{(x+2)^2 + \left(\frac{-4}{x+2}\right)^2}$$

Theo bất đẳng thức cô- si ta có:

$$(x+2)^2 + \left(\frac{-4}{x+2}\right)^2 = (x+2)^2 + \left(\frac{4}{x+2}\right)^2 \geq 2 \cdot (x+2) \cdot \frac{4}{x+2} = 8$$

$$\Rightarrow IM \geq 2\sqrt{2} > 3.$$

Suy ra không có điểm M nào thuộc đồ thị hàm số để $IM = 3$.

Chọn D

Câu 99. Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{mx-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

A. $m = 2$

B. $m = \pm \frac{1}{2}$

C. $m = \frac{1}{2}$

D. $m \neq \pm 2$

Lời giải

+ Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{m}$

+ Lại có:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+m}{mx-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{m}{x}}{m - \frac{1}{x}} = \frac{2}{m}$$

Do đó, đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = \frac{2}{m}$

Khi đó ; hai đường tiệm cận cắt hai trục tọa độ tạo thành hình chữ nhật có kích thước là:

$$\frac{1}{|m|}; \frac{2}{|m|}$$

Diện tích hình chữ nhật cơ sở khi đó là: $S = \frac{1}{|m|} \cdot \frac{2}{|m|} = \frac{2}{m^2}$

Theo giả thiết ta có: $\frac{2}{m^2} = 8 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$

Chọn B.

Câu 100. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{|x|-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{-x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+1}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty;$$

Suy ra, đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=-1$.

* Lại có;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{-x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{-1-\frac{1}{x}} = -2;$$

Suy ra; đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y=2$ và $y=-2$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 4 đường tiệm cận.

Chọn D.

Câu 101. Cho hàm số $y = \frac{2m-x}{x+m}$ có đồ thị (C) cho A(0;1) và I là tâm đối xứng của đồ thị.

Tìm m để tồn tại điểm B sao cho tam giác ABI vuông cân tại A.

A. $m = \pm 1; m = \pm 4$

B. $m = 1; m = 4$

C. $m = -1; m = -4$

D. $m = 1; m = -4$

Lời giải.

$$\text{Xét } B(b; \frac{2m-b}{b+m}) \in (C) \Rightarrow \overline{AB}(b; \frac{m-2b}{m+b})$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -m$ và tiệm cận ngang là $y = -1$.

Do đó, tâm đối xứng của đồ thị là $I(-m; -1) \Rightarrow \overline{AI}(-m; -2)$

Tam giác ABI vuông cân tại

$$A \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} \cdot \overline{AI} = 0 \\ AB^2 = AI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mb + 2 \cdot \frac{m-2b}{m+b} = 0 \\ m^2 + 4 = b^2 + \left(\frac{m-2b}{m+b}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-2b}{m+b} = \frac{-bm}{2}; (1) \\ m^2 + 4 = b^2 + \frac{m^2 b^2}{4}; (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow m^2 (b^2 - 4) + 4(b^2 - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b^2 - 4)(m^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow b^2 = 4 \Leftrightarrow b = \pm 2.$$

* Nếu $b = 2$ thay vào (1) ta được: $\frac{m-4}{m+2} = -m \Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1; m = -4.$

* Nếu $b = -2$ thay vào (1) ta được: $\frac{m+4}{m-2} = m \Leftrightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = -1; m = 4.$

Vậy $m = \pm 1; m = \pm 4$ là những giá trị cần tìm.

Chọn A.