100 CÂU VẬN DỤNG CHUYÊN ĐỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số
$y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+2mx-3m+4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

A. m= -1; m= 9. B. m= -1 C.m= 3. D. Đáp án khác

Lời giải

+ Đạo hàm y' = x^2- mx+ 2m

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3 khi và chi khi phương trình y' =0 có 2 nghiệm x_1; x_2 (chú ý hệ số a= 1> 0) thỏa mãn:

$$|x_1-x_2|=3\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\Leftrightarrow m^2-8m>0\\(x_1-x_2)^2=9\Leftrightarrow S^2-4P=9\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>8\ hay\ m<0\\m^2-8m=9\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=9\end{array}\right.$$

Chọn A.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$?

A. 1≤ m < 2. B. m≤ 0 . C. m> 2 D. Cả A và B đúng

Lời giải

+) Điều kiện $\tan x$ ¹ m.

Điều kiện cần để hàm số đồng biến trên $\left(0;\frac{p}{4}\right)$ là $m\notin(0;1)$

+) đạo hàm : $y'=\frac{(\tan^2x+1)(2-m)}{(\tan x-m)^2}=\frac{2-m}{\cos^2x(\text{tanx-m})^2}$.

+) Ta thấy: $\frac{1}{\cos^2x(\text{tanx-m})^2}>0;\forall m\notin(0;1)$

+) Để hàm số đồng biến trên $\left(0;\frac{p}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\m\le0;m\ge1\end{cases}\Leftrightarrow m\le0$$ hoặc 1≤m 2.

Chọn D.

Câu 3. Bất phương trình $\sqrt{2x^3+3x^2+6x+16}-\sqrt{4-x}\ge2\sqrt{3}$ có tập nghiệm là [a; b]. Hỏi tổng a^2+ b^2 có giá trị là bao nhiêu?

A.4 B.7 C.10 D. 17

Lời giải

Điều kiện: -2 ≤ x≤ 4.

Xét $f(x)=\sqrt{2x^3+3x^2+6x+16}-\sqrt{4-x}$ trên đoạn [-2; 4].

Có $f'(x)=\dfrac{3\left(x^2+x+1\right)}{\sqrt{2x^3+3x^2+6x+16}}+\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}>0,\forall x\in\left(-2;4\right)$.

Do đó hàm số đồng biến trên [-2; 4] ,

Bất phương trình đã cho trở thanh f(x)≥ f(1) =$2\sqrt{3}$

Kết hợp với điều kiện hàm số đồng biến suy ra x≥1.

So với điều kiện, tập nghiệm của bpt là [1; 4].

Do đó; a^2+ b^2= 17.

Chọn D.

Câu 4. Bất phương trình $\sqrt{x^2-2x+3}-\sqrt{x^2-6x+11}>\sqrt{3-x}-\sqrt{x-1}$ có tập nghiệm là (a; b]. Hỏi 4a-b có giá trị là bao nhiêu?

A. 1. B. 3. C. 5. D.7

Lời giải

Điều kiện: 1≤ x≤ 3

Với điều kiện trên bpt $\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+2}+\sqrt{x-1}>\sqrt{(3-x)^2+2}+\sqrt{3-x}$

Xét $f(t)=\sqrt{t^2+2}+\sqrt{t}$ với t≥0 .

Có $f'(t)=\dfrac{t}{2\sqrt{t^2+2}}+\dfrac{1}{2\sqrt{t}}>0,\forall t>0$.

Do đó hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Khi đó(1) tương đương f(x-1) > f(3-x) hay x-1> 3-x

Suy ra x> 2

So với điều kiện, bpt có tập nghiệm là (2; 3] và 4a- b= 5

Chọn C.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:
$-x^3+3mx-2<-\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng mọi x≥ 1 ?

A. m< 1 B. m< $\frac{2}{3}$ C. $m\geq\frac{3}{2}$ D. $-\frac{1}{3}\leq m\leq\frac{3}{2}$.

Lời giải

Bất phương trình 3mx< x^3 - $\frac{1}{x^3}+2,\forall x\geq 1$

$\Leftrightarrow 3m< x^2-\frac{1}{x^4}+\frac{2}{x}=f(\text{x}),\forall\text{ x}\geq 1$.

Ta có $f'(x)=2\text{x}+\frac{4}{x^5}-\frac{2}{x^2}\geq 2.\sqrt{2x.\frac{4}{x^5}}-\frac{2}{x^2}=\frac{4\sqrt{2}-2}{x^2}>0$

Suy ra f(x) là hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Bất phương trình đã cho đúng với mọi x≥ 1 khi và chỉ khi f(x) > 3.
Hay min f(x) = f(1) =2> 3m suy ra m< 2/3.
Chọn B.

Câu 6. Tìm khoảng đồng biến của hàm số: $y=(4-3x)\sqrt{6x^2+1}$.

A. $(-\infty;\frac{1}{2})$ B. $(-\infty;\frac{1}{6})$ và $(\frac{1}{2};+\infty)$

C. $(\frac{1}{6};\frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{6};+\infty)$

Lời giải
Chọn C
Hàm số đã cho xác định trên D= R.

Ta có: $y'=-3\sqrt{6x^2+1}+\frac{6x(4-3x)}{\sqrt{6x^2+1}}=\frac{-36x^2+24x-3}{\sqrt{6x^2+1}}$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\frac{-36x^2+24x-3}{\sqrt{6x^2+1}}=0\Leftrightarrow -36x^2+24x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\ x=\frac{1}{6}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{6}\right)$ và $\left(\frac{1}{6};+\infty\right)$

Câu 7. Xét các mệnh đề sau:

(I). Hàm số y= - (x- 1)^3 nghịch biến trên R.

(II). Hàm số y= ln (x-1) - $\frac{x}{x-1}$ đồng biến trên tập xác định của nó.

(III). Hàm số $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ đồng biến trên R.

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

(I) đạo hàm y’= [- (x-1)^3]’ = - 3(x-1)^2 $\le 0;\forall x\in R$.

Do đó; hàm số này nghịch biến trên R.

(II) điều kiện : x> 1. Ta có đạo hàm:

$$y'=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}=\frac{x}{(x-1)^2}>0,\forall x>1$$

(III) $y'=\dfrac{1.\sqrt{x^2+1}-x.\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{x^2+1}=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x.\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)}{x^2+1}=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}>0,\forall x\in\mathbb{R}$

Do đó; hàm số này đồng biến trên R.

Câu 8.Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-m}{x-1}\left(m\neq 1\right)$. Chọn câu trả lời đúng.

A. Hàm số luôn giảm trên $-\infty;1$ và $1;+\infty$ với m< 1.

B. Hàm số luôn giảm trên tập xác định.

C. Hàm số luôn tăng trên $-\infty;1$ và $1;+\infty$ với m> 1.

D. Hàm số luôn tăng trên $-\infty;1$ và $1;+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định :D= R\ {1}

$$f'\left(x\right)=\frac{x^2-2x+m}{\left(x-1\right)^2}$$

* Xét f'(x)= 0 khi x^2 – 2x+ m= 0.

* Xét g(x)= x^2 – 2x+ m có Δ = 1- m.

Nếu $\Delta=1-m\leq 0\Leftrightarrow m\geq 1\Rightarrow g\left(x\right)\geq 0\ \forall x\in D\Rightarrow f'\ x\ \geq 0\ \forall x\in D$

Vậy hàm số luôn tăng trên $-\infty;1$ và $1;+\infty$ với m> 1.

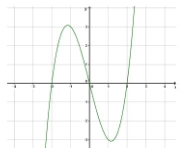
Câu 9.Cho hàm số f(x) xác định trên R và có đồ thị hàm số y= f'(x) là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số f(x) đồng biến trên khoảng (1; 2).

B. Hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng (0;2).

C. Hàm số f(x) đồng biến trên khoảng (-2;1).

D. Hàm số f(x) nghịch biến trên khoảng (-1; 1) .



Lời giải

Chọn B.

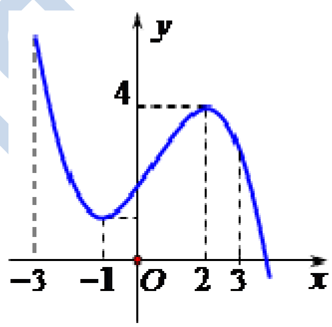
* Dựa vào đồ thị hàm số y= f'(x) ta có:

f'(x)> 0 khi $x \in (-2;0) \cup (2;+\infty)$ và f'(x)< 0 khi $x \in (-\infty;-2) \cup (0;2)$.

* Khi đó, hàm số y= f(x) đồng biến trên các khoảng (-2; 0) và $(2;+\infty)$.

* Hàm số y= f(x) nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$

Câu 10. Cho hàm số y= f(x) xác định và liên tục trên đoạn [-3; 3] và có đồ thị là đường cong ở hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng trên đoạn [-3; 3].



A. Hàm số y= f(x) đạt giá trị lớn nhất tại x= 2.
B. Hàm số y= f(x) đạt cực đại tại x= 4.
C. Hàm số y= f(x) đồng biến trên khoảng (-1; 3) .
D. Hàm số y= f(x) nghịch biến trên khoảng (2;3).

Lời giải

* Đáp án A sai, vì: Hàm số y= f(x) đạt giá trị lớn nhất tại x= - 3.

* Đáp án B sai, vì: Hàm số y= f(x) đạt cực đại tại x= 2.

* Đáp án C sai, vì: Hàm số y= f(x) đồng biến trên khoảng (-1; 2).

Đáp án D đúng, vì: Hàm số y=f(x) đồng biến trên khoảng (-1; 3).

Chọn D.

Câu 11. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số: $y=\left|x^2-2x-3\right|$

A. $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$ B. $(-\infty;-1)$ và $(1;3)$

C. $(0;+\infty)$ D. $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\left|x^2-2x-3\right|=\begin{cases} x^2-2x-3 & khi \quad x\in(-\infty;-1]\cup[3;+\infty) \\ -x^2+2x+3 & khi \quad x\in(-1;3) \end{cases}$.

Tập xác định : D= R.

Tìm $y'=\begin{cases} 2x-2 & \text{khi} \quad x\in(-\infty;-1)\cup(3;+\infty) \\ -2x+2 & \text{khi} \quad x\in(-1;3) \end{cases}$.

Hàm số không có đạo hàm tại x= -1 và x= 3.

Ta lại có: Trên khoảng $(-1;3)$: y'= 0 khi x= 1.

Trên khoảng $(-\infty;-1)$: y'< 0 . Trên khoảng $(3;+\infty)$: y'> 0.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trong các khoảng (-1; 1) và $(3;+\infty)$.

Câu 12. Hàm số y= x^3 + $3x^2$ + mx+ m đồng biến trên tập xác định khi giá trị của m là :

A. $m\le 1$ B. $m\ge 3$ C. $-1\le m\le 3$ D. m< 3

Lời giải

Chọn B

- Tập xác định D= R.
- Tính đạo hàm y'= $3x^2$ + 6x+ m
- Để hàm số đồng biến trên R khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x$

  Hay $3x^2$ + 6x+ m≥ 0 với mọi x (*)

  $\Delta'\le 0 \Leftrightarrow 9-3m\le 0 \Leftrightarrow m\ge 3$

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;\dfrac{\pi}{4})$

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$ B. m< 2 C. $1\le m<2$ D. $m\ge 2$

Lời giải
Chọn A

Đặt t= tanx , vì $x\in(0;\dfrac{\pi}{4})$ nên $t\in(0;1)$

Khi đó hàm số trở thành: $y=\dfrac{t-2}{t-m}$ suy ra đạo hàm: $y'=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}$

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;\dfrac{\pi}{4})$ khi và chỉ khi hàm số $y=\dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên khoảng (0; 1). Do đó đạo hàm $y'=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}>0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y'=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}>0 \\ m\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ m\notin(0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m\notin(0;1) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$

Câu 14. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số y= sinx- cosx + 2017$\sqrt{2}$mx đồng biến trên R?

A. m$\ge$ 2017 B.m< 0 C. $m\ge\dfrac{1}{2017}$ D. $m\ge\dfrac{-1}{2017}$

Lời giải
Chọn C

- Tính đạo hàm: y'= cosx+ sinx + $2017\sqrt{2}m$
- Để hàm số đã cho đồng biến trên R khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x$

  Hay $m\ge\dfrac{-\sin x-\cos x}{2017\sqrt{2}}=f(x)$ (*)
- Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki thì

(- sinx – cosx)^2 $\le$ [(-1)^2 +(-1)^2].(sin^2 x+ cos^{2}x)= 2

Nên $-\sqrt{2}\le -\sin x - \cos x\le\sqrt{2}$

Suy ra: $-\frac{\sqrt{2}}{2017\sqrt{2}} \le f(x) \le \frac{\sqrt{2}}{2017\sqrt{2}}$

=> hàm số f(x) đạt giá trị lớn nhất là $\frac{1}{2017}$

Do đó; để (*) luôn đúng với mọi x khi và chỉ khi $m \ge \frac{1}{2017}$

Câu 15. Tìm m để hàm số y= $x^3 + 3x^2$ + mx+ m nghịch biến trên đoạn có độ dài đúng bằng 2.

A. m= 0 B.m< 3 C. m= 2 D. m> 3

Lời giải

Chọn A

- Đạo hàm: y'= $3x^2$ + 6x+ m. Xét phương trình y'= 0 hay $3x^2$ + 6x+ m=0 (*)
  Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 2 thì phương trình (*) có 2 nghiệm x_1; x_2 và $|x_1 - x_2|$= 2
- Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1.x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$
- Giải $|x_1 - x_2|$= 2 $\Leftrightarrow$ $(x_1 - x_2)^2 = 4$
  $\Leftrightarrow$ $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$ $\Leftrightarrow$ 4- $\frac{4m}{3}$ = 4 nên m= 0

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực m để f(x)= - x^3 +$3x^2$+ (m-1)x+ 2m- 3 đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1.

A. $m \ge 0$ B. $m \le 0$. C. $\frac{-5}{4}$ <m< 0. D. $m > \frac{-5}{4}$

.Lời giải

Chọn D

Ta có đạo hà y'= - $3x^2$ + 6x +m- 1.

Hàm số đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1 khi và chỉ khi phương trình y'=0 có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $|x_2 - x_1| > 1$.

+ Phương trình y'= 0 có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 khi và chỉ khi

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow$ 3m+ 6 > 0 $\Leftrightarrow$ m> - 2.

Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = \dfrac{1-m}{3} \end{cases}$

+ Để $|x_2 - x_1| > 1 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 > 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1.x_2 > 1$

$\Leftrightarrow$ 4m+ 5 > 0 hay $m > \dfrac{-5}{4}$

Kết hợp với điều kiện ta được: $m > \dfrac{-5}{4}$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số y= $2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. m< 1 B. $m \le 1$ C. m<2 D. m> 1

Lời giải

Chọn B

Tập xác định D= R.

Ta có đạo hàm $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

+ Trường hợp 1: Hàm số luôn đồng biến trên R $\Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in R$

$\Leftrightarrow \Delta \le 0 \Leftrightarrow (2m+1)^2 - 4m(m+1) \le 0$

$\Leftrightarrow 1 \le 0$ (vô lí).

+ Trường hợp 2: Phương trình y'=0 có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1 < x_2 \le 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 < 4 \\ (x_1 - 2).(x_2 - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 2m + 1 < 4 \\ x_1.x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m < \dfrac{3}{2} \\ m(m+1) - 2(2m+1) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{3}{2} \\ m \in (-\infty;1] \cup [2;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \in (-\infty;1]$

Vậy các gía trị của m thỏa mãn đầu bài là m $\le$ 1.

Câu 18. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số y= $\dfrac{-1}{3}x^3 + (m-1).x^2 + (m+3).x - 10$

đồng biến trong khoảng (0 ; 3) ?

A. $m \geq \frac{12}{7}$ B. $m < \frac{12}{7}$ C. Mọi m D. $m > \frac{7}{12}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định : D= R.

Đạo hàm : y'= - x^2 + 2(m-1)x + m+ 3= g(x)

Do hàm số đã cho là hàm bậc ba với hệ số a< 0 nên hàm số đồng biến trên (0; 3) khi phương trình y'= 0 có hai nghiệm x_1; x_2 thỏa $x_1 \leq 0 < 3 \leq x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1.g(0) \leq 0 \\ -1.g(3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 \geq 0 \\ 7m-12 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{12}{7}$$

Câu 19. Tìm m để hàm số y= $2x^3$ + 3(m-1).x^2 + 6(m-2)x+ 3 nghịch biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 3.

A. m> 6 B.0< m< 6. C. m< 0 D. m< 0 hoặc m> 6

Lời giải

Chọn D

Tập xác định D= R.

Ta có đạo hàm y'= $6x^2$ + 6(m-1)x+ 6(m – 2)

Xét phương trình y'=0 hay $6x^2$ + 6(m- 1) x+ 6(m- 2)=0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2-m \end{array} \right.$$

Hàm số nghịch biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 3 khi phương trình y'= 0

có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 sao cho $|x_1 - x_2| > 3$ (1)

$$\begin{cases} -1 \neq 2-m \\ |-1-(2-m)>3| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ |m-3| > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 6 \end{array} \right.$$

Câu 20.Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số y= $\frac{1}{3}$ x^3+ (m-1)x^2+ (2m- 3)x -10 đồng biến trên $(1;+\infty)$

A. m> 2 B. $m \le 2$ C. m<1 D. $m \ge 1$

Lời giải

Chọn D

+ Tính đạo hàm y' = x^2+ 2(m-1)x + 2m – 3 = (x+ 1) .(x+ 2m – 3)

+ Để hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$ thì $y' \ge 0$ với mọi x> 1.

Do x> 1 nên x+ 1> 0 nên để $y' \ge 0$ thì x+2m- 3 $\ge 0; \forall x > 1$

$\Leftrightarrow 1+2m-3 \ge 0 \Leftrightarrow 2m \ge 2 \Leftrightarrow m \ge 1$

Câu 21.Tập hợp các giá trị m để hàm số y= mx^3 – x^2 +3x + m- 10 đồng biến trên (-3; 0)?

A. $[\frac{-1}{3};+\infty)$. B. $(-\frac{1}{3};+\infty)$ C. $(-\infty;-\frac{1}{3})$ D. $[\frac{-1}{3};0)$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định D= R.

Ta có y'= 3mx^2 – 2x + 3. Hàm số đồng biến trên khoảng (-3; 0) khi và chỉ khi:

$y' \ge 0, \forall x \in (-3;0)$ (Dấu $"="$ xảy ra tại hữu hạn điểm trên (-3; 0)

$\Leftrightarrow$ 3mx^2 – 2x+ $3 \ge 0, \forall x \in (-3;0)$

$\Leftrightarrow m \ge \frac{2x-3}{3x^2}$ = g(x)$; \forall x \in (-3;0)$

Ta có: $g'(\text{x}) = \frac{-2x+6}{3x^3}$; g'(x)=0 khi x= 3.

Bảng biến thiên

x	-3		0
		$-$	
	$-\frac{1}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên; ta có các giá trị của m thỏa mãn là $m \ge \max\limits_{x\in(-3;0)} g(x) = \frac{-1}{3}$.

Câu 22.Cho hàm số y= $-\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1019$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số nghịch biến trên R.

A. $\left[\begin{matrix} m > -1 \\ m < -2 \end{matrix}\right.$.

B. $\left[\begin{matrix} m \ge -1 \\ m \le -2 \end{matrix}\right.$.

C. $-2 \le m \le -1$.

D. -2<m<-1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định D= R.

Đạo hàm: y'= - x^2 + 2mx + 3m+ 2 .

Hàm số nghịch biến trên R khi và chỉ khi $y' \le 0, \forall x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m + 2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m \le -1 .$$

Câu 23.Tập hợp giá trị của m để hàm số y=mx^3 + mx^2 + (m+ 1)x – m^2 + m nghịch biến trên R là

A. $(-\infty; -\frac{3}{2}]$

B. $[\frac{-3}{2}; 0)$

C. $(-\infty; \frac{-3}{2}) \cup (0; +\infty)$

D. $(-\infty; \frac{-3}{2}] \cup [0; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Hàm số có đạo hàm y'= 3mx^2 + 2mx+ m+ 1.

*Trường hợp 1. Nếu m = 0 thì y'= 1> 0. Khi đó ; hàm số đồng biến trên R.

Suy ra loại m= 0.

* Trường hợp 2.Nếu $m \neq 0$. Để hàm số đã cho nghịch biến trên R khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m < 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m(m+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -2m^2 - 3m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \leq \dfrac{-3}{2} \\ m \geq 0 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{-3}{2}$$

Vậy tập hợp các giá trị m thỏa mãn là $(-\infty; \frac{-3}{2}]$.

Câu 24. Điều kiện cần và đủ để hàm số y= -x^3+ (m+1)x^2 +2x + m- 2 đồng biến trên đoạn [0; 2] là

A. $m < \frac{3}{2}$ B. $m \geq \frac{3}{2}$ C. $m \geq \frac{1}{2}$ D. $m \leq \frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định D= R.

Đạo hàm: y'= - 3x^2 + 2(m+ 1)x+2

Xét phương trình y'=0 hay – 3x^2 + 2(m+1).x+ 2=0 có $\Delta' =$ = (m+ 1)^2 + 6>0 với mọi m.

Suy ra phương trình y'= 0 luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$.

Để hàm số đồng biến trên đoạn [0;2] khi và chỉ khi y'=0 có hai nghiệm thỏa mãn:

$$x_1 \leq 0 < 2 \leq x_2$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3.y'(0) \le 0 \\ -3.y'(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \le 0 \\ -3[30-12(m+1)] \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{3}{2}$.

Câu 25. Cho hàm số y= $x^3 - 3(m^2 + 3m + 3)x^2 + 3(m^2 + 1)^2x + 2m - 10$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$ B. $(-\infty;-2)$ C. $(-1;+\infty)$ D. $(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có : y'= $3x^2 - 6(m^2 + 3m + 3)x + 3(m^2+1)^2$

Khi đó : $\Delta' = 9(m^2 + 3m + 3)^2 - 9(m^2 + 1)^2 = 9(3m + 2).(2m^2 + 3m + 4)$

* Trường hợp 1 : Nếu $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{2}{3}$.

Khi đó ta có a= 3> 0 nên $y' \ge 0$ với mọi x. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$

* Trường hợp 2: Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{-2}{3}$.

Khi đó y'=0 có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

Ta có y'> 0 khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và y' < 0 khi $x \in (x_1; x_2)$. Do đó để hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $[1;+\infty) \subset (x_2;+\infty)$.

Ta có : $x_1 < x_2 \le 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x_1 + x_2}{2} < 1 \\ (x_1 - 1).(x_2 - 1) \le 0 \end{cases}$

Xét $\dfrac{x_1 + x_2}{2} < 1$ hay $m^2 + 3m + 3 < 1$

$\Leftrightarrow$ $m^2 + 3m + 2 < 0$ nên $-2 < m < -1$ (vô lí vì $m > \dfrac{-2}{3}$)

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $m\le\frac{-2}{3}$.

Câu 26.Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

A. $(1;+\infty)$ B. $[1;+\infty)$ C. $[2;+\infty)$ D. $(2;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định D = R\ {m}.

Ta có: $y'=\frac{-m+1}{(x-m)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ thì $y'<0,\forall x\in(-\infty;2)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-m+1<0\\ m\ge2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\ m\ge2\end{cases}\Leftrightarrow m\ge2$.

Câu 27.Tìm m để hàm số $y=\frac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{2};+\infty)$

A. $-2<m\le1$. B. -2< m<2. C. $-2\le m\le2$. D. m>2

Lời giải

Chọn A

Tập xác định hàm số $D=R\setminus\{\frac{m}{2}\}$

Đạo hàm $y'=\frac{m^2-4m}{(m-2x)^2}$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{2};+\infty)$ khi và chỉ khi hàm số xác định trên khoảng đó và đạo hàm âm, hay ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{m}{2} \le \dfrac{1}{2} \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 1 \\ -2 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \le 1 \ .$$

Câu 28.Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = \dfrac{(m+1).x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $-2 \le m \le -1$. B. m>1. C. -2< m<1 D. m> - 2

Lời giải

Chọn C

Tập xác định D= R\ {m}.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{-m(m+1)+2}{(x-m)^2} = \dfrac{-m^2-m+2}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi

y'> 0 với $\forall x \in D \Leftrightarrow$ - m^2 – m+2>0 hay – 2< m< 1

Câu 29. Tìm m để hàm số $y = \dfrac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

A. 1< m< 2 B. $1 \le m \le 2$ C. $m \ge 2$ hoặc $m \le 1$ D. m>2 hoặc m<1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: D= R\ {3- m}.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{m^2-3m+2}{(x+m-3)^2}$.

Để hàm số đã cho ngịch biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi:

$y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow$ m^2 – 3m+ 2< 0 hay 1< m< 2

Câu 30.Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{mx-6m+5}{x-m}$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

A. $1 < m \le 3$ B. 1< m< 5. C. $1 \le m \le 5$ D. $1 \le m \le 3$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định :D=R\ {m}.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{-m^2 + 6m - 5}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(3;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (3;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 6m - 5 > 0 \\ m \le 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 5 \\ m \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \le 3$.

Câu 31.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\dfrac{1}{4})$

A. $-2 \le m \le 2$ B. -2< m< 2 C.m>2 D.$1 \le m < 2$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = R \setminus \{\dfrac{m}{4}\}$

Ta có: $y' = \dfrac{m^2 - 4}{(m-4x)^2}$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\dfrac{1}{4})$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \dfrac{m}{4} \notin (-\infty;\dfrac{1}{4}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m < 2$

Câu 32.Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x}{x-m}$ nghịch biến trên nửa khoảng $[1;+\infty)$ là:

A. m>1 B. m> -1 C. m <0 D. 0< m<1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: D= R\ { m}.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-m}{(\mathrm{x}-\mathrm{m})^2}$

Hàm số nghịch biến trên nửa khoảng $[1;+\infty)$ thì m phải thỏa mãn điều kiện :

$$\begin{cases}-m<0\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1$$

Câu 33.Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

A. $-2\le m<1$ B. m=- 2 C. $m\ge 2$ D. $m\le -2$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: D= R\ {- m}.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{m-1}{(x+m)^2}$

Để hàm số ngịch biến trên $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$$y'<0,\forall x>2 \Leftrightarrow \frac{m-1}{(x+m)^2}<0,\forall x>2$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\ -m\notin(2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ -m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<1$$

Câu 34.Cho hàm số $y=\frac{x^2-m}{x-1}(m\neq 1)$. Chọn câu trả lời đúng.

A. Hàm số luôn giảm trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ với m< 1.

B. Hàm số luôn giảm trên tập xác định.

C. Hàm số luôn tăng trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ với m> 1.

D. Hàm số luôn tăng trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: D= R\ {1}.

Đạo hàm: $y'=\frac{x^2-2x+m}{(x-1)^2}$

Xét phương trình y'=0 hay x^2 – 2x+ m=0

Xét g(x)= x^2 -2x+ m có Δ =1- m

* Nếu $\Delta=1-m\leq 0 \Leftrightarrow m\geq 1$ khi đó:

$g(x)\geq 0;\forall x\in D \Rightarrow f'(x)\geq 0, \forall x\in D$

Vậy hàm số luôn tăng trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ với m> 1.

Câu 35.Cho hàm số $f(x)=\frac{\cos x-1}{m\cos x-1}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;\frac{\pi}{3})$?

A. $m\leq 1$ B. $1\leq m\leq 2$. C.m>1 D. $m\geq 2$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: m.cosx - $1\neq 0$ hay $\cos x\neq \frac{1}{m}$

Đạo hàm $y'=\frac{(m-1).\sin x}{(m.\cos x-1)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;\frac{\pi}{3})$ khi và chỉ khi:

$$y'=\frac{(m-1).\sin x}{(m.\cos x-1)^2}\le 0;\forall x\in(0;\frac{\pi}{3})$$

Hay (m- 1). $\sin x \le 0;\forall x\in(0;\frac{\pi}{3}) \Leftrightarrow m\le 1$

Câu 36. Cho m; n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m; n để hàm số y= m. sinx- n.cosx – 3x+ 10 nghịch biến trên R

A. $m^2+n^2\le 8$ B. $m^2+n^2>9$ C. m= 2; n =1 D. $m^2+n^2\le 9$

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm: y'=m.cosx +n.sinx- 3.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên R khi và chỉ khi:

$$m.\cos x + n.\sin x - 3\le 0,\forall x$$

$\Leftrightarrow \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}.\cos x+\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}.\sin x\le\frac{3}{\sqrt{m^2+n^2}}$ với mọi x. (*)

Đặt $\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}=\sin\alpha;\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}=\cos\alpha$

Khi đó (*) trở thành: $\sin\alpha.\cos x+\cos\alpha.\sin x\le\frac{3}{\sqrt{m^2+n^2}}$ với mọi x.

$\Leftrightarrow \sin(x+\alpha)\le\frac{3}{\sqrt{m^2+n^2}}$ với mọi x.

$\Leftrightarrow 1\le\frac{3}{\sqrt{m^2+n^2}}\Leftrightarrow m^2+n^2\le 9$

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số y= (2m- 1).x – (3m+ 2). cosx nghịch biến trên R.

A. $-3 \le m \le \frac{-1}{5}$ B. $-3 < m < \frac{-1}{5}$ C. m<- 3 D. m$\ge \frac{-1}{5}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định D= R.

Ta có: y'= (2m-1) + (3m+ 2). sinx

Để hàm số nghịch biến trên R thì $y' \le 0, \forall x$ tức là:

(2m-1)+ (3m +2) .sinx $\le 0, \forall x$ (1)

+) Nếu $m = \frac{-2}{3}$ thì (1) thành $\frac{-7}{3} \le 0$ luôn đúng với mọi x.

+) Nếu $m > \frac{-2}{3}$ thì (1) thành $\sin x \le \frac{1-2m}{3m+2}$ (*)

Để (*) luôn đúng với mọi x khi và chỉ khi:

$$\frac{1-2m}{3m+2} \ge 1 \Leftrightarrow \frac{5m+1}{3m+2} \le 0 \Leftrightarrow \frac{-2}{3} < m \le \frac{-1}{5}$$

+) Nếu $m < \frac{-2}{3}$ thì (1) thành $\sin x \ge \frac{1-2m}{3m+2}$ (**)

Để (**) luôn đúng với mọi x khi và chỉ khi:

$$\frac{1-2m}{3m+2} \le -1 \Leftrightarrow \frac{m+3}{3m+2} \le 0 \Leftrightarrow -3 \le m < \frac{-2}{3}$$

Kết hợp được: $-3 \le m \le \frac{-1}{5}$

Câu 38.Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số y= x+ m(sinx + cosx) đồng biến trên R.

A.$|m| \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $m \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $m \le \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $|m| \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: y = x +m (sinx+ cosx) = x+ $\sqrt{2}m\sin(x+\frac{\pi}{4})$

Đạo hàm: $y'=1+\sqrt{2}m.\cos(x+\frac{\pi}{4})$.

Đề hàm số đồng biến trên R khi và chỉ khi:

$y'=1+\sqrt{2}m.\cos(x+\frac{\pi}{4})\ge 0,\forall x$ hay $|\sqrt{2}m.\cos(x+\frac{\pi}{4})|\le 1,\forall x$ (*)

Mà $-1\le\cos(x+\frac{\pi}{4})\le 1,\forall x$ nên từ (*) suy ra :

$$\sqrt{2}|m|\le 1\Leftrightarrow|m|\le\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{m\ln x-2}{\ln x-m-1}$ nghịch biến trên $(e^2;+\infty)$

A. m< - 2 hoặc m> 1.

B. $m\le -2$ hoặc m= 1.

C. m< - 2 hoặc m =1.

D. m< - 2

Lời giải

Chọn D

Điều kiện x> 0 .

Đặt t= lnx. Vì $x\in(e^2;+\infty)$ nên $t\in(2;+\infty)$.

Hàm số đã cho có dạng: $y=\frac{mt-2}{t-m-1}$.

Hàm số $y=\frac{m\ln x-2}{\ln x-m-1}$ nghịch biến trên $(e^2;+\infty)$ khi và chỉ khi $y=\frac{mt-2}{t-m-1}$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

Ta có: $y'=\frac{-m^2-m+2}{(t-m-1)^2}$.

Để hàm số $y=\frac{mt-2}{t-m-1}$ nghịch biến trên $(2;+\infty)\Leftrightarrow$ $y'=\frac{-m^2-m+2}{(t-m-1)^2}<0,\forall t\in(2;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - m + 2 < 0 \\ m+1 \notin (2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m+1 \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2 .$$

Câu 40.Cho phương trình $\sqrt{4x-1} + \sqrt{4x^2-1} = 1$ có nghiệm duy nhất có dạng $\frac{b}{a}$, trong đó a; b nguyên dương và $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản. Hãy tính giá trị của S= a+ b

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} 4x-1 \ge 0 \\ 4x^2-1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge \frac{1}{2}$

Xét hàm số y= $f(x) = \sqrt{4x-1} + \sqrt{4x^2-1}$

Đạo hàm $y' = \frac{2}{\sqrt{4x-1}} + \frac{4x}{\sqrt{4x^2-1}} > 0, \forall x > \frac{1}{2}$

Suy ra hàm số đồng biến trên $(\frac{1}{2};+\infty)$

Nên phương trình f(x)= 0 nếu có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Ta thấy $f(\frac{1}{2}) = 0$ nên nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{1}{2}$

Do đó; a= 1 và b= 2 nên a+ b= 3.

Câu 41. Gọi S là tập nghiệm của phương trình: $2x^3 + x^2 - 3x + 1 = 2.(3x-1).\sqrt{3x-1}$. Số tập con khác rỗng của S là :

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x \ge \frac{1}{3}$

Ta có: $2x^3 + x^2 - 3x + 1 = 2.(3x-1).\sqrt{3x-1}$

$\Leftrightarrow 2x^3 + x^2 + 1 = 2.(\sqrt{3x-1})^3 + (\sqrt{3x-1})^2 + 1$

$\Leftrightarrow f(x) = f(\sqrt{3x-1})$ trong đó f(x)= $2x^3 + x^2 + 1$

Xét hàm số f(t)= $2t^3 + t^2 + 1$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có: y'= $6t^2 + 2t > 0$ với mọi t>0

Suy ra: Hàm số f(t) đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Ta có: $f(x) = f(\sqrt{3x-1}) \Leftrightarrow x = \sqrt{3x-1}$

$\Leftrightarrow x^2 = 3x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} > \dfrac{1}{3} \\ x = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} > \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt. Do đó; tập S có 2 phần tử

=> Tập S có 3 tập con khác rỗng.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số y= $x^3 - (m+1)x^2 + 3x+1$ đồng biến trên R.

A. 1 B. 2 C.3 D. Vô số

Lời giải

Chọn B

Tập xác định D= R.

Đạo hàm : y’ = $3x^2 - 2(m+1)x + 3$

Để hàm số đồng biến trên R khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in R$

$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$.

Mà m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có hai giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số y= $(m^2 - 1).x^4 - 2mx^2 + 2m$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

A. $m \leq -1$ hoặc m>1

B. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

C. m = - 1 hoặc $m > \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

D. $m \leq -1$

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm:y’ = $4(m^2 - 1)x^3 - 4mx = 4x.[(m^2-1)x^2 - m]$

Để hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1;+\infty)$

Hay $(m^2 - 1).x^2 - m \geq 0, \forall x \in (1;+\infty)$ (*)

* Nếu $m^2 - 1 = 0$ thay m =1 hoặc m= - 1.

Với m= 1 khi đó (*) trở thành: $-1 \geq 0$ (mâu thuẫn)

Với m= -1 khi đó trở thành: $1 \geq 0$ (đúng) nhận m= - 1.

*Nếu $m^2 - 1 > 0$ hay m< - 1 hoặc m> 1.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 \geq m, \forall x \in (1;+\infty)$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{m}{m^2-1}, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow 1 \geq \frac{m}{m^2-1}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

* Nếu $m^2 - 1 < 0$ hay $-1 < m < 1$

Khi đó (*) $\Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 \geq m, \forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 \leq \frac{m}{m^2-1}, \forall x \in (1;+\infty)$ (Không xảy ra do $x \in (1;+\infty)$)

Vậy giá trị cần tìm $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 44. Tìm tập hợp tất cả các giác trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx^2 - x + m$ nghịch biến trên khoảng (1; 2) .

A. $(-\infty; \frac{-11}{4})$ B. $(-\infty; -2)$ C. $(2;+\infty)$ D. $(-\infty; \frac{-11}{4}]$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 + 2mx - 1$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng (1; 2) khi và chỉ khi:

$y' \leq 0, \forall x \in (1;2)$ hay $3x^2 + 2mx - 1 \leq 0, \forall x \in (1;2)$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{1-3x^2}{2x} \quad \forall x \in (1;2) .$$

* Khảo sát hàm số $y=\dfrac{1-3x^2}{2x}=\dfrac{1}{2x}-\dfrac{3x}{2}$ trên khoảng (1;2).

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-1}{2x^2}-\dfrac{3}{2}$. Với $\forall x\in(1;2)$ thì y’<0

Bảng biến thiên:

x	1	2
y'	$-$	
y	-1 ↘	$\dfrac{-11}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên: $m\le\dfrac{-11}{4}$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$-x^3+3mx-2<\dfrac{-1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x\ge 1$?

A. $m<\dfrac{2}{3}$ B. $m\ge\dfrac{2}{3}$. C. $m\ge\dfrac{3}{2}$. D. $m\ge\dfrac{1}{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có : $-x^3+3mx-2<\dfrac{-1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x\ge 1$

$\Leftrightarrow$ $3mx<x^3-\dfrac{1}{x^3}+2$ nghiệm đúng $\forall x\ge 1$

$\Leftrightarrow 3m<x^2-\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{2}{x}=f(x),\forall x>1$

Đạo hàm: $f'(x)=2x+\dfrac{4}{x^5}-\dfrac{2}{x^2}\ge 2.\sqrt{2x.\dfrac{4}{x^5}}-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{4\sqrt{2}-2}{x^2}>0$

suy ra f(x) tăng.

Yêu cầu bài toán trở thành : f(x) > 3m, $\forall x \geq 1$

$$\Leftrightarrow \min_{x\geq 1} f(x) = f(1) = 2 > 3m \Leftrightarrow m < \frac{2}{3}$$

Câu 46.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình

$\sqrt{x^2-4x+5} = m + 4x - x^2$ có đúng 2 nghiệm dương?

A. $1 \leq m \leq 3$. B.-3< m< $\sqrt{5}$. C. $-\sqrt{5} < m < 3$. D. – 2< m< 3

Lời giải

Chọn B

Đặt t= $f(x) = \sqrt{x^2-4x+5}$. Ta có $f'(x) = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$

Phương trình f'(x) = 0 khi x = 2.

* Xét x> 0 ta có bảng biến thiên

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\sqrt{5}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó phương trình đã cho trở thành:

m=t^2 + t- 5 hay t^2+ t-5 – m = 0 (1)

* Nếu phương trình (1) có nghiệm t_1; t_2 thì $t_1 + t_2 = -1$ *nên* (1) có ít nhất 1 nghiệm âm.

=> (1) có nhiều nhất 1 nghiệm $t \geq 1$.

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 1 nghiệm $t \in (1;\sqrt{5})$.

Đặt g(t)= t^2 + t- 5. Ta đi tìm m để phương trình g(t)= m có đúng 1 nghiệm $(1;\sqrt{5})$. Ta có g'(t)= 2t+ 1> 0 với $t \in (1;\sqrt{5})$.

Bảng biến thiên:

t	1		$\sqrt{5}$
$g'(t)$		$+$	
$g(t)$	-3	$\nearrow$	$\sqrt{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra: $-3 < m < \sqrt{5}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số y= (2m-1)x – (3m+2).cosx nghịch biến trên R.

A. $-3 \le m \le -\frac{1}{5}$. B. $-3 < m < -\frac{1}{5}$. C. m <- 3 D. $m \ge -\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định : D= R.

Đạo hàm : y’= (2m-1)+ (3m+2). sinx

Để hàm số nghịch biến trên R thì $y' \le 0, \forall x$ tức là:

(2m-1) + (3m + 2) . sin x $\le 0, \forall x$ (1)

+) Nếu $m = \frac{-2}{3}$ thì (1) thành $\frac{-7}{3} \le 0$ luôn đúng với mọi x.

+) Nếu $m > \frac{-2}{3}$ thì (1) thành :

$$\sin x \le \frac{1-2m}{3m+2} \Rightarrow \frac{1-2m}{3m+2} \ge 1 \Leftrightarrow \frac{5m+1}{3m+2} \le 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < m \le \frac{-1}{5}$$

+) Nếu $m < -\frac{2}{3}$ thì (1) thành :

$$\sin x \ge \frac{1-2m}{3m+2} \Rightarrow \frac{1-2m}{3m+2} \le -1 \Leftrightarrow \frac{m+3}{3m+2} \le 0 \Leftrightarrow -3 \le m < -\frac{2}{3}$$

Kết hợp ta được: $-3 \le m \le -\frac{1}{5}$

Câu 48. Phương trình x^3+ x(x+1)= m.(x^2 +1)^2 có nghiệm thực khi và chỉ khi:

A. $-6 \le m \le \frac{-3}{2}$. B. $-1 \le m \le 3$. C. 2<m<6 D. $\frac{-1}{4} \le m \le \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^3+x(x+1)=m\left(x^2+1\right)^2 \Leftrightarrow m=\dfrac{x^3+x^2+x}{x^4+2x^2+1}$ (1)

* Xét hàm số $y=\dfrac{x^3+x^2+x}{x^4+2x^2+1}$ xác định trên R.

Đạo hàm:

$$y'=\frac{\left(x^3+x^2+x\right)'\left(x^4+2x^2+1\right)-\left(x^3+x^2+x\right)\left(x^4+2x^2+1\right)'}{\left(x^4+2x^2+1\right)^2}$$

$$=\frac{\left(3x^2+2x+1\right)\left(x^4+2x^2+1\right)-\left(x^3+x^2+x\right)\left(4x^3+4x\right)}{\left(x^4+2x^2+1\right)^2}$$

$$=\frac{-x^6-2x^5-x^4+x^2+2x+1}{\left(x^4+2x^2+1\right)^2}$$

$$=\frac{\left(-x^4+1\right)\left(x^2+2x+1\right)}{\left(x^4+2x^2+1\right)^2}$$

* Xét phương trình: y'=0 hay ($-x^4$ +1).(x^2 +2x+ 1) =0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	0	↘	$-\frac{1}{4}$	↗	$-\frac{3}{4}$	↘	0

Phương trình (1) có nghiệm khi đường thẳng y=m cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3+x^2+x}{x^4+2x^2+1}$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{4}\le m\le\frac{3}{4}.$$

Câu 49. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số y=2x^3 +3(m-1)x^2+ 6(m-2).x+ 1991 nghịch biến trên khoảng (a; b) sao cho b- a> 3 là

A. m> 6 B. m> 9 C.m< 0 D. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>6 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: y'= 6x^2 + 6(m-1)x+ 6(m – 2) = 6.[x^2+ (m-1)x + m-2]

Hàm số nghịch biến trên (a; b) khi và chỉ khi x^2 + (m-1)x+ m- 2 $\le 0, \forall x \in (a;b)$ (*)

Có $\Delta = m^2 - 6m + 9$

* Trường hợp 1: $\Delta \le 0 \Rightarrow x^2 + (m-1)x + (m-2) \ge 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$

Mâu thuẫn với (*) (loại) .

* Trường hợp 2: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \ne 3 \Rightarrow y'$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$.

Suy ra: Hàm số luôn nghịch biến trên (x_1; x_2).

Yêu cầu đề bài trở thành: $x_2 - x_1 > 3$.

$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 > 9 \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1.x_2 > 9$

$\Leftrightarrow$ $(m-1)^2 - 4(m-2) > 9$ hay $m^2 - 6m > 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>6 \\ m<0 \end{array}\right.$

Câu 50.Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx}$ đồng biến trên [1; 2].

A. $m > \frac{1}{3}$ B. $m \ge \frac{1}{3}$ C. $m \ge -1$ D. m> - 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = (3x^2 - 2x + m)2^{x^3 - x^2 + mx}\ln 2$.

Hàm số đã cho đồng biến trên

$[1,2] \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in [1,2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \ge 0, \forall x \in [1,2]$ (*)

Vì f(x)= 3x^2 – 2x+ m có $a = 3 > 0, -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} < 2$ nên

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta' \le 0 \\ \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \dfrac{x_1 + x_2}{2} < 1 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 - 3m \le 0 \\ \begin{cases} 1 - 3m > 0 \\ \dfrac{1}{3} < 1 \\ \dfrac{m}{3} - \dfrac{2}{3} + 1 \ge 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge \dfrac{1}{3} \\ \begin{cases} m < \dfrac{1}{3} \\ m \ge -1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow m \ge -1$$

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số y= sinx+ cosx+ mx đồng biến trên R.

A. $-\sqrt{2} \le m \le \sqrt{2}$ B. $m \le -\sqrt{2}$ C. $-\sqrt{2} < m < 2$ D. $m \ge \sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số y= sinx+ cosx+ mx.

Đạo hàm : y'= cosx – sinx + m

Hàm số đồng biến trên R khi và chỉ khi:

$y' \ge 0; \forall x \Leftrightarrow m \ge \sin x - \cos x, \forall x$

$\Leftrightarrow m \ge \max\limits_{\mathbb{R}} \varphi(x)$, với $\varphi(x) = \sin x - \cos x.$

Ta có: $\varphi(x) = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) \le \sqrt{2}.$

Do đó: $\max\limits_{\mathbb{R}} \varphi(x) = \sqrt{2}.$ Từ đó suy ra $m \ge \sqrt{2}.$

Câu 52. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:

A. $m \in \left(-\dfrac{1}{2}; 2\right] \backslash \{-1\}$. B. $m \in (-1; 2] \backslash \{-1\}$.

C. $m \in \left(-1; \dfrac{1}{2}\right)$. D. $m \in \left(-1; \dfrac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định là D= R\ {- m} và $y'=\dfrac{x^2+2mx-4m}{(x+m)^2}$.

Cách 1.

Hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m<1\\ x^2+2mx-4m\ge 0,\forall x\in[1;+\infty)\end{cases}$

$x^2+2mx-4m\ge 0,\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow 2m(x-2)\ge -x^2,\forall x\in[1;+\infty)$ (1)

Do x= 2 thỏa bất phương trình $2m(x-2)\ge -x^2$ với mọi m nên ta chỉ cần xét $x\ne 2$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}2m\le\dfrac{-x^2}{x-2},\forall x\in[1;2)\\ 2m\ge\dfrac{-x^2}{x-2},\forall x\in(2;+\infty)\end{cases}$ (2)

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2}{x-2}$ trên $[1;+\infty)\setminus\{2\}$ có $f'(x)=\dfrac{-x^2+4x}{(x-2)^2}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	1		2		4		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	8	↘	$+\infty$

Theo yêu cầu bài toán ta có:

$\begin{cases}m>-1\\2m\le 1\\2m\ge -8\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le\dfrac{1}{2}$.

Cách 2.

Hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m<1\\ x^2+2mx-4m\ge 0,\forall x\in[1;+\infty)\end{cases}$

$$x^2+2mx-4m\ge 0,\forall x\in 1;+\infty \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta\le 0\\ \begin{cases}\Delta>0\\ x_1<x_2\le 1\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m^2+4m\le 0\\ \begin{cases}m^2+4m>0\\ -m+\sqrt{m^2+4m}\le 1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-4\le m\le 0\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>0\\ m<-4\end{array}\right.\\ m\ge -1\\ m\le \dfrac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện m> - 1 ta được $-1<m\le\frac{1}{2}$.

Câu 53. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{1-x}=\sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in\left[5;\frac{23}{4}\right]$ B. $m\in[5,6]$ C. m> 6 D. m< 5

Lời giải

Chọn B

+) Phương trình : $\sqrt{2-x}+\sqrt{1-x}=\sqrt{m+x-x^2}\ (1)$

Điều kiện: $-1\le x\le 2$

+) $(1)\Leftrightarrow 3+2\sqrt{-x^2+x+2}=-x^2+x+m$

* Đặt: t = - x^2 + x; f(x)= - x^2 + x có đạo hàm f'(x) = -2x + 1 .

Phương trình f'(x) = 0 có nghiệm $x=\frac{1}{2}$. Ta có.

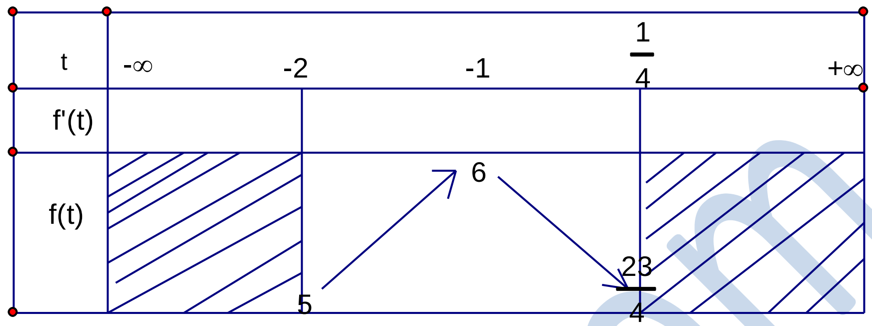
$$f(-1)=2,\ f(2)=-2,\ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\Rightarrow t\in\left[-2;\frac{1}{4}\right]$$

$$(1)\Leftrightarrow 3+2\sqrt{t+2}=t+m\Leftrightarrow 2\sqrt{t+2}=t+m-3\Leftrightarrow m=2\sqrt{t+2}+3-t$$

* Đặt $f(t)=2\sqrt{t+2}+3-t;\ t\in[-2;\frac{1}{4}]$

$f'(t) = \dfrac{1}{\sqrt{t+2}} - 1 = \dfrac{1-\sqrt{t-2}}{\sqrt{t-2}}$. $f'(t) = 0 \Rightarrow 1-\sqrt{t-2} = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra các giá trị của m thỏa mãn là $5 \le m \le 6$.

Câu 54. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số y= ln(16x^2 +1) – (m+1).x+ m+ 2 nghịch biến trên R.

A.$m \le 3$ B. $m \ge 3$ C. m< - 3 D. – 3< m<

Lời giải

Chọn B

Ta có: y= ln(16x^2 +1) – (m+ 1) x+ m+ 2

Đạo hàm : $y' = \dfrac{32x}{16x^2+1} - (m+1)$

Hàm số nghịch biến trên R khi và chỉ khi $y' \le 0, \forall x$

$\Leftrightarrow \dfrac{32x}{16x^2+1} - (m+1) \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Cách 1: $\Leftrightarrow \dfrac{32x}{16x^2+1} - (m+1) \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow$ 32x- (m+1) (16x^2 + 1)$\le 0, \forall x$

$\Leftrightarrow$ - 16(m+1) x^2 + 32x – (m+1) $\le 0, \forall x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -16(m+1) < 0 \\ \Delta' = 16^2 - 16(m+1)^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -16m^2 - 32m + 240 \le 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m \ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 3.$$

<u>Cách 2</u>: $\dfrac{32x}{16x^2+1} - (m+1) \le 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \dfrac{32x}{16x^2+1} \le m+1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m+1 \ge \max\limits_{\mathbb{R}} g(x)$, với $g(x) = \dfrac{32x}{16x^2+1}$

Ta có: $g'(x) = \dfrac{-512x^2+32}{16x^2+1^{\,2}}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{1}{4}$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = 0; g\left(\dfrac{1}{4}\right) = 4; g\left(-\dfrac{1}{4}\right) = -4$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{4}$		$\dfrac{1}{4}$		$+\infty$
$g'\ x$		$-$	1 0	$+$	0	$-$	
$g\ x$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có max g(x) = 4

Do đó: m+ $1 \ge 4 \Leftrightarrow m \ge 3$

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\cot x - 1}{m\cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 0< m< 1 B. m≤ 0 C. m> 1 D. m< 1

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y' = \frac{-\left(1+\cot^2 x\right)\left(m\cot x - 1\right) + m\left(1+\cot^2 x\right)\left(\cot x - 1\right)}{\left(m\cot x - 1\right)^2}$$

$$= \frac{\left(1+\cot^2 x\right)\left(1-m\right)}{\left(m\cot x - 1\right)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m\cot x - 1 \neq 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right) \\ y' = \frac{\left(1+\cot^2 x\right)\left(1-m\right)}{\left(m\cot x - 1\right)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \vee m \ge 1 \\ 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 0$$

Câu 56.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ có hai nghiệm thực?

A. $m \ge \frac{-7}{2}$ B. $m \ge \frac{3}{2}$. C. $m \ge \frac{9}{2}$ D. Mọi m.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x \ge \frac{-1}{2}$

Phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ tương đương $3x^2 + 4x - 1 = mx$ (*)

Vì x=0 không là nghiệm nên (*) $\Leftrightarrow m = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$

Xét $f(x)=\dfrac{3x^2+4x-1}{x}$. Ta có $f'(x)=\dfrac{3x^2+1}{x^2}>0$

Bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	$\frac{9}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm thì $m\ge\dfrac{9}{2}$.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình

$3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$ có hai nghiệm thực?

A. $\dfrac{1}{3}\le m<1$. B. $-1\le m\le\dfrac{1}{4}$. C. $-2<m\le\dfrac{1}{3}$. D. $0\le m<\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện : $x\ge 1$

Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành:

$$\frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}+m=2\frac{\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt[4]{(x+1)^2}}\Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}+m=2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$$

Đặt $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}$ với $x\ge 1$ ta có $0\le t<1$.

Thay vào phương trình ta được: $3t^2$ + m= 2t hay m= 2t – $3t^2$ = f(t)

Ta có: f'(t) = 2- 6t ta có: f'(t) =0 khi $t=\dfrac{1}{3}$

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{3}$		1
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0		$\frac{1}{3}$		-1

Từ bảng biến thiên ta có để phương trình có hai nghiệm khi $0 \le m < \frac{1}{3}$

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số y=f(x) = x+ m. cosx luôn đồng biến trên R ?

A. $|m| \le 1$. B. $m > \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $|m| \ge 1$. D. $m < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định D = R. Ta có y’= 1- m. sinx.

Hàm số đồng biến trên R $\Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m\sin x \le 1, \forall x \in \mathbb{R}$

* Trường hợp 1: m= 0 ta có $0 \le 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số luôn đồng biến trên R.

* Trường hợp 2: m> 0 ta có $\sin x \le \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \ge 1 \Leftrightarrow m \le 1$

* Trường hợp 3: m< 0 ta có $\sin x \ge \frac{1}{m}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{1}{m} \le -1 \Leftrightarrow m \ge -1$

Vậy tập hợp các giá trị của m thỏa mãn là $|m| \le 1$

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số y=(m – 3).x- (2m+ 1). cosx luôn nghịch biến trên R?

A. $-4 \leq m \leq \frac{2}{3}$. B. $m \geq 2$. C. $\begin{cases} m > 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$. D. $m \leq 2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định D= R. Ta có: đạo hàm y'= m- 3+ (2m+1).sinx

Hàm số nghịch biến trên R $\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m+1)\sin x \leq 3-m, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: Nếu $m = \frac{-1}{2}$ ta có $0 \leq \frac{7}{2}$ luôn đúng với mọi x.

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên R.

Trường hợp 2: Nếu $m < \frac{-1}{2}$ ta có $\sin x \geq \frac{3-m}{2m+1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-m}{2m+1} \leq -1$

$\Leftrightarrow 3-m \geq -2m-1 \Leftrightarrow m \geq -4$

Trường hợp 3: Nếu $m > \frac{-1}{2}$ ta có:

$\sin x \leq \frac{3-m}{2m+1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-m}{2m+1} \geq 1$

$\Leftrightarrow 3-m \geq 2m+1 \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}$.

Kết hợp 3 trường hợp ta có: $m \in \left[-4; \frac{2}{3}\right]$

Câu 60. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hàm số y= x^4 – 2(m -1). x^2 + m+m^3 đồng biến trên khoảng (1; 3)?

A. $m \in [-5;2)$. B. $m \in (-\infty;2]$. C. $m \in (2,+\infty)$. D. $m \in (-\infty;-5)$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định D= R. Ta có y'= $4x^3$ – 4(m-1)x = 4[x^3 – (m-1)x]

Hàm số đồng biến trên (1 ; 3) khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (1;3)$

Hay x^3 – (m- 1) x $\geq 0, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow x^2 - m + 1 \geq 0, \forall x \in (1;3)$ vì x> 0.

$\Leftrightarrow g(x)=x^2+1\ge m,\forall x\in(1;3)$ (*)

Lập bảng biến thiên của g(x) trên (1 ; 3) :

x	1		3
g'		+	0
	2	$\nearrow$	10

Dựa vào bảng biến thiên, để (*) đúng với mọi x thuộc (1; 3) khi và chỉ khi:
$m\le\min g(x)\Leftrightarrow m\le 2$.

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;\dfrac{\pi}{4})$?

A. $1\le m<2$. B. $m\le 0;1\le m<2$. C. $m\ge 2$. D. $m\le 0$

Lời giải

Chọn B

+) Điều kiện $\tan x\ne m$. Điều kiện cần để hàm số đồng biến trên $(0;\dfrac{\pi}{4})$ là $m\notin(0;1)$

+) Đạo hàm $y'=\dfrac{2-m}{\cos^2 x(\tan x-m)^2}$.

+) Ta thấy: $\dfrac{1}{\cos^2 x(\tan x-m)^2}>0\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right);m\notin(0;1)$

+) Để hàm số đồng biến trên $(0;\dfrac{\pi}{4})$:

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\ m\le 0;m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow m\le 0 \text{ hoặc } 1\le m<2$$

Câu 62. Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số y= $-x^4$ + (2m-3) x^2 + m^2 – m^3 + 1 nghịch biến trên khoảng (1; 2) là $(-\infty;\frac{p}{q}]$, trong đó phân số $\frac{p}{q}$ tối giản và q> 0. Hỏi tổng p+ q là?

A. 5. B. 9. C. 7. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định D=R. Ta có y’= - $4x^3$+ 2(2m- 3)x.

Hàm số nghịch biến trên (1 ; 2) khi và chỉ khi :

$$y' \le 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow m \le x^2 + \frac{3}{2} = g(x), \forall x \in (1;2).$$

Lập bảng biến thiên của g(x) trên (1 ; 2) .

Ta có g’(x) = 2x=0 khi x= 0

Bảng biến thiên

x	1		2
g'		$+$	0
g	$\frac{5}{2}$	$\nearrow$	$\frac{11}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \le \min g(x) \Leftrightarrow m \le \frac{5}{2}$.

Vậy p= 5; q = 2 nên p+ q= 7.

Câu 63. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định D= R\{m}.

Ta có $y' = \frac{2x^2 - 4mx + m^2 - 2m - 1}{(x-m)^2} = \frac{g(x)}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $g(x)\geq 0, \forall x>1$ và $m\leq 1$ (1)

Vì $\Delta_g{}' = 2(m+1)^2 \geq 0, \forall m$ nên (1)⇔ g(x)=0 có hai nghiệm thỏa $x_1 \leq x_2 \leq 1$

Điều kiện tương đương là $\begin{cases} 2g(1)=2(m^2-6m+1)\geq 0 \\ \dfrac{S}{2}=m\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq 3-2\sqrt{2}\approx 0,2$.

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 64. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm thực?

A. $m\geq 2$ B. $m\leq 2$ C. $m\geq 3$ D. $m\leq 3$

Lời giải

Chọn B

* Đặt $t=\sqrt{x+1}, t\geq 0$. Phương trình thành:

2t= t^2 - 1+ m hay m = - t^2 + 2t +1

* Xét hàm số f(t)= -t^2 +2t+ 1 với $t\geq 0$

Ta có đạo hàm f'(t)= - 2t+ 2

Bảng biến thiên của f(t):

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

Từ đó suy ra phương trình có nghiệm khi $m\leq 2$.

Câu 65. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $3\sqrt{4-3x^2}-2\sqrt{x^3+4x^2+4}\geq m$ có nghiệm thực thuộc đoạn [-1; 1].

A. $-3\leq m\leq 2$ B. $m\leq 2$. C. $m\leq 3-2\sqrt{7}$ D. $m\leq -3$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $f(x)=3\sqrt{4-3x^2}-2\sqrt{x^3+4x^2+4}; x\in -1;1$

Đạo hàm: $f'(x)=3.\dfrac{-6x}{2\sqrt{4-3x^2}}-2.\dfrac{3x^2+8x}{2\sqrt{x^3+4x^2+4}}=\dfrac{-9x}{\sqrt{4-3x^2}}-\dfrac{3x^2+8x}{\sqrt{x^3+4x^2+4}}$

Xét phương trình y'=0 $\Leftrightarrow \dfrac{-9x}{\sqrt{4-3x^2}}-\dfrac{3x^2+8x}{\sqrt{x^3+4x^2+4}}=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ -9\sqrt{x^3+4x^2+4}-(3x+8).\sqrt{4-3x^2}=0(*) \end{array}\right.$$

Do $x\in -1;1$ nên 3x+ 8> 0 nên vế trái củ (*) âm nên phương trình (*) vô nghiệm.

Bảng biến thiên

x	-1		0		1
y'		$+$	0	$-$	
y	$3-2\sqrt{7}$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3

Dựa vào bảng biến thiên; để phương trình đã cho có nghiệm thì $-3\le m\le 2$.

Câu 66.Tìm m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15- 3m^2)x^2 - 6mx + 10= 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $\dfrac{11}{5}<m<4$. B. $2<m\le\dfrac{5}{2}$ C. $0<m<\dfrac{9}{4}$. D. $\dfrac{7}{5}\le m<3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15- 3m^2)x^2 - 6mx + 10= 0$

$\Leftrightarrow (x^2 +2)^3 + 3. (x^2 +2)= (mx+ 1)^3 + 3.(mx+1)$

$\Leftrightarrow$ f(x^2+2)= f(mx+ 1) (*) trong đó f(t)= t^3 + 3t

* Xét hàm số f(t)= t^3 + 3t.

Với f'(t)= $3t^2$ + 3> 0 với mọi t. Do đó; hàm số f(t) đồng biến trên R.

Nên (*) tương đương x^2 +2= mx+1

$\Leftrightarrow$ x^2 - mx+ 1 =0 $\Leftrightarrow m = \dfrac{x^2+1}{x}$ (vì x=0 không là nghiệm của phương trình(*))

* Xét hàm số $g(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$ trên $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$

Ta có $g'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2} \Rightarrow$ g'(x)=0 khi x= 1.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$		1		2
g'		$-$	0	$+$	
g	$\frac{5}{2}$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$\frac{5}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$ khi và chỉ khi 2< m$\le \dfrac{5}{2}$

Câu 67. Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2-\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $-5\pi;2017\pi$?

A. Vô nghiệm. B. 2017 C.2022 D.2023

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số $y = 2017^{\sin x} - \sin x - \sqrt{2-\cos^2 x}$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Xét hàm số $y = 2017^{\sin x} - \sin x - \sqrt{2-\cos^2 x}$ trên $[0;2\pi]$.

Ta có

$$y' = \cos x.2017^{\sin x}.\ln 2017 - \cos x - \frac{2\sin x.\cos x}{2\sqrt{2-\cos^2 x}}$$

$$= \cos x.\left(2017^{\sin x}.\ln 2017 - 1 - \frac{\sin x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}\right)$$

* Do vậy trên $0;2\pi$, $y' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \cup x = \frac{3\pi}{2}$.

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2017 - 1 - \sqrt{2} > 0;\ y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2017} - 1 - \sqrt{2} < 0$$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	$y\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$\searrow$	$y\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	$\nearrow$	0

Vậy trên $0;2\pi$ phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2-\cos^2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y(\pi) = 0$, nên trên $[0;2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2-\cos^2 x}$ có ba nghiệm phân biệt là $0;\pi;2\pi$.

Suy ra trên $-5\pi;2017\pi$ phương trình có các nghiệm là $-5\pi;-4\pi;-3\pi;..;2016\pi;2017\pi$

Vậy phương trình đã cho có: 2017- (- 5)+ 1= 2023 nghiệm

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x> 1: $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)\left[m\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt[4]{x(x-1)}\right] \geq 1$.

A. mọi m B.m> 1 C. $m \geq -1$ D. $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: x> 1.

Ta có:

$$\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\left[m\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\sqrt[4]{x(x-1)}\right]\geq 1$$

$$\Leftrightarrow m\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\sqrt[4]{x(x-1)}\geq \sqrt{x}-\sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-1}+\sqrt[4]{x(x-1)}\geq \sqrt{x}(1-m)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x-1}}+\sqrt[4]{x(x-1)}\geq \sqrt{x}(1-m)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x}{x-1}}+\sqrt[4]{\frac{x-1}{x}}\geq (1-m)$$

Đặt $t=\sqrt[4]{\frac{x-1}{x}}$ với 0< t< 1.

Xét hàm số $f(t)=\frac{1}{t^2}+t$ với $t\in(0;1)$ ta có $f'(t)=\frac{-2}{t^3}+1=\frac{t^3-2}{t^3}<0,\forall t\in(0;1)$.

Bảng biến thiên:

t	0		1
$f'(t)$		-	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	2

Từ bảng biến thiên suy ra để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi x> 1 thì

$2\geq 1-m\Leftrightarrow m\geq -1$

Câu 69. Cho hàm số y = x^3 + $3x^2$ + mx+ m^2 - m. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 2

A. m = 0. B. m < 2. C. m = 2. D. m > 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có đạo hàm : y'= $3x^2$+ 6x+ m.

Giả sử phương trình y’=0 có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 theo hệ thức Viet ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = \dfrac{m}{3} \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 2, khi đó phương trình y' = 0 có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn $|x_1 - x_2|= 2$.

Suy ra

$$\begin{cases} \Delta'\ y' > 0 \\ x_1 - x_2\ ^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m > 0 \\ x_1 + x_2\ ^2 - 4x_1.x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ (-2)^2 - 4\dfrac{m}{3} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0$$

Vậy để hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 3 thì m = 0.

Câu 70. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số y= $\dfrac{-1}{2}$sin2x + 2(m+2). cosx + (4m+9).x đồng biến trên R.

A. $m \le -3$ B. $m \ge 6$ C. $-2 \le m \le 6$. D. $m \ge -2$.

Lời giải

Chọn D

* Đạo hàm: y’= - cos2x – 2(m+ 2). sinx + 4m+ 9=2sin^{2}x – 2(m+ 2).sinx + 4m+ 8

* Để hàm số đã cho đồng biến trên R khi và chỉ khi $y' \ge 0, \forall x \in R$

Hay 2sin^{2}x – 2(m+ 2).sinx + 4m+ 8 $\ge 0; \forall x \in R$ (*)

* Đặt t=sinx $\Rightarrow t \in [-1;1]$.

Từ (*) ta có t^2 – (m+ 2) t+ 2m+ 4$\ge 0; \forall t \in [-1;1]$

$\Leftrightarrow t^2 - 2t + 4 \ge m\ \ t - 2\ , \forall t \in\ -1;1$ (Chú ý vì $t \in\ -1;1$ nên t-2< 0)

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - 2t + 4}{t - 2} \le m, \forall t \in\ -1;1\ \ ** \ .$$

Xét hàm số $g\left(t\right)=\dfrac{t^2-2t+4}{t-2}, \forall t\in\left[-1;1\right]$.

Đạo hàm $g'\left(t\right)=1-\dfrac{4}{\left(t-2\right)^2}, \forall t\in\left[-1;1\right]$;

$g'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left(t-2\right)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\ (nhận)\\t=4\ (loại)\end{array}\right.$.

$g(0)=-2; g(1)=-3; g(-1)=-\dfrac{7}{3}\Rightarrow \underset{t\in[-1;1]}{Max}\, g(t)=-2$.

Vậy $(**)\Rightarrow m\geq \underset{t\in\left[-1;1\right]}{Max}\, g\left(t\right)=-2\Leftrightarrow m\geq -2$.

Câu 71. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình | sinx- cosx| + sin2x = m có nghiệm thực.

A. $\left[\sqrt{2}-1;1\right]$ B. $\left[\sqrt{2}-1;\dfrac{5}{4}\right]$ C. $\left[1;\dfrac{5}{4}\right]$ D. $\left[\sqrt{2};2\right]$

Lời giải

Chọn B

* Đặt $t=\left|\sin x-\cos x\right|=\sqrt{2}\left|\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\right|$ suy ra $0\leq t\leq\sqrt{2}$.

* Ta có : $t^2 = |\sin x - \cos x|^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x.\cos x = 1 - \sin 2x$

Hay $\sin 2x = 1 - t^2$

Khi đó, phương trình đã cho trở thành $m = 1 + t - t^2$

Đặt $f(t) = 1 + t - t^2$ (*).

* Xét hàm số $f(t) = 1 + t - t^2$ trên $\left[0;\sqrt{2}\right]$, có f'(t)= 1- 2t và f'(t)=0 khi $t=\dfrac{1}{2}$

Tính các giá trị $f\left(0\right)=1;\ f\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}-1;\ f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{4}$.

Dựa vào bảng biến thiên, để (*) có nghiệm khi và chỉ khi $\min\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} f\left(t\right)\leq m\leq \max\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} f\left(t\right)$.

Vậy $m\in\left[\sqrt{2}-1;\frac{5}{4}\right]$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 72.Tập nghiệm của bất phương trình: $\sqrt{5x-1}+\sqrt{x+3}\geq 4$ có bao nhiêu giá trị nguyên trong [-2017; 2017]

A. 2017 B. 2019 C. 2018 D. 2016

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x\geq\frac{1}{5}$

Xét hàm số: $y=\sqrt{5x-1}+\sqrt{x+3}$ liên tục trên nửa khoảng $[\frac{1}{5};+\infty)$.

Ta có: $f'(x)=\frac{5}{2\sqrt{5x-1}}+\frac{1}{2\sqrt{x+3}}>0,\forall x>\frac{1}{5}$

Suy ra f(x) là hàm số đồng biến trên $[\frac{1}{5};+\infty)$.

Mặt khác : f(1)= 4. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành :

$f(x)\geq f(1)\Leftrightarrow x\geq 1$

Do đó, các nghiệm nguyên của bất phương trình trên [-2017 ; 2017] là 1 ; 2 ;3.. ; 2017. Vậy có tất cả 2017 nghiệm thỏa mãn.

Câu 73. Bất phương trình $\sqrt{2x^3+3x^2+6x+16}-\sqrt{4-x}\geq 2\sqrt{3}$ có tập nghiệm là [a; b]. Hỏi a.b có giá trị là bao nhiêu?

A.6 B. 5 C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $-2\leq x\leq 4$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{2x^3+3x^2+6x+16}-\sqrt{4-x}$ trên đoạn [-2; 4].

Có $f'(x)=\dfrac{3(x^2+x+1)}{2\sqrt{2x^3+3x^2+6x+16}}+\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}>0,\forall x\in(-2;4)$.

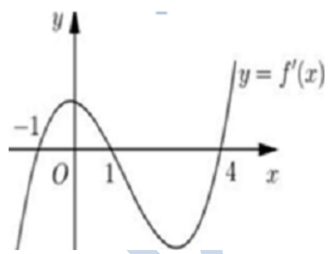
Do đó hàm số đồng biến trên [- 2; 4].Khi đó; bất phương trình đã cho tương đương:

$f(x)\ge f(1)\Leftrightarrow x\ge 1$.

So với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là [1; 4]

=> a= 1; b= 4 nên a. b = 4.

Câu 74. Cho hàm số y= f(x) . Hàm số y= f’ (x) có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số y= f(x^2) có bao nhiêu khoảng nghịch biến.

A. 5 B . 3 C. 2 D. 4

Lời giải

Ta có g(x) = f(x^2) nên g’ (x) = 2x. f’(x^2) . Xét :

$$g'(x)<0\Leftrightarrow x.f'(x^2)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0\\ f'(x^2)>0\end{cases}\\ \begin{cases}x>0\\ f'(x^2)<0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0\\ x^2\in(-1;1)\cup(4;+\infty)\end{cases}\\ \begin{cases}x>0\\ x^2\in(-\infty;-1)\cup(1;4)\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\ x<-2\\ 1<x<2\end{array}\right.$$

Vậy hàm số đã cho có 3 khoảng nghịch biến.

Câu 75: Tìm m để hàm số $f(x)=-x^3-mx+\dfrac{3}{28x^7}$ nghịch biến $(0;+\infty)$

A. $m \le -\frac{15}{4}$ B. $-\frac{15}{4} \le m \le 0$ C. $m \ge -\frac{15}{4}$ D. $-\frac{15}{4} < m \le 0$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = -x^3 - mx + \frac{3}{28x^7} \Rightarrow f'(x) = -3x^2 - m - \frac{3}{4x^8}; \forall x > 0$

Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow f'(x) \le 0 \Leftrightarrow -m \le 3\left(x^2 + \frac{1}{4x^8}\right); \forall x > 0 \quad (*)$

Lại có $x^2 + \frac{1}{4x^8} = \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} + \frac{1}{4x^8} \ge 5\sqrt[5]{\left(\frac{x^2}{4}\right)^4 . \frac{1}{4x^8}} = \frac{5}{4} \Rightarrow \min\left\{x^2 + \frac{1}{4x^8}\right\} = \frac{5}{4}$

Vậy $(*) \Leftrightarrow -m \le 3.\min\limits_{(0;+\infty)}\left\{x^2 + \frac{1}{4x^8}\right\} = \frac{15}{4} \Rightarrow m \ge -\frac{15}{4}$

Câu 76: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực của m để hàm số
y= ln(x^2+ 1) –mx+1 đồng biến trên R.

A. m> 1 B. m< 1 C. m≤ -1 D. m≥ -1

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$.

* Hàm số y= ln(x^2+ 1) – mx+1 đồng biến trên R khi và chỉ khi y'≥ 0 với mọi x.

$\Leftrightarrow g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \ge m, \forall x \in (-\infty;+\infty)$.

*Ta có $g'(x) = \frac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $g(x) = \frac{2x}{x^2+1} \ge m$, với mọi x khivà chỉ khi m≤ -1.

Chọn C.

Câu 77: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số y= x^3 +mx $-\frac{1}{5x^5}$ đồng biến với x> 0?

A. 4 B. 5 C. 3 D. 2

Lời giải

Chọn A.

+ Hàm số xác định và liên tục với mọi x> 0..

Ta có $y' = 3x^2 + m + \dfrac{1}{x^6}$, $\forall x \in (0; +\infty)$.

+ Hàm số đồng biến trên khoảng (0; +∞) khi và chỉ khi $y' = 3x^2 + m + \dfrac{1}{x^6} \geq 0$ với mọi x> 0.

$\Leftrightarrow m \geq -3x^2 - \dfrac{1}{x^6} = g(x)$, $\forall x \in (0; +\infty)$

$\Leftrightarrow m \geq \max\limits_{x \in (0;+\infty)} g(x)$.

Ta có $g'(x) = -6x + \dfrac{6}{x^7} = \dfrac{-6x^8 + 6}{x^7}$; g'(x)=0 khi x = 1 hoặc x= - 1.

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$-\infty$

Suy ra $\max\limits_{x>0} g(x)$ = g(1) = -4 và do đó để hàm số đã cho đồng biến t với x> 0 thì m ≥ -4

Mà m nguyên âm nên $m \in$ { -4; -3; -2; -1}.

Câu 78: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số y= 3x+ m(sinx+ cosx+m) đồng biến trên R ?

A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

Lời giải

Đạo hàm : y' =3+ m(cosx- sinx) $= 3 + m\sqrt{2}\cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$

Hàm số đồng biến trên R khi y' ≥ 0 với mọi x $\Leftrightarrow \underset{\mathbb{R}}{\mathrm{Min}}\, y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - \left|m\sqrt{2}\right| \geq 0$

$\Leftrightarrow |m| \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 0; m = \pm 1; m = \pm 2.$

Vậy có 2 giá trị nguyên âm của m thỏa mãn đầu bài là -1 và -2.

Chọn D.

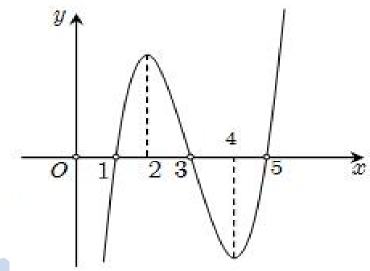
Câu 79: Cho hàm số y= f(x) . Biết f(x) có đạo hàm f'(x) và hàm số y= f'(x) có đồ thị như hình vẽ. Đặt g(x) = f(x+1). Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số g(x) có hai điểm cực trị.

B. Hàm số g(x) đồng biến trên khoảng (1; 3).

C. Hàm số g(x) nghịch biến trên khoảng (2; 4) .

D. Hàm số g(x) có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.



Lời giải

Chọn C.

* Do g(x)= f(x+ 1) nên ta có:

$$g'\ x\ = f'\ x+1\ = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=1 \\ x+1=3 \\ x+1=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$$

$$g'\ x\ = f'\ x+1\ > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1<x+1<3 \\ x+1>5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x<2 \\ x>4 \end{array}\right.$$

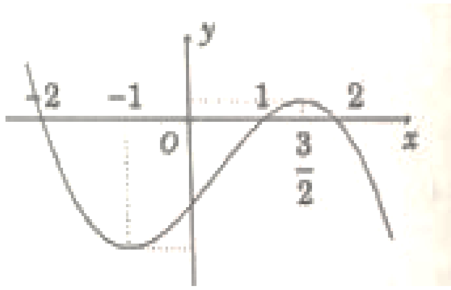
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy;hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và (2 ; 4). Hàm số đồng biến trên khoảng (0 ;2) và $(4;+\infty)$.

Câu 80 : Cho hàm số y= f(x) có đạo hàm trên R thoả f(2) = f(-2) =0 và đồ thị của hàm số y= f' (x) có dạng như hình bên. Hàm số y= $(f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$. B.(-1; 1) C. (-2; -1) D. (1; 2)



Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: f’(x) = 0 khi và chỉ khi x= 1; x= ± 2

Ta có bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	0	↗	0	↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy f(x) < 0 với mọi x$\neq \pm$ 2

Xét hàm số y= (f(x)) ^{2} có đạo hàm y’ = 2f(x). f’ (x)

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f'(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=1; x=\pm 2 \end{array}\right.$$

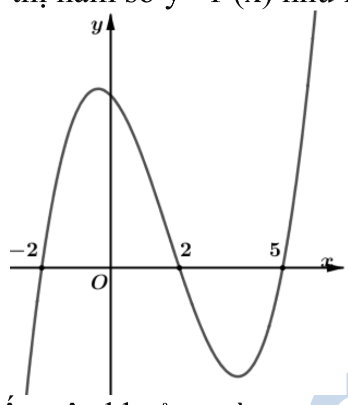
Bảng xét dấu :

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$		-	0	-		-	0	-	

$y=f\left(x^2\right)$	-	0	+	0	-	0	+

Chọn D.

Câu 81. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Hàm số g(x)= f(3- 2x) nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. (0; 2) B. (1; 3) C. $(-\infty;-1)$ D. $(-1;+\infty)$

Lời giải.

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'\left(x\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<x<2 \\ x>5 \end{array}\right.$.

Ta có: g'(x)= -2f'(3- 2x)

Xét $g'\left(x\right)<0 \Leftrightarrow f'\left(3-2x\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<3-2x<2 \\ 3-2x>5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{2}<x<\dfrac{5}{2} \\ x<-1 \end{array}\right.$.

Vậy g(x) nghịch biến trên các khoảng $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ và $(-\infty;-1)$

Chọn C.

Cách 2. Ta có:

$$g'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow f'\left(3-2x\right)=0 \xleftrightarrow{\text{theo do thi } f'\left(x\right)} \left[\begin{array}{l} 3-2x=-2 \\ 3-2x=2 \\ 3-2x=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{2} \\ x=\dfrac{1}{2} \\ x=-1 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

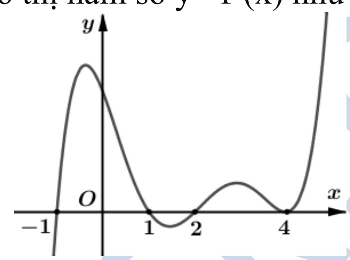
x	$-\infty$		-1		$0,5$		$2,5$		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên và đối chiếu với các đáp án, ta chọn C.
 * Chú ý: Dấu của g’(x) được xác định như sau:

Ví dụ ta chọn $x=0\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$, suy ra 3- 2x= 3 theo đồ thị hàm số f’(x) suy ra:

f’(3- 2x)= f’(3)<0. Khi đó: g’(0)= - f’(3) > 0.
Nhận thấy các nghiệm của g’(x) là nghiệm đơn nên qua nghiệm đổi dấu.

Câu 82. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y= f’(x) như hình bên dưới



Hàm số g(x)= f(1- 2x) đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. (- 1; 0) B. $(-\infty;0)$ C. (0; 1) D. $(1;+\infty)$

Lời giải.

Chọn D.

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\1<x<2\end{array}\right.$.

Ta có: g’(x)= - 2f’(1- 2x) .

Xét $g'(x)>0\Leftrightarrow f'(1-2x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x<-1\\1<1-2x<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>1\\-\frac{1}{2}<x<0\end{array}\right.$.

Vậy g(x) đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và $(1;+\infty)$.

Cách 2.

Ta có: $g'(x)=0\Leftrightarrow-2f'(1-2x)=0$.

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra:

$$\left[\begin{array}{l}1-2x=-1\\1-2x=1\\1-2x=2\\1-2x=4\ \text{nghiem kep}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=-\dfrac{1}{2}\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right..$$

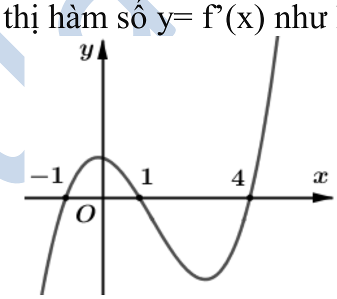
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-1,5$		$-0,5$		0		1		$+\infty$
g'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↘		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên và đối chiếu với các đáp án, ta chọn D.
Chú ý: Dấu của $g'\ x$ được xác định như sau: Ví dụ chọn $x=2\in\ 1;+\infty$, suy ra $1-2x=-3$ $\xrightarrow{\text{theo do thi } f'\ x} f'\ 1-2x\ =f'\ -3\ <0.$ Khi đó $g'\ 2\ =-2f'\ -3\ >0.$

Nhận thấy các nghiệm $x=-\frac{1}{2};x=0$ và $x=1$ của $g'\ x$ là các nghiệm đơn nên qua nghiệm đổi dấu; nghiệm $x=-\frac{3}{2}$ là nghiệm kép nên qua nghiệm không đổi dấu.

Câu 83.Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Hàm số g(x)= $2^{f(3-2x)}$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right).$ B. $\left(-\dfrac{1}{2};1\right).$ C. (1; 2) D. $-\infty;1$.

Lời giải.
Chọn B.

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'\ x\ <0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\1<x<4\end{array}\right..$

Ta có $g'\ x\ =-2f'\ 3-2x\ .2^{f\ 3-2x}.\ln 2.$

Xét $g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(3-2x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x<-1 \\ 1<3-2x<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x>2 \\ -\frac{1}{2}<x<1 \end{array}\right.$.

Vậy g(x) đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{2};1\right)$, $(2;+\infty)$.

Cách 2.

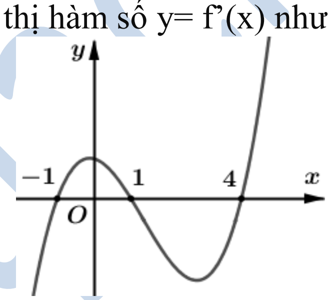
Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(3-2x)=0 \xleftrightarrow{\text{theo do thi } f'(x)} \left[\begin{array}{l} 3-2x=-1 \\ 3-2x=4 \\ 3-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\frac{1}{2} \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-0,5$		1		2		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên và đối chiếu với các đáp án, ta chọn B.

Câu 84. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Hàm số g(x)= f(|3-x|) đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-\infty;-1)$ B. (-1; 2) C.(2;3) D.(4; 7)

Lời giải.

Chọn B.

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<1 \\ x>4 \end{array}\right.$ và $f'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 1<x<4 \end{array}\right.$.

* Trường hợp 1. Với x> 3 khi đó :

$g(x)=f(x-3) \Rightarrow g'(x)=f'(x-3)>0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x-3<1 \\ x-3>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2<x<4 \\ x>7 \end{array}\right.$

Suy ra; hàm số g(x) đồng biến trên các khoảng (3; 4); $(7;+\infty)$.

* Trường hợp 2. Với x< 3 khi đó:

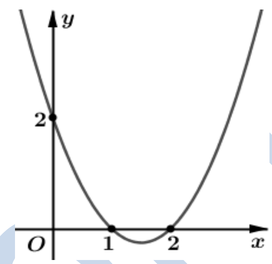
$g\ \ x\ = f\ \ 3-x\ \Rightarrow g'\ \ x\ = -f'\ \ 3-x\ > 0 \Leftrightarrow f'\ \ 3-x\ < 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x<-1 \\ 1<3-x<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4\ \ 1 \\ -1<x<2 \end{array}\right.$

Suy ra, hàm số g(x) đồng biến trên khoảng (-1; 2).

Kết hợp 2 trường hợp; hàm số g(x) đồng biến trên các khoảng (-1;2); (3;4) và $(7;+\infty)$.

Câu 85. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y=f'(x) như hình bên. Hỏi hàm số g(x)= f(x- x^2) nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?



A. (1;2) B. $(-\infty;0)$

C. $(-\infty;2)$ D. $(\frac{1}{2},+\infty)$

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $g'(x) = (1-2x).f'(x-x^2)$

Hàm số g(x) nghịch biến khi và chỉ khi g'(x)<0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-2x<0 \\ f'(x-x^2)>0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-2x>0 \\ f'(x-x^2)<0 \end{cases} \end{array}\right.$

*Trường hợp 1: $\begin{cases} 1-2x>0 \\ f'(x-x^2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\dfrac{1}{2} \\ 1<x-x^2<2(*) \end{cases}$

Phương trình (*) vô nghiệm nên hệ phương trình trên vô nghiệm.

*Trường hợp 2. $\begin{cases} 1-2x<0 \\ f'(x-x^2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x-x^2<1 \\ x-x^2>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$

Kết hợp hai trường hợp ta được x>$\frac{1}{2}$

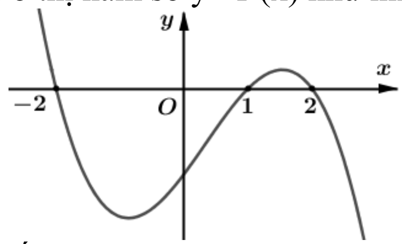
Cách 2.

Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x=0 \\ f'(x-x^2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x-x^2=1(l) \\ x-x^2=2(l) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$0,5$		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
g		↗		↘	

Câu 86. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình và f(-2)= f(2)= 0.



Hàm số g(x)= $[f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-1;\dfrac{3}{2})$ B. (-2; -1) C. (-1; 1) D. (1; 2)

Lời giải.

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số y= f'(x) suy ra bảng biến thiên của hàm số f(x) như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	$y(1)$	↗	0	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x)\le 0;\forall x\in R$

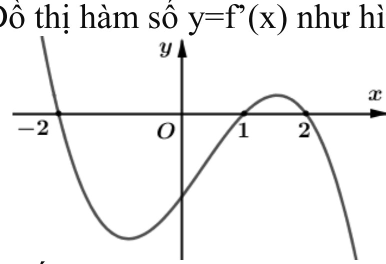
Ta có g(x)= $[f(x)]^2$ nên $g'(x)=2f(x).f'(x)$

Để hàm số y=g(x) nghịch biến thì g'(x)< 0 hay f(x).f'(x)<0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)<0 \\ f'(x)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ 1<x<2 \end{array}\right.$$

Suy ra hàm số y= g(x) nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và (1;2).

Câu 87. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y=f'(x) như hình bên dưới và f(-2)= f(2)= 0



Hàm số g(x)= $[f(3-x)]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A.(-2; -1) B. (1; 2) C. (2; 5) D. $(5;+\infty)$

Lời giải.

Chọn C.

Dựa vào đồ thị hàm số y= f'(x) suy ra bảng biến thiên của hàm số y= f(x) như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$y(1)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \le 0; \forall x \in R$.

Ta có g'(x)= -2.f'(3-x). f(3-x)

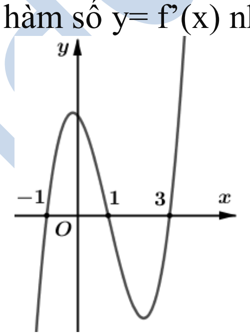
Để hàm số y= g(x) nghịch biến thì g'(x)< 0

$$\Leftrightarrow f'(3-x).f(3-x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(3-x) < 0 \\ f(3-x) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < 3-x < 1 \\ 3-x > 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < x < 5 \\ x < 1 \end{array}\right.$$

Suy ra hàm số y= g(x) nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và(2;5).

Câu 88. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Hàm số $g(x) = f(\sqrt{x^2+2x+2})$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-\infty;-1-2\sqrt{2})$ B. $(-\infty;1)$

C. $(1;2\sqrt{2}-1)$ D. $(2\sqrt{2}-1;+\infty)$ $2\sqrt{2}-1;+\infty$.

Lời giải.

Chọn A.

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

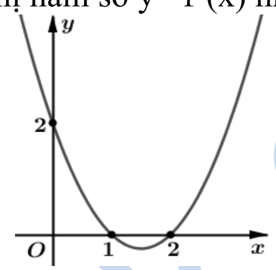
Ta có đạo hàm: $g'(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}.f'(\sqrt{x^2+2x+2})$

Xét phương trình g'(x)=0 khi và chỉ khi: \

$$\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ f'(\sqrt{x^2+2x+2})=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x^2+2x+2=1 \\ x^2+2x+2=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-1-2\sqrt{2} \\ x=-1+2\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên và ta chọn A.

Câu 89. Cho hàm số y= f(x). Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Hàm số $g(x)=f(\sqrt{x^2+2x+3}-\sqrt{x^2+2x+2})$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(-\infty;-1)$ B. $(-\infty,\frac{1}{2})$ C. $(\frac{1}{2},+\infty)$ D. $(-1;+\infty)$

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $g'(x)=(x+1).\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}\right).f'(\sqrt{x^2+2x+3}-\sqrt{x^2+2x+2})$

Do:

$*\ \dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}<0$ với mọi $x\in R$ (1).

$*\ 0<u=\sqrt{x^2+2x+3}-\sqrt{x^2+2x+2}=\dfrac{1}{\sqrt{(x+1)^2+2}+\sqrt{(x+1)^2+1}}\le\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}<1$

Vậy 0< u< 1.

Theo đồ thị hàm số ta có: $f'(u)>0,\forall x\in R$ (2)

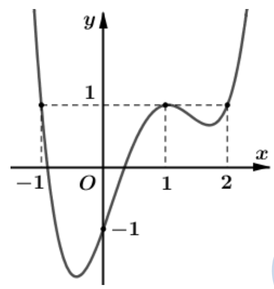
Từ (1) và (2) suy ra dấu của g'(x) phụ thuộc vào dấu của nhị thức x+ 1 (ngược dấu)

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
g		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên; hàm số y= g(x) đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1,+\infty)$

Câu 90. Cho hàm số y= f(x) có đạo hàm liên tục trên R. Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Đặt g(x)= f(x) – x, khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. g(2)< g(-1)< g(1) B. g(-1)< g(1) < g(2)

C. g(-1)> g(1)> g(2) D. g(1) <g(-1)< g(2)

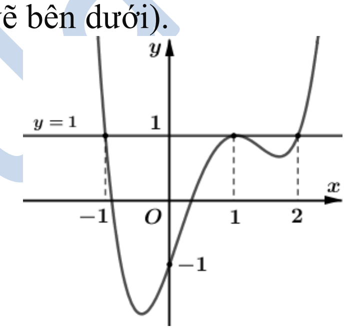
Lời giải.

Chọn C.

Ta có g(x)= f(x) – x nên g'(x)= f'(x)- 1.

Suy ra: g'(x)= 0 $\Leftrightarrow$ f'(x) = 1

Số nghiệm của phương trình g'(x)=0 chính là số giao điểm của đồ thị hàm số y= f'(x) và đường thẳng d: y=1 (như hình vẽ bên dưới).



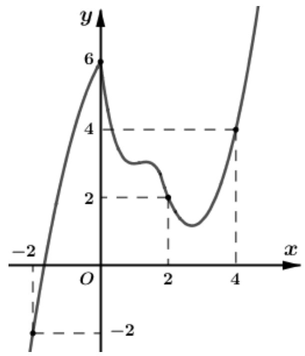
Dựa vào đồ thị, suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
g		↗	$g(-1)$	↘	$g(1)$	↘	$g(2)$	↗	

Dựa vào bảng biến thiên; hàm số nghịch biến trên khoảng (-1; 2) nên g(2)< g(1)< g(-1)
* Chú ý: Dấu của g'(x) được xác định như sau: Ví dụ xét trên khoảng $(2;+\infty)$ ta thấy đồ thị hàm số nằm phía trên đường thẳng y=1 nên g'(x)= f'(x)- 1 mang dấu "+".

Câu 91. Cho hàm số y=f(x) có đạo hàm liên tục trên R. Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Hàm số g(x)= 2f(x) - x^2 đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây ?

A. $(-\infty;-2)$ B. (-2; 2) C. (2; 4) D. $(2;+\infty)$

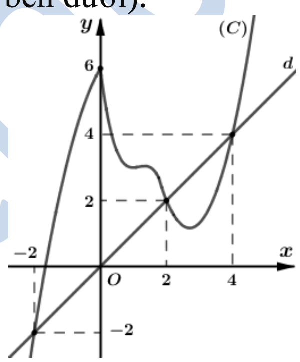
Lời giải.

Chọn B.

Ta có g(x)=2f(x) – x^2 nên g'(x) = 2f'(x) – 2x

Xét phương trình: g'(x)= 0 hay f'(x)= x

Số nghiệm của phương trình g'(x)=0 chính là số giao điểm của đồ thị hàm số y= f'(x) và đường thẳng d: y= x (như hình vẽ bên dưới).

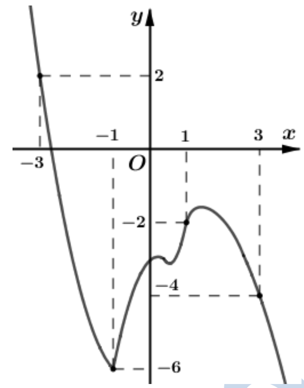


Dựa vào đồ thị, suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên (hoặc ta thấy với $x\in(-2;2)$ thì đồ thị hàm số y= f'(x) nằm phía trên đường thẳng y= x nên g'(x)> 0.

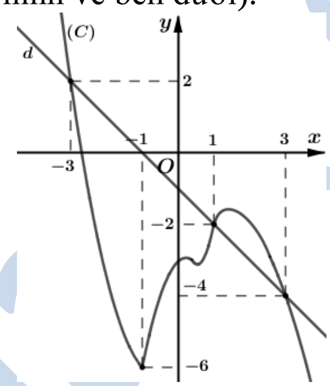
Do đó; hàm số y= g(x) đồng biến trên (-2; 2).

Câu 92. Cho hàm số y= f(x) có đạo hàm liên tục trên R. Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên. Hỏi hàm số g(x)= 2f(x)+ $(x+1)^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?



A. (-3;1)
B. (1; 3)
C. $(-\infty;3)$
D. $(3;+\infty)$

Lời giải.
Chọn B.
Ta có: g(x) = 2f(x)+ $(x+1)^2$ nên g'(x) = 2f'(x)+ 2(x+1)
* Xét phương trình g'(x)=0 $\Leftrightarrow$ 2.f'(x) + 2(x+1)=0
$\Leftrightarrow$ f'(x)= -x- 1
* Số nghiệm của phương trình g'(x)= 0 chính là số giao điểm của đồ thị hàm số y= f'(x) và đường thẳng d: y= - x-1 (như hình vẽ bên dưới).



Dựa vào đồ thị, suy ra: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Để hàm số y=g(x) đồng biến thì g'(x)> 0 hay $\left[\begin{array}{l} x<-3 \\ 1<x<3 \end{array}\right.$

(vì phần đồ thị của f'(x) nằm phía trên đường thẳng y = -x- 1).
Đối chiếu các đáp án ta thấy đáp án B thỏa mãn.

Câu 94. Hỏi phương trình: $3x^2$- 6x + ln $(x+1)^3$ +1 = 0 có bao nhiêu nghiệm phân biệt?
A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải
Chọn C.
Điều kiện xác định: x> - 1.
Ta có: $3x^2 – 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$
$\Leftrightarrow 3x^2 – 6x + 3\ln(x+1) + 1 = 0$
*Xét hàm số y= f(x)= $3x^2 – 6x + 3\ln(x+1) + 1$

Đạo hàm: $f'(x) = 6x - 6 + \dfrac{3}{x+1}$

Xét phương trình f'(x) =0 hay $6x - 6 + \dfrac{3}{x+1} = 6(x-1) + \dfrac{3}{x+1} = 0$

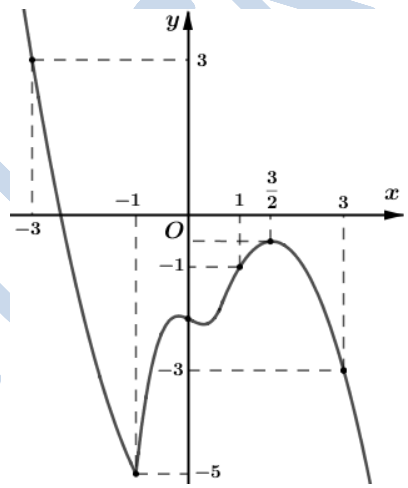
$\Leftrightarrow 6(x^2-1) + 3 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

Từ đây, ta có bảng biến thiên của f(x):

x	-1		$-\sqrt{\frac{1}{2}}$		$\sqrt{\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$2,059$	$\searrow$	$-1,138$	$\nearrow$	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta sẽ có phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 95. Cho hàm số y= f(x) có đạo hàm liên tục trên R. Đồ thị hàm số y= f'(x) như hình bên dưới



Hỏi hàm số $g(x) = f(1-x) + \dfrac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. (-3; 1) B. (-2; 0) C. (-1; 0) D. (1; 3)

Lời giải.

Chọn B.

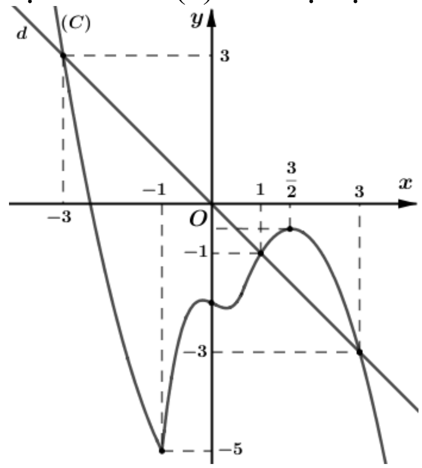
Ta có $g(x) = f(1-x) + \dfrac{x^2}{2} - x$ nên g'(x)= - f'(1- x)+ x -1

Để hàm số y= g(x) nghịch biến khi và chỉ khi g'(x)<0

$\Leftrightarrow$ - f'(1-x)+ x- 1 < 0 hay f'(1- x) > x- 1

Đặt t=1-x, bất phương trình trở thành f'(t) > - t

Kẻ đường thẳng y= -x cắt đồ thị hàm số f’(x) lần lượt tại ba điểm x= -3; x= -1; x= 3



Quan sát đồ thị ta thấy bất phương trình:

$$f'(t) > -t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t < -3 \\ 1 < t < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x < -3 \\ 1 < 1-x < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ -2 < x < 0 \end{array}\right.$$

Đối chiếu đáp án ta chọn B.

Câu 96. Cho hàm số y= f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = f(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2})$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $\left(-1;\frac{1}{4}\right)$ B. $\left(\frac{1}{4};1\right)$ C. $\left(1;\frac{5}{4}\right)$ D. Đáp án khác

Lời giải.

Chọn C.

* Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -2 \\ x > 3 \end{array}\right.$ và f’(x)< 0 khi -2< x< 3

* Ta có: $g(x) = f(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2})$ nên $g'(x) = (4x - \frac{5}{2}).f'(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2})$

Xét $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4x - \frac{5}{2} > 0 \\ f'(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}) < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4x - \frac{5}{2} < 0 \\ f'(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}) > 0 \end{cases} \end{array}\right.$

* Trường hợp 1.

$\begin{cases} 4x - \frac{5}{2} > 0 \\ f'(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{8} \\ -2 < 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{9}{4}$

* Trường hợp 2.

$\begin{cases} 4x - \frac{5}{2} < 0 \\ f'(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x < \frac{5}{8} \\ 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} > 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x < \frac{5}{8} \\ 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} < -2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ \frac{1}{4} < x < \frac{5}{8} \end{array}\right.$

Đối chiếu các đáp án, ta chọn C.

Câu 97. Cho hàm số y= f(x) có đạo hàm f'(x)= x. (x- 1)^2. (x-2) với mọi x. Hàm số $g(x) = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-\infty; -2)$ B. (-2; 1) C. (0; 2) D. (2; 4)

Lời giải.

Chọn D

* Ta có f'(x) =0 khi x.(x-1)^2.(x- 2)= 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

* Do $g(x) = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$ nên $g'(x) = \frac{20 - 5x^2}{(x^2+4)^2} . f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$.

Xét g'(x) =0 \

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 20-5x^2=0 \\ \dfrac{5x}{x^2+4}=0 \\ \dfrac{5x}{x^2+4}=1 \\ \dfrac{5x}{x^2+4}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x=0 \\ x=1(nghiemboichan) \\ x=4(nghiemboichan) \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
g		↘		↗		↘		↘		↗		↗	

Dựa vào bảng biến thiên và đối chiếu với các đáp án, ta chọn D.

Câu 97. Cho hàm số y= f(x) có đạo hàm f'(x)= x^2. (x-1).(x- 4).u(x) với mọi $x\in R$ và u(x)> 0 với mọi $x\in R$. Hàm số g(x) = f(x^2) đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-\infty;-2)$ B.(-2; -1) C. (-1; 1) D.(1; 2)

Lời giải.

Chọn B.

Ta có g(x)= f(x^2) nên g'(x)= 2x. f'(x^2)

Theo giả thiết f'(x)= x^2. (x-1).(x- 4). u(x)

=> f'(x^2)= x^4. (x^2 -1). (x^2 -4). u(x^2)

Từ đó suy ra g'(x) =2x^5. (x^2 -1).(x^2-4).u(x^2)

Mà u(x)> 0 với mọi x nên u(x^2)>0 $\forall x\in R$ nên dấu của g'(x) cùng dấu 2x^5.(x^2 -1).(x^2-4)

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên và đối chiếu với các đáp án, ta chọn B.

Câu 98. Cho hàm số y=f(x) có đạo hàm f'(x) =$(x-1)^2$. (x^2-2x) với mọi $\forall x\in R$. Có bao nhiêu số nguyên m<100 để hàm số g(x)= f(x^2 – 8x+ m) đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$?

A. 18 B. 82 C.83 D. 84

Lời giải.

Ta có g(x)= f(x^2- 8x+ m) nên g'(x)= (2x- 8).f'(x^2 -8x+ m).

Xét f'(x)= (x-1)^2. (x^2 – 2x) > 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>2 \end{array}\right.$

Xét g'(x)= (2x- 8).f'(x^2 – 8x+ m) .Để hàm số g(x) đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$ khi và chỉ khi $g'(x)\geq 0,\forall x>4$

$\Leftrightarrow$ (2x- 8).f'(x^2 – 8x+ m)$\geq 0;\forall x>4$

$\Leftrightarrow$ f'(x^2- 8x+ m) $\geq 0;\forall x>4$ (vì 2x- 8$\geq 0;\forall x>4$)

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+m\leq 0,\forall x>4 \\ x^2-8x+m\geq 2;\forall x>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\geq 18$

Vậy tập tất cả các giá trị của m thỏa mãn là: $18\leq m<100$. Có 82 số nguyên thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 99. Cho hàm số $y=\dfrac{-3x^2+mx-2}{2x-3}$. Hãy cho biết có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định với $\forall$m$\in$ (0;10)?

A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

Lời giải

Ta có đạo hàm của hàm số là

$$y'=\frac{(-6x+m).(2x-3)-(-3x^2+mx-2).2}{(2x-3)^2}=\frac{-6x^2+18x-3m+4}{(2x-3)^2}$$

Để hàm số nghịch biến trên R $\Leftrightarrow$ y'$\leq$ 0 $\left(\forall x\neq\dfrac{3}{2}\right)$ $\Leftrightarrow$ -6x^2 + 18x – 3m – 4 $\leq$ 0 $\left(\forall x\neq\dfrac{3}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} a=-6<0 \\ \Delta'=9^2+6(-3m+4)=-18m+105\leq 0 \end{cases}\Leftrightarrow m\geq\frac{35}{6}\ (1)$$

Mặt khác theo đề bài ta có: m $\in$ (0;10) và m nguyên dương nên m $\in$ {6;7;8;9}.

Suy ra có 4 giá trị nguyên dương m thỏa mãn đề bài.

Chọn C.

Câu 100: Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)x^2+2x}{mx+1}$. Hãy cho biết có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. 0 B. 3 C. 2 D. 1

Lời giải

Ta có đạo hàm của hàm số là $y'=\dfrac{m(\mathrm{m}-1)\,\mathrm{x}^2+2(\mathrm{m}-1)\,\mathrm{x}+2}{(mx+1)^2};\forall x\neq -\dfrac{1}{m}$

- Xét với m = 1 thì y' = 1 > 0; $\forall$x$\in$ R (thỏa mãn) suy ra m = 1 (nhận) (1).

- Xét với m = 0 thì y' = -2x + 2 (không thỏa mãn y' $\geq$0; $\forall$x$\in$ R) suy ra m = 0 (loại).

- Xét với m $\neq$ 1, và m $\neq$ 0:

Để hàm số đồng biến trên R $\Leftrightarrow$ y'$\geq$ 0; $\forall$x$\in$ R :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=m(m-1)>0 \\ \Delta'=-m^2+1\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in\ -\infty;0\ \cup\ 1;+\infty \\ -1\leq m\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\ -1;0 \qquad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra với $m\in[\,-1;\,0)\cup\{1\}$ thỏa mãn hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định. Vậy suy ra có 2 giá trị nguyên là m= -1 và m= 1 thỏa mãn đầu bài.

Chọn C.