120 CÂU VẬN DỤNG SỰ TƯƠNG GIAO, TIẾP XÚC CỦA HAI ĐỒ THỊ

Câu 1. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: y= x+ m cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A; B sao cho tam giác OAB vuông tại O, với O là gốc tọa độ.

A. m= - 2 **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C**. m= 0 **D**. m= 1

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d:

$$\frac{2x-1}{x-1}=x+m \quad x\neq 1$$

⇔ 2x- 1 = (x+ m). (x- 1) ⇔ x^2 + (m-3).x+ 1- m= 0 (*)

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

Hay Δ= $(m-3)^2 - 4(1-m) > 0$ ⇔ $m^2 - 2m + 5 > 0$ mọi m

Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của (*). Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=3-m \\ x_1x_2=1-m \end{cases}$.

Giả sử A(x_1; x_1 + m) và B(x_2; x_2 + m) .

Tam giác OAB vuông tại O ⇔ $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0$

⇔ $x_1.x_2 + (x_1+m).(x_2+m) = 0$ ⇔ $2x_1x_2 + m(x_1+x_2) + m^2 = 0$

⇔ 2. (1 – m)+ m. (3- m)+m^2 =0

⇔m+ 2= 0 ⇔ m= - 2

Chọn A.

Câu 2. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: y= - 3x+ m cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng Δ: x- 2y- 2= 0 với O là gốc tọa độ.

A. m= - 2. **B**. $m=-\frac{1}{5}$. **C**. $m=-\frac{11}{5}$. **D**. m= 0

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d):

$$\frac{2x+1}{x-1}=-3x+m \quad x\neq 1$$

⇔ 2x+ 1= (- 3x + m). (x- 1)

⇔ 2x+ 1= - $3x^2$+ 3x + mx – m

⇔ $3x^2$ - (1+ m)x + m+ 1 = 0 (*)

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta=(m+1)^2-4.3.(m+1)=m^2-10m-11>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>11 \end{array}\right.$$.

Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của (*). Theo Viet, ta có $x_1+x_2=\frac{1+m}{3}$ và $x_1x_2=\frac{m+1}{3}$.

Giả sử A(x_1; - 3x_1+ m) và B(x_2 ; - 3x_2 + m).

Suy ra tọa độ trọng tâm tam giác OAB là $G\left(\frac{x_1+x_2}{3};\frac{-3\left(x_1+x_2\right)+2m}{3}\right)$.

Vì $G\in\Delta$ nên $\frac{x_1+x_2}{3}-2.\frac{-3\left(x_1+x_2\right)+2m}{3}-2=0$

$\Leftrightarrow\frac{1+m}{9}-2.\frac{-\left(m+1\right)+2m}{3}-2=0\Leftrightarrow m=-\frac{11}{5}$(tm).

Chọn C.

Câu 3.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: y= 2x+ m cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $4S_{\Delta IAB}=15$, với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

A. $m=\pm5$. **B**. m = 5. **C**. m= - 5 **D**. m= 0

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là:

$$\frac{2x-4}{x-1}=2x+m\quad\left(x\neq1\right)$$

$\Leftrightarrow$ 2x- 4= (2x + m). (x- 1)

$\Leftrightarrow$ $2x^2+(m-4).x-m+4=0$ (*)

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\Delta=(m-4)^2-4.2.(-m+4)=m^2-16>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-4\\m>4\end{array}\right.$.

Gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của (*). Theo Viet, ta có $x_1+x_2=\frac{4-m}{2}$ và $x_1x_2=\frac{4-m}{2}$.

Giả sử A(x_1 ; 2x_1+ m) và B(x_2 ; 2x_2 + m).

Theo giả thiết: $4S_{IAB}=15\Leftrightarrow2AB.d\left(I,AB\right)=15\Leftrightarrow2AB.\frac{|m|}{\sqrt5}=15\Leftrightarrow4AB^2m^2=1125$

$\Leftrightarrow20\left(x_1-x_2\right)^2m^2=1125\Leftrightarrow4\left[\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2\right]m^2=225$

$\Leftrightarrow$ $(m^2-16).m^2=225\Leftrightarrow m^2=25$

$\Leftrightarrow m=\pm5$

Chọn A.

Câu 4. Tìm m để đồ thị các hàm số: y= $x^3+3x^2+mx+2m$ và (d): y= - x + 2 cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

A. $m\in\left(-\infty;\frac{5}{4}\right)\backslash\{-1\}$. B. $m\in\left(-\infty;-1\right)\backslash\{1\}$.

C. $m\in\left(-\infty;\frac{7}{4}\right)\setminus\{1\}$. D. Đáp án khác

Lời giải

- Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3 + 3x^2 + mx + 2m = -x + 2$

$\Leftrightarrow (x+2).(x^2 + x - 1 + m) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x^2+x-1+m=0 \end{array}\right.$.

- Đặt $f(x) = x^2 + x - 1 + m$

- Để đồ thị các hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì phương trình f(x)= 0 phải có hai nghiệm phân biệt khác -2 hay:

$$\begin{cases} f(-2)\neq 0 \\ \Delta_{f(x)}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+m\neq 0 \\ 1-4.1.(-1+m)=5-4m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\frac{5}{4} \\ m\neq -1 \end{cases}.$$

- Vậy $m\in\left(-\infty;\frac{5}{4}\right)\setminus\{-1\}$.

Chọn A.

Câu 5. Đồ thi hàm số (C): $y = x^3 - 3mx + m + 1$ tiếp xúc với trục hoành khi:

A. $m=1$ **B.** $m=\pm 1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m\neq 1$

Lời giải

Trục hoành có phương trình là y= 0.

Đồ thị hàm số (C) tiếp xúc với trục hoành khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 3x^2-3m=0,(1) \\ x^3-3mx+m+1=0,(2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra: $m = x^2$ thay vào (2) ta được:

$x^3 - 3x^2.x + x^2 + 1 = 0$ hay $-2x^3 + x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x=1$

Thay vào (1) ta được m=1.

Chọn A.

Câu 6. Cho đồ thị hàm số (C) $y=\frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số (C) tiếp xúc với đường thẳng (d) y = 2x+m khi

A. $m=\sqrt{8}$ **B.** $m\neq 1$ **C.** $m=\pm 2\sqrt{2}$ **D.** m = 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng y= 2x+ m là:

$$\frac{2x-3}{x-1}=2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=(x-1).(2x+m),(*) \\ x\neq 1 \end{cases}$$

Xét phương trình (*), tương đương: 2x- 3= $2x^2$+ (m- 2)x – m

⇔ $2x^2$ + (m- 4) x- m+ 3= 0 (**)

Để đồ thị hàm số (C) tiếp xúc với đường thẳng (d): y= 2x+ m khi và chỉ khi phương trình (**) có nghiệm kép khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-4)^2-4.2.(-\mathrm{m}+3)=0 \\ 2.1^2+(m-4).1-\mathrm{m}+3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-8=0 \\ 1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{2}$$

Chọn C.

Câu 7. Từ A (0; -2) kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C): $y=\frac{1}{2}x^2$ có hệ số góc là k_1, k_2. Giá trị $k_1{}^2+k_2{}^2$ là:

A. 8 **B**. 4 **C**. 6 **D**. 2

Lời giải

Đạo hàm: y'= x.

+ Phương trình tiếp tuyến tại điểm M$\left(a;\frac{1}{2}a^2\right)$ là:

y= a. (x- a) + $\frac{1}{2}a^2$

Để tiếp tuyến này đi qua A(0; -2) thì:

- 2= a.(0- a) + $\frac{1}{2}a^2$ ⇔ a^2 = 4 ⇔ $a=\pm 2$

+ Với a=2 ta có phương trình tiếp tuyến là: y= 2x- 2.

+ Với a= - 2 ta có phương trình tiếp tuyến là: y= -2x – 2.

Từ đó,suy ra k_1; k_2 lần lượt là 2 và -2.

Do đó, $k_1{}^2+k_2{}^2=8$

Chọn A.

Câu 8. Cho đường cong (C): y= $x^4 - 4x^2 + 2$ và điểm A(0;a). Nếu qua A kẻ được 4 tiếp tuyến với (C) thì a phải thoả mãn điều kiện:

A. $a<\frac{10}{3}$ **B** . $2<a<\frac{10}{3}$ **C.** $\left[\begin{array}{l} a<2 \\ a>\frac{10}{3} \end{array}\right.$ **D.** a>2

Lời giải

Đạo hàm : y'= $4x^3 - 8x$.

Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm M(x_0; $x_0^4 - 4x_0^2 + 2$) là:

(d): y= $(4x_0^3 - 8x_0).(x - x_0) + x_0^4 - 4x_0^2 + 2$

+ Để tiếp tuyến (d) đi qua A(0; a) thì:

$$a = (4x_0^3 - 8x_0).(0 - x_0) + x_0^4 - 4x_0^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow -3x_0^4 + 4x_0^2 + 2 - a = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = x_0^2 (t \geq 0)$, khi đó (*) trở thành: - $3t^2$ + 4t + 2- a=0 (**)

Để qua điểm A kẻ được bốn tiếp tuyến khi và chỉ khi phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (**)có hai nghiệm dương phân biệt :

$$\begin{cases} \Delta' = 4 + 3(2-a) > 0 \\ \dfrac{2-a}{-3} > 0 \\ \dfrac{-4}{-3} > 0 (ld) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - 3a > 0 \\ 2 - a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \dfrac{10}{3} \\ a > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < a < \dfrac{10}{3}$$

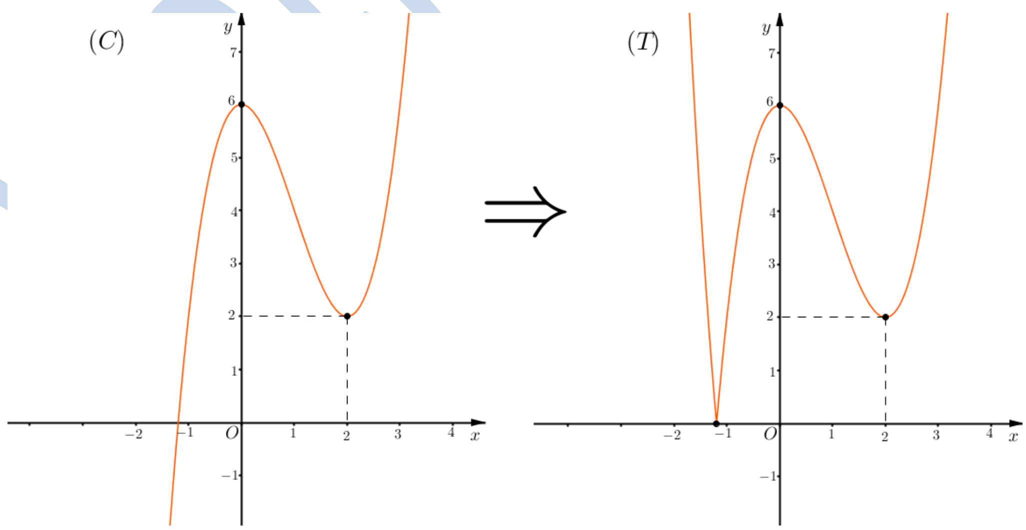
Chọn B.

Câu 9. Cho phương trình | $x^3 - 3x^2 +$ 6| - m+ 3 = 0 . Với những giá trị nào của m thì phương trình trên có đúng 4 nghiệm?

A. m> 9 B. 5< m< 9 C. 1< m< 5 D. m> 5

Lời giải

- Ta có đồ thị hàm số (C): y= $x^3 - 3x^2 +$ 6 và y= $|x^3 - 3x^2 + 6|$ (T)



- Ta có: | x^3 -$3x^2$ + 6| - m+ 3=0 $\Leftrightarrow$ | x^3 -$3x^2$ + 6| = m - 3 (*

- Từ đồ thị (T) ta suy ra:

+) Khi m- 3< 0 hay m< 3 thì phương trình (*) vô nghiệm.

+) Khi m -3= 0 hay m = 3 thì phương trình (*) có một nghiệm duy nhất.

+) Khi $\left[\begin{array}{l} 0 < m-3 < 2 \\ m-3 > 6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 < m < 5 \\ m > 9 \end{array}\right. \Rightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

+) Khi $\left[\begin{array}{l} m-3=2 \\ m-3=6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=9 \end{array}\right. \Rightarrow$ Phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt.

+) Khi 2< m-3 < 6 hay 5< m< 9 thì phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt.

Chọn B.

Câu 10. Cho phương trình $2.|x|^3 - 9x^2 + 12|x| + m = 0$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi m> 0.

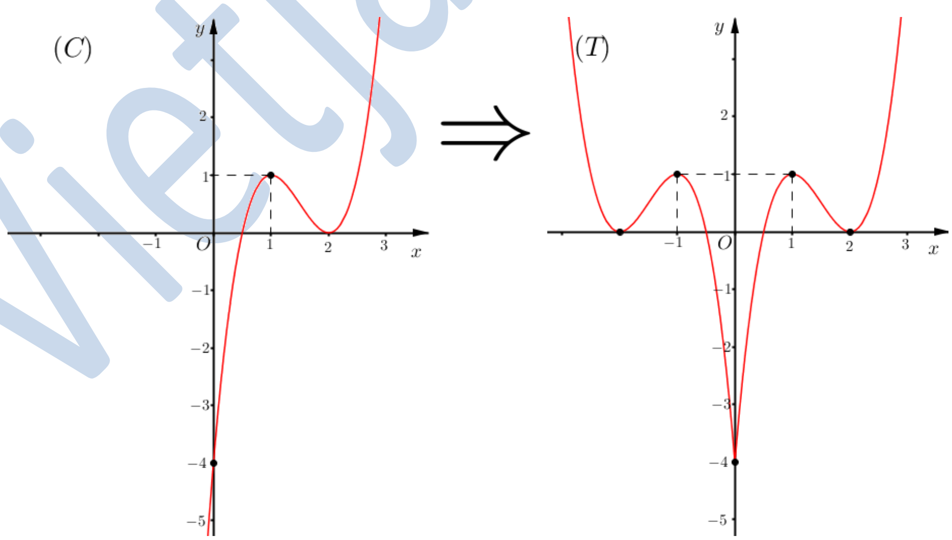
B. Điều kiện cần và đủ để phương trình có đúng 1 nghiệm là m=0 .

C. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi – 4< m< 0 .

D. Không có giá trị nào của m để phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt.

Lời giải

- Ta có đồ thị (C): $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$ và (T): $y = 2.|x|^3 - 9x^2 + 12|x| - 4$



- Ta có: $2.|x|^3 - 9x^2 + 12|x| + m = 0 \Leftrightarrow 2.|x|^3 - 9x^2 + 12|x| - 4 = -m - 4$ (*)

- Từ đồ thị (T), ta suy ra:

+) Khi – m- 4< - 4 hay m> 0 thì phương trình (*) vô nghiệm.

+) Khi – m- 4 = - 4 hay m =0 thì phương trình (*) có một nghiệm duy nhất.

+) Khi $\left[\begin{array}{l} -4<-m-4<0 \\ -m-4>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4<m<0 \\ m<-5 \end{array}\right. \Rightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

+) Khi $\left[\begin{array}{l} -m-4=0 \\ -m-4=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=-5 \end{array}\right. \Rightarrow$ Phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt.

+) Khi 0< - m- 4 < 1 ⇔ - 5< m< -4 thì phương trình (*) có sáu nghiệm phân biệt.

Chọn D.

Câu 11. Qua điểm A(0; 2) có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Lời giải

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M(x_0; $x_0^4 - 2x_0^2 + 2$) thuộc đồ thị hàm số là

$$y = (4x_0^3 - 4x_0).(x - x_0) + x_0^4 - 2x_0^2 + 2$$

Điểm A thuộc tiếp tuyến (d) khi: $2 = (4x_0^3 - 4x_0).(0 - x_0) + x_0^4 - 2x_0^2 + 2$

$$\Leftrightarrow -3x_0^4 + 2x_0^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \\ x_0 = -\sqrt{\dfrac{2}{3}} \end{array}\right.$$

Ứng với 3 giá trị x_0 cho ta ba tiếp tuyến thỏa mãn đầu bài.

Chọn C.

Câu 12. Định m để đường cong $(H_m): y = \dfrac{x^2 + 2mx - m}{x^2 + 1}$ tiếp xúc với đường thẳng (d): y= 2?

A. m= 2 B. m= 1 C. m = - 1 D. A, C đều đúng.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong và đường thẳng

$$\frac{x^2+2mx-m}{x^2+1}=2 \Leftrightarrow x^2+2mx-m=2x^2+2$$
$$\Leftrightarrow x^2-2mx+2+m=0(*)$$

Để đường cong tiếp xúc với đường thẳng y= 2 khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm kép:

$$\Delta'=m^2-m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$$

Vậy để đường cong tiếp xúc với đường thẳng thì m = -1 hoặc m= 2 .

Chọn D.

Câu 13. Cho đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+2x+10$ có đồ thị (C) . Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C), mà tại đó tiếp tuyến Δ của (C) vuông góc với đường thẳng (d) y = - x + 100 . Khi đó x_1+x_2 bằng ?

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{-4}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D. -1**

Lời giải

Đạo hàm : $y'=3x^2-4x+2$.

Đường thẳng (d) : y= - x+ 100 có hệ số góc $k_d=-1$.

Do tiếp tuyến Δ tại điểm M và N của (C) vuông góc với đường thẳng (d) nên :

$k_d.k_\Delta=-1 \Rightarrow k_\Delta=1$

Suy ra ; hoành độ các điểm M và N là nghiệm phương trình :

$$3x^2-4x+2=1 \Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$$

Do đó, $x_1+x_2=\frac{4}{3}$

Chọn A.

Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số (C) tiếp xúc với đường thẳng (d) y= x+m khi

A. m= 1 ; m= 2 B. m= 1, m = - 3 C. m= -1, m= 3 D. m= 2, m= - 2

Lời giải

Để đồ thị hàm số (C) tiếp xúc với đường thẳng (d) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases}\dfrac{2x-3}{x-1}=x+m,(1)\\ \dfrac{1}{(x-1)^2}=1,(2)\end{cases}$$

Từ (2) suy ra, x= 0 hoặc x= 2.

+ Với x= 0 thay vào (1) ta được : 3= 0+ m ⇔ m= 3.

+ Với x = 2 thay vào (2) ta được : 1= 2+ m ⇔ m = -1.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn là m= 3 hoặc m= -1.

Chọn C.

Câu 15. Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tọa độ nguyên dương ?

A. y = -x+ 5 B. y= 2x+ 1 C. y=x – 3 D. y= - 2x- 1

Lời giải

* Tìm điểm thuộc (C) có tọa độ nguyên dương.

Ta có : $y=\dfrac{2x-1}{x-1}=2+\dfrac{1}{x-1}$.

Do đó, để y nguyên khi và chỉ khi $1\vdots(x-1)$

Do đó, x= 0 hoặc x= 2. Kết hợp tọa độ tiếp điểm nguyên dương nên x nguyên dương.

=> chọn x= 2 => y(2) = 3.

* Viết phương trình tại điểm M(2 ; 3)

Đạo hàm : $y'=-\dfrac{1}{(x-1)^2}$ => y’(2) = - 1.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là

y= - 1(x - 2)+ 3 hay y= - x+ 5

Chọn A.

Câu 16: Đồ thị hàm số (C) y= x^3 – 3mx tiếp xúc với đường thẳng (d) : y= m + 1 khi:

A. m= 1 B. m= 2 C. m = -1 D. m = - 2

Lời giải

Để đồ thị hàm số (C) tiếp xúc với đường thẳng (d) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm : $\begin{cases} x^3 - 3mx = m + 1, (1) \\ 3x^2 - 3m = 0, (2) \end{cases}$

Từ (2) suy ra, m= x^2 thay vào (1) ta được :

$x^3 - 3x^2.x = x^2 + 1 \Leftrightarrow -2x^3 - x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Với x= - 1 thì m= 1.

Chọn A.

Câu 17. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{m^2x - 2m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 song song với đường thẳng y = x + 29?

A.m= - 1 B.m = 1 C. m= 2 D.m= - 2

Lời giải

Tập xác định: D= R\ {1}

Đạo hàm: $y' = \dfrac{-m^2 + 2m}{(x-1)^2}$

Ta có: y(2)= $2m^2$ – 2m, y’(2) = - m^2 + 2m.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x= 2 là;

Y= (-m^2 + 2m). (x -2) + 2m^2 – 2m

Theo giả thiết, đường thẳng này song song với đường thẳng y=x+ 29 nên :

$-m^2 + 2m = 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn B.

Câu 18. Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{m^2x-2m}{x-1}$. Tìm m để tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng x = 2 song song với đường thẳng y – x+ 99= 0

A. m= 1 B. m= 2 C. m= - 1 D. m= - 2

Lời giải

Tập xác định : D= R\ {1} .

* Giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng x = 2 là điểm A(2; $2m^2$ -2m)

Ta có, đạo hàm $y'=\frac{-m^2+2m}{(x-1)^2}$ => y'(2) = - m^2 + 2m

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A là:

$y=(-m^2+2m).(x-2)+2m^2-2m$

* Do tiếp tuyến trên song song với đường thẳng y- x+ 99= 0 (hay y= x- 99) nên ta có:

- m^2 + 2m= 1 ⇔ m^2 – 2m+ 1=0 ⇔ m= 1.

Chọn A.

Câu 19. Cho đồ thị (C) của hàm số: y= x^3 – (m^2 +2).x^2 – 4m. Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 song song với trục hoành.

A. m= 0 B. $m=\pm1$ C. $m=\pm2$ D. $m=\pm3$

Lời giải

* Đạo hàm : y'= $3x^2$ – 2(m^2 + 2)x.

Ta có: y(2) = - $4m^2$ – 4m và y'(2) = 4- $4m^2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x= 2 là:

y= (4- $4m^2$). (x – 2) – $4m^2$ – 4m

* Trục hoành có phương trình là y=0 có hệ số góc k = 1

Nên để tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ 2 song song với trục hoành thì:

4- $4m^2$ = 0 ⇔ $m=\pm1$

Chọn B.

Câu 20. Cho hàm số y= x^4 – $2m^2x^2$ + 2m+ 1. Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 vuông góc với trục tung.

A. m =0 B. $m = \pm 1$ C. $m = \pm 2$ D. $m = \pm 3$

Lời giải

* Đạo hàm: y’= $4x^3 - 4m^2x$.

Suy ra: y(-1)= $-2m^2 + 2m + 2$; y’(-1)= $4m^2 - 4$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x = -1 là:

y= $(4m^2 - 4).(x + 1) - 2m^2 + 2m + m$

* Do tiếp tuyến vuông góc với trục tung nên tiếp tuyến đó song song với trục hoành

=> y’ = $4m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$

Chọn B.

Câu 21. Cho hàm số y= $x^4 - 2m^2x^2 + 2m + 1$. Tìm m để tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng x - 1 =0 song song với đường thẳng 12 x + y + 95 = 0

A. $m = \pm 1$ B. $m = \pm 2$ C. m=0 D. $m = \pm 3$

Lời giải

* Giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng x- 1=0 là A(1; $-2m^2 + 2m + 2$)

* Đạo hàm: y’= $4x^3 - 4m^2x$

=> y’(1)= $4 - 4m^2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A:

$$y = (4 - 4m^2).(x - 1) - 2m^2 + 2m + 2$$

* Đường thẳng 12x+ y+ 95 = 0 ⇔ y= - 12 x – 95 có hệ số góc k= - 12.

Nên $4 - 4m^2 = 12 \Leftrightarrow 4m^2 = 16 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Chọn B.

Câu 22. Tìm điểm M nằm trên đồ thị (H): $y = \dfrac{x+1}{x-3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng (d): y= x+ 201?

A. (4; 2) và (1; -1) B. (5; 3) và (1; -1) C. (-1; 0) và (5; 3) D. (-1; 0) và (2; 4)

Lời giải

Gọi điểm M$\left(a; \dfrac{a+1}{a-3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số (H).

Đạo hàm: $y' = \dfrac{-4}{(x-3)^2} \Rightarrow y'(a) = \dfrac{-4}{(a-3)^2}$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là:

$$y = \frac{-4}{(a-3)^2}(x-a) + \frac{a+1}{a-3}$$

Do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (d): y= x+ 201 nên hệ số góc của tiếp tuyến là -1

=> $\dfrac{-4}{(a-3)^2} = -1 \Leftrightarrow (a-3)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=5 \\ a=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} M(5;3) \\ M(1;-1) \end{array}\right.$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn là M(5; 3) và M(1; -1)

Chọn B.

Câu 23. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x+1} \quad (C)$. Cho hai điểm A(1; 0) và B (- 7;4). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến đi qua điểm trung diểm I của AB.

A . y= 2x+ 8 B . y= - 3x- 7 C . y= - 2x- 4 D . y= 3x+ 11

Lời giải

* Trung điểm I của AB có tọa độ là: $\begin{cases} x = \dfrac{1+(-7)}{2} = -3 \\ y = \dfrac{0+4}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-3;2)$

***** Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua I (- 3;2)

Gọi Δ qua I(- 3; 2) có hệ số góc k. Khi đó, Δ có dạng:

y= k(x+ 3) + 2

Điều kiện Δ tiếp xúc (C) $\begin{cases} \dfrac{2x+4}{x+1} = k(x+3)+2, (1) \\ \dfrac{-2}{(x+1)^2} = k, (2) \end{cases}$

Giải hệ thế (2) vào (1) ta được x= - 2 => k = -2.

Vậy phương trình tiếp tuyến Δ: y= - 2x- 4

Chọm C.

Câu 24. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị (C) mà từ đó vẽ được đúng một tiếp tuyến với (C):

$y= - x^3 + 3x^2 - 2$

A.1 B. 2 C. 0 D. 3

Lời giải

- Gọi điểm A(a; $- a^3 +3a^2 – 2$) là điểm thuộc (C).

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua A có phương trình

Δ: $y= k (x- a) – a^3 +3a^2 - 2$.

- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) là hệ:

$$\begin{cases} -x^3+3x^2-2=k\left(x-a\right)-a^3+3a^2-2 & (1) \\ -3x^2+6x=k & (2) \end{cases}$$ có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$- x^3 +3x^2 – 2= (- 3x^2 + 6x).(x- a) – a^3 +3a^2 – 2$

⇔ $x^3 – a^3 – 3(x^2 – a^2)+ (-3x^2 +6x) (x- a)=0$

⇔ $(x- a).[- 2x^2 + (a+ 3).x + a^2 – 3a] = 0$ (*)

Đặt $f(x) = - 2x^2 + (a+ 3).x+ a^2 – 3a$

* Để từ A kẻ được duy nhất một tiếp tuyến đến (C) thì phương trình f(x) hoặc vô nghiệm hoặc có nghiệm kép x= a.

+) **Trường hợp 1:** Phương trình f(x) =0 vô nghiệm.

Khi đó $\Delta = (a+3)^2 – 4.(-2).(a^2 – 3a)< 0 \Leftrightarrow 9(a- 1)^2 < 0$ (vô lý)

+) **Trường hợp 2:**Phương trình f(x) =0 có nghiệm kép x= a.

Khi đó $\begin{cases} \Delta=9\left(a-1\right)^2=0 \\ \dfrac{a+3}{4}=a \end{cases} \Leftrightarrow a=1 \Rightarrow A\left(1;0\right)$

Vậy có duy nhất một điểm A(1;0) thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 25. Có bao nhiêu điểm trên trục tung mà từ đó vẽ được ít nhất một tiếp tuyến với đồ thi hàm số (C): $y=\dfrac{x^2-6x+9}{2-x}$.

A.1 B. 2 C. 3 D. vô số

Lời giải

- Gọi A(0; a) là điểm thuộc trục tung.

- Đường thẳng đi qua A có dạng (∆): y= kx+ a

- Để ∆ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{x^2-6x+9}{-x+2}=kx+a & (1) \\ -\dfrac{x^2-4x+3}{(-x+2)^2}=k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{x^2-6x+9}{-x+2}=-\frac{x^2-4x+3}{(-x+2)^2}x+a \Leftrightarrow a=\frac{2(2x^2-9x+9)}{(x-2)^2}$$

⇔ a.(x^2 – 4x+ 4) = 4x^2 – 18x + 18

⇔ (a- 4)x^2 – 2(2a- 9)x + 4a – 18= 0 (*)

- Để từ A kẻ được ít nhất một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có ít nhất một nghiệm.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= 4

Khi đó (*) trở thành: 2x- 2 = 0 ⇔ x= 1 => a= 2 thỏa mãn.

Khi đó, ta có tọa độ A_1 (0; 1).

+) **Trường hợp 2:** nếu $a\neq 4$. khi đó coi (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có ít nhất một nghiệm thì $\Delta'_{(*)}\geq 0\Leftrightarrow 9-2a\geq 0\Leftrightarrow a\leq\dfrac{9}{2}$.

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ là (0;a) với $a \le \frac{9}{2}$.

Vậy có vô số điểm trên trục tung thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chọn D.

Câu 26. Có bao nhiêu điểm A(0;a) trên trục tung mà từ điểm đó vẽ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số (C) $y=\frac{x^2-x-1}{x+1}$?

A. $\begin{cases} a>-1 \\ a\ne 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a>1 \\ a\ne 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a>0 \\ a\ne 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a>1 \\ a\ne -2 \end{cases}$.

Lời giải

- Gọi A(0; a) là điểm thuộc trục tung.

- Đường thẳng Δ đi qua A có phương trình: y=kx+a

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \frac{x^2-x-1}{x+1}=kx+a, (1) \\ \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}=k \quad (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{x^2-x-1}{x+1}=\frac{(x^2+2x)x}{(x+1)^2}+a \Leftrightarrow a=-\frac{2x^2+2x+1}{(x+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow a(x^2+2x+1)+(2x^2+2x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow (a-2).x^2+2(a+1).x+a+1=0 \ (*)$$

- Để từ A kẻ được hai tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 và hệ số góc k tại x_1; x_2 khác nhau.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= 2.

Khi đó (*) trở thành: $6x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1}{2} \Rightarrow a=2$ không thỏa mãn.

+) **Trường hợp 2:** Nếu $a\ne 2$ khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 và hệ số góc tại x_1; x_2 khác nhau thì:

$$\begin{cases}\Delta'_{*} > 0\\ k\ \ x_1\ \ \neq k\ \ x_2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3a+3>0\\ \dfrac{x_1^2+2x_1}{x_1+1\ ^2} \neq \dfrac{x_2^2+2x_2}{x_2+1\ ^2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a>-1\\ \dfrac{-1}{x_1+1\ ^2} \neq \dfrac{-1}{x_2+1\ ^2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a>-1\\ x_1+1\ ^2 \neq\ x_2+1\ ^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a>-1\\ \left[\begin{array}{l}x_1 \neq x_2\\ x_1+x_2 \neq -2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a>-1\\ \dfrac{-2\ \ a+1}{a-2} \neq -2\end{cases} \Leftrightarrow a>-1$$

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ (0; a) với $\begin{cases}a>-1\\ a\neq 2\end{cases}$.

Chọn A.

Câu 27. Tìm các điểm trên trục tung mà từ đó vẽ được ***ba*** tiếp tuyến đến đồ thị của hàm số (C): $y = -x^4 + 2x^2 - 1$?

A. A(0; 1) B. A(0; -1) C. A (0; - 2) D. A(0; -3)

Lời giải

- Gọi điểm A(0; a) nằm trên trục tung

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A; hệ số góc k có phương trình y= kx+ a.

- Từ A kẻ được 3 tiếp tuyến tới (C) khi và chỉ khi hệ sau có ba nghiệm phân biệt:

$$I\ :\begin{cases}-x^4+2x^2-1=kx+a & 1\\ -4x^3+4x=k & 2\end{cases}$$

- Thay (2) vào (1) ta được:

$- x^4 + 2x^2 - 1 = (-4x^3 + 4x).x + a \Leftrightarrow a = 3x^4 - 2x^2 - 1$ (*)

- Để hệ (I) có 3 nghiệm phân biệt thì (*) phải có 3 nghiệm phân biệt.

- ta tìm điểm cực đại và cực tiểu của hàm số $f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 1$.

Đạo hàm: $y' = 12x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}\end{array}\right.$

- Lập bảng biến thiên hàm số f(x), ta dễ dàng suy ra để (*) có 3 nghiệm phân biệt khi a= - 1.

Vậy điểm cần tìm là A(0; - 1).

Chọn B.

Câu 28. Từ điểm A(–2; 5) có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị của hàm số :

(C): y= $x^3 - 9x^2 + 17x + 2$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua A và có hệ số góc có k có dạng:

y= k(x+ 2)+ 5

- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ

$$I\ :\begin{cases} x^3-9x^2+17x+2=k\ \ x+2\ \ +5 & 1 \\ 3x^2-18x+17=k & 2 \end{cases}$$ có nghiệm.

- Số tiếp tuyến có thể kẻ từ A đến (C) chính là số nghiệm của hệ (I).

- Thay (2) vào (1) ta được:

$x^3 - 9x^2 + 17x + 2 = (3x^2 - 18x + 17).(x+ 2)+ 5$

⇔ $x^3 - 9x^2 + 17x + 2 = 3x^3 + 6x^2 - 18x^2 - 36x + 17x + 34 + 5$

⇔ $-2x^3 + 3x^2 + 36x - 37 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1\pm 3\sqrt{33}}{4} \end{array}\right.$$

Vậy từ A có thể kẻ ba tiếp tuyến tới (C).

Chọn C.

Câu 29. Từ điểm $A\left(\dfrac{4}{9};\dfrac{4}{3}\right)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến tới đồ thị hàm số

$$(C): y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+4$$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua A có hệ số góc k có dạng: $y = k\left(x - \frac{4}{9}\right) + \frac{4}{3}$

- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ:

$$I\ :\begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4 = k\left(x - \frac{4}{9}\right) + \frac{4}{3} & 1 \\ x^2 - 4x + 3 = k & 2 \end{cases}$$ có nghiệm.

- Số tiếp tuyến có thể kẻ từ A đến (C) chính là số nghiệm của hệ (I).

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4 = (x^2 - 4x + 3)\left(x - \frac{4}{9}\right) + \frac{4}{3}$$

⇔ $3x^3 - 11x^2 + 8x - 18 = 0$ (*)

- Đặt f(x) = $3x^3 - 11x^2 + 8x - 18$, ta có: f'(x) = $9x^2 - 22x + 8$

Xét phương trình f'(x) = 0 ⇔ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{4}{9} \\ x = 2 \end{array}\right.$

- Ta có bảng biến thiên hàm số f(x):

x	$-\infty$		$\frac{4}{9}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$-\frac{3974}{243}$	↘	-22	↗	$+\infty$

- Từ bảng biến thiên hàm số f(x), ta suy ra phương trình (*) có một nghiệm duy nhất.

Vậy từ A kẻ được chỉ một tiếp tuyến tới (C).

Chọn A.

Câu 30. Từ điểm A(1; -4) có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị hàm số (C):

y= $2x^3 + 3x^2 - 5$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua A; hệ số góc k là: y= k(x- 1)- 4

- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ

$$I\ :\begin{cases}2x^3+3x^2-5=k\ \ x-1\ -4 & 1\\ 6x^2+6x=k & 2\end{cases}$$ có nghiệm.

- Số tiếp tuyến có thể kẻ từ A đến (C) chính là số nghiệm của hệ (I).

- Thay (2) vào (1) ta được:

$2x^3 + 3x^2 – 5 = (6x^2 + 6x). (x- 1) – 4$

$\Leftrightarrow 2x^3 + 3x^2 – 5 = 6x^3 – 6x^2 + 6x^2 – 6x - 4$

$\Leftrightarrow - 4x^3 + 3x^2 + 6x – 1= 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{7-\sqrt{33}}{8} \\ x=\dfrac{7+\sqrt{33}}{8} \end{array}\right.$$

Vậy từ A có thể kẻ ba tiếp tuyến tới (C).

Chọn C.

Câu 31. Từ một điểm bất kỳ trên d: x = 2 có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị (C) : $y= x^3 – 6x^2 + 9x – 1$.

A. 1 B.2 C. 3 D. 4

Lời giải

- Gọi điểm A(2; a) thuộc đường thẳng d

Phương trình đường thẳngΔ đi qua A, hệ số góc k có dạng: y= k(x- 2) + a

- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ :

$$\left(I\right):\begin{cases}x^3-6x^2+9x-1=k\left(x-2\right)+a & \left(1\right)\\ 3x^2-12x+9=k & \left(2\right)\end{cases}$$ có nghiệm.

- Số tiếp tuyến có thể kẻ từ A đến (C) chính là số nghiệm của hệ (I).

- Thay (2) vào (1) ta được:

$x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = (3x^2 - 12x + 9).(x-2)+a$

$\Leftrightarrow a = -2x^3 + 12x^2 - 24x + 17$ (*)

- Đặt $f(x) = -2x^3 + 12x^2 - 24x + 17$

ta có: $f'(x) = -6x^2 + 24x - 24 = -6(x-2)^2 \le 0, \forall x \in R$

Do đó, hàm số f(x) nghịch biến trên R. Từ đây suy ra phương trình (*) luôn có một nghiệm duy nhất với mọi giá trị của a.

Vậy từ một điểm bất kỳ trên đường thẳng d ta luôn kẻ được chỉ một tiếp tuyến tới (C).

Chọn A.

Câu 32. Từ điểm A(2; a) ta kẻ được 1 tiếp tuyến đến đồ thị (C): $y = x^3 - 3x$. Tìm điều kiện a

A. $\left[\begin{array}{l}a<-4\\a>-2\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}a<-6\\a>2\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}a<4\\a>1\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}a<-1\\a>-3\end{array}\right.$

Lời giải

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, hệ số góc k có dạng $y=k(x-2)+a$

- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ

$$\left(I\right):\begin{cases}x^3-3x=k\left(x-2\right)+a & \left(1\right)\\ 3x^2-3=k & \left(2\right)\end{cases}$$ có nghiệm.

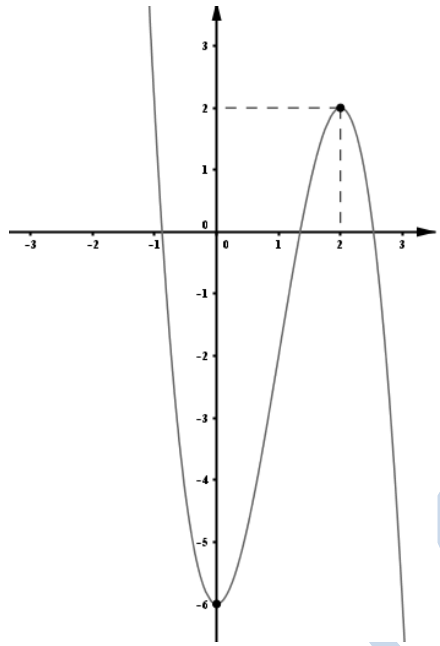
- Số tiếp tuyến có thể kẻ từ A đến (C) chính là số nghiệm của hệ (I).

- Thay (2) vào (1) ta được:

$X^3 - 3x = (3x^2 - 3).(x-2) + a \Leftrightarrow x^3 - 3x = 3x^3 - 6x^2 - 3x + 6 + a$

$\Leftrightarrow a = -2x^3 + 6x^2 - 6$ (*)

- Đặt $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 6$ ta có đồ thị hàm số f(x):



- Từ đồ thì hàm số f(x) ta suy ra:

+) Với $\left[\begin{array}{l} a<-6 \\ a>2 \end{array}\right.$ thì phương trình (*) có một nghiệm duy nhất. Do đó, từ A kẻ được một tiếp tuyến tới (C).

Chọn B.

Câu 33. Tìm điều kiện m để đường cong (C): y= x^3 + (3+m) x^2 + mx+ 2 tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ nguyên?

A. m= -3 B. m =3 C. m = 6 D. m = - 6

Lời giải

Để đường cong (C) tiếp xúc với trục hoành thì hệ (I):

$\begin{cases} 3x^2+2(3+m)x+m=0, (1) \\ x^3+(3+m)x^2+mx+2=0, (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

Từ (1) ta có: $3x^2 + 6x + 2mx + m= 0$ ⇔ $3x^2 + 6x + (2x+ 1).x = 0$ (*)

+) Với $x=-\frac{1}{2}$ thay vào (*) không thỏa mãn nên hệ (I) vô nghiệm. (loại)

+) Với $x \neq \frac{-1}{2}$, khi đó: $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{-3x^2-6x}{2x+1} & (1) \\ x^3 + \left(3 + \dfrac{-3x^2-6x}{2x+1}\right)x^2 + \dfrac{-3x^2-6x}{2x+1}.x + 2 = 0 & (2) \end{cases}$

- Ta có: $(2) \Leftrightarrow \dfrac{-(x-1)(x^3+3x^2+6x+2)}{2x+1} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow m = -3 \\ x^3+3x^2+6x+2 = 0 \quad (3)(loai) \end{array}\right.$

Vậy m= - 3 là giá trị cần tìm.

Chọn A.

Câu 34. Tìm điều kiện m để đường cong (C): y= $x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m$ tiếp xúc với trục hoành?

A. $m = \left\{\frac{1}{4}; 0\right\}$ **B.** $m = \left\{\frac{-1}{4}; 0\right\}$ **C.** $m = \left\{\frac{-1}{2}; 1\right\}$ **D.** $m = \left\{\frac{3}{4}; 1\right\}$

Lời giải

- Trục hoành có phương trình y= 0.

Để đường cong (C) tiếp xúc với trục hoành thì hệ(I):

$\begin{cases} 3x^2 - 4x - (m-1) = 0 \\ x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m = 0 \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Ta có:

$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3x^2 - 4x + 1 \\ x^3 - 2x^2 - (3x^2-4x)x + 3x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3x^2 - 4x + 1 \\ -2x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3x^2 - 4x + 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{-1}{4} \\ m = 0 \end{array}\right.$

Vậy $m = \left\{\frac{-1}{4}; 0\right\}$ là các giá trị cần tìm.

Chọn B.

Câu 35. Cho hàm số y= f(x) = $x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C).

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0, biết $f''(x_0) = 5x_0 + 7$.

A . y= - 9x + 11 B . y= 8x- 6 C . y= 9x -7 D . y= - 8x+ 10

Lời giải

Ta có: y'= $3x^2 + 6x$ và y''= 6x + 6.

=> y'' (x_0) = $6x_0$+ 6.

Theo giả thiết ta có: $6x_0 + 6 = 5x_0 + 7 \Leftrightarrow x_0 = 1$.

Với x_0= 1 ta có y'(1) = 9 và y(1)= 2.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_0= 1 là:

y= 9(x- 1) + 2 hay y = 9x – 7

Chọn C.

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) và parabol (P): y= x^2 + a. Tìm a để (P) tiếp xúc với (C).Chọn đáp án đúng nhất

A . a= -1 B. a= 1 C .a= -2 D .Cả A,B đúng

Lời giải

Để (P) tiếp xúc với đường cong (C) khi hệ phương trình sau có nghiệm :

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x^2 + a, (1) \\ \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 2x, (2) \end{cases}$$

Giải (2) ta có:

$$\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 2x \Leftrightarrow x.\left[\frac{x-2}{(x-1)^2} - 2\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \dfrac{x-2}{(x-1)^2} = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 2 = 2(x-1)^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 0$$

Với x=0 thay vào (1) ta được: a= -1.

Chọn A.

Câu 37. Số đường thẳng đi qua điểm A(2; 0) và tiếp xúc với đồ thị (C) của hàm số y= - x^4 +2x^2 là

A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Đạo hàm: y'= - 4x^3 + 4x.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M(a; - a^4 +2a^2) là :

y= (- 4a^3 + 4a). (x- a) - a^4 + 2a^2

Để tiếp tuyến trên đi qua điểm A(2;0) thì:

0= (- 4a^3 + 4a). (2- a) – a^4 +2a^2

⇔ 0= - 8a^3+ 4a^4 + 8a- 4a^2 – a^4 + 2a^2

⇔ 3a^4 – 8a^3 – 2a^2 + 8a= 0

⇔ a(3a^3 – 8a^2 - 2a + 8)= 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 3a^3-8a^2-2a+8=0(*) \end{array}\right.$$

Trong đó phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.

Suy ra có 4 giá trị của a thỏa mãn, tương ứng cho ta 4 tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm A.

Chọn A.

Câu 38. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và parabol (P): y= x^2 + a. Tìm a để (P) tiếp xúc với (C).

A. a= - 1 B. a= 1 C.a= - 2 D. Cả A và B đúng

Lời giải

(P) tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi hệ $\begin{cases} \dfrac{x^2-x+1}{x-1}=x^2+a \\ \left(\dfrac{x^2-x+1}{x-1}\right)=\left(x^2+a\right)' \end{cases}$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-x+1}{x-1}=x^2+a & (1) \\ \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}=2x & (2) \end{cases}$$ có nghiệm

$$(2)\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x^2-2x=2x\left(x^2-2x+1\right) \end{cases} \Leftrightarrow x\underbrace{\left(2x^2-5x+4\right)}_{>0,\forall x\in\mathbb{R}}=0 \Leftrightarrow x=0(3)$$

Thế (3) vào (1) ta được: a= -1. Vậy a= - 1thì (P) tiếp xúc với (C).

Chọn A.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$ có đồ thị (C). Tìm đường thẳng cố định mà C luôn tiếp xúc .

A. y= 2x- 1 B. y= x - 1 C. y= 2x+ 1 D. y=x+ 1

Lời giải

* Tìm điểm cố định của (C_m)

Giả sử điểm A(x; y) là điểm cố định. Khi đó $y=\dfrac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$ đúng với mọi m

⇔ y(x- m)= $2x^2$ + (1- m) x + 1+ m đúng mọi m

⇔ xy – my – $2x^2$ – x+ mx – 1- m= 0 đúng với mọi m.

⇔ (xy- $2x^2$ – x - 1) + m (- y + x - 1) = 0 đúng với mọi m.

$$\begin{cases} xy-2x^2-x-1=0 \\ -y+x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$$

Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua là A(-1; -2)

* Đạo hàm: $f'(x)=\dfrac{2x^2-4mx+m^2-2m-1}{(x-m)^2}$

* $f'(-1)=\dfrac{m^2+2m+1}{(-1-m)^2}=1,\forall m\neq -1$

* Phương trình tiếp tuyến tại điểm A cố định là:

y= 1. (x+ 1) – 2 hay y= x- 1 đây là tiếp tuyến cố định với mọi giá trị của m.

Chọn B.

Câu40. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+4}{x-1}$ có đồ thị (C). Đường thẳng y = ax + b là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc là -1. Tính S = a + b

A. -5 hoặc 3 **B**.3 hoặc 5 **C**.5 hoặc 4 **D.** -5 hoặc -3

Lời giải

Đường thẳng y = ax+ b là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc là – 1 nên tiếp tuyến đó có dạng”

(d): y= - x+ b

(d) tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-3x+4}{x-1}=-x+b \\ \left(\dfrac{x^2-3x+4}{x-1}\right)'=(-x+b)' \end{cases}$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-3x+4}{x-1}=-x+b\ (1) \\ \dfrac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}=-1 \quad (2) \end{cases}$ có nghiệm

Từ (2) suy ra: $2x^2 - 4x=0$ nên x=0 hoặc x= 2.

Thế x = 0 vào (1) ta được: b= - 4, thế x= 2 vào (1) ta được: b= 4

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là y= - x – 4 và y= -x+ 4

Khi đó; tổng a+ b bằng – 5 hoặc 3.

Chọn A.

Câu 41: Cho hàm số y= $x^3 - mx^2 - 4x + 4m$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) tiếp xúc với trục hoành khi

A. $m=\pm 2$ **B.** $m=\pm 3$ **C.** $m=\pm 4$ **D.** Một kết quả khác

Lời giải

* Đồ thị của hàm số y=$x^3 - mx^2 - 4x+ 4m$ tiếp xúc với trục hoành

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3-mx^2-4x+4m=0 \\ 3x^2-2mx-4=0 \end{cases}$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x^2-4\right)\left(x-m\right)=0 & (1) \\ 3x^2-2mx-4=0 & (2) \end{cases}$$ có nghiệm

Giải (1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=\pm 2 \end{array} \right.$

* Thế x = m vào (2) ta được: $m=\pm 2$

* Thế x= 2 vào (2) ta được: m= 2

* Thế x= - 2 vào (2) ta được: m= - 2

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn là $m=\pm 2$

Chọn A.

Câu 42. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị (C) mà từ đó vẽ được ***đúng một*** tiếp tuyến đến đồ thị (C): $y=x^3-3x+1$

A. 1 B.2 C. 3 D. Vô số

Lời giải

- Gọi A(a; a^3-3a+1) là điểm thuộc (C).

- Phương trình đường thẳng đi qua A; hệ số góc k có phương trình là :

Δ : y= k(x- a) + a^3-3a+1

- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) là hệ:

$$\begin{cases} x^3-3x+1=k\ \ x-a\ \ +a^3-3a+1 & 1 \\ 3x^2-3=k & 2 \end{cases}$$ có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được: $x^3-3x+1=(3x^2-3).(x-a)+a^3-3a+1$

$\Leftrightarrow x^3-a^3-3(x-a)-(3x^2-3).(x-a)=0$

$\Leftrightarrow (x-a).(x^2+ax+a^2)-3(x-a)-(3x^2-3).(x-a)=0$

$\Leftrightarrow (x-a).[-2x^2+ax+a^2]=0$

$\Leftrightarrow (x-a)^2.(-2x-a)=0$

Để từ A kẻ được duy nhất một tiếp tuyến đến (C) thì phương trình $-2x-a=0$ phải có nghiệm x= a $\Leftrightarrow$ - 2a- a= 0 $\Leftrightarrow$ a= 0

Khi đó; A(0;1)

Vậy có duy nhất một điểm A(0; 1) thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 43. Điểm A(a; b) trên trục tung mà từ đó vẽ được ***đúng một*** tiếp tuyến với (C) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Tính a + b?

A. 1 B. 0 C. – 1 D.2

Lời giải

- Gọi tọa độ điểm A(0; b) là điểm thuộc trục tung.

- Đường thẳng đi qua A; hệ số góc k có dạng Δ : y= k(x- 0)+ b hay y= kx+ b

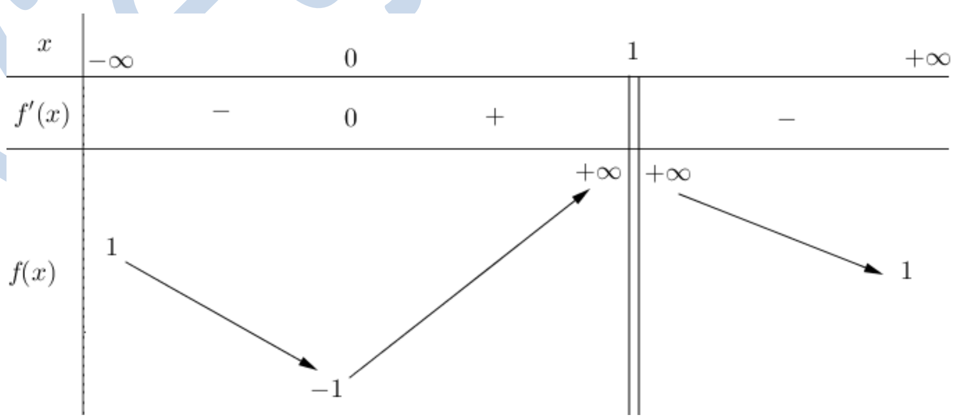
- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{x+1}{x-1}=kx+b & (1) \\ \dfrac{-2}{(x-1)^2}=k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được: $(*)\ \dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{-2x}{(x-1)^2}+b \Leftrightarrow b=\dfrac{x^2+2x-1}{(x-1)^2}$

- Để từ A chỉ vẽ được đúng một tiếp tuyến với (C) thì (*) phải có một nghiệm duy nhất.

- Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{(x-1)^2}$ trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ ta có: $f'(x)=\dfrac{-4x}{(x-1)^3};\ f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0.$

- Ta có bảng biết thiên hàm số f(x) trên R\{1}



- Từ bảng biến thiên trên ta suy ra để (*) có nghiệm duy nhất thì b = -1

Do đó, điểm A cần tìm có tọa độ A(0; -1) nên tổng a+ b= -1.

Chọn C.

Câu 44. Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ có bao nhiêu điểm A thuộc trục hoành để kẻ được đúng 1 tiếp tuyến đến (C) và qua A ?

A. 0 B.1 C.2 D.Vô số

Lời giải

- Gọi điểm A(a; 0) là điểm thuộc trục hoành.

- Đường thẳng Δ đi qua A có phương trình y= k(x – a).

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{x^2+x+2}{x-1}=k(x-a) & (1) \\ \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{x^2+x+2}{x-1}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}(x-a) \Leftrightarrow \frac{(x^2-2x-3)a}{(x-1)^2}=\frac{(x^2-2x-3)x}{(x-1)^2}-\frac{x^2+x+2}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2-2x-3)a}{(x-1)^2}=\frac{-2(x^2+2x-1)}{(x-1)^2} \Leftrightarrow (x^2-2x-3)a=-2(x^2+2x-1)$$

$$\Leftrightarrow (a+2)x^2-2(a-2)x-3a-2=0 \qquad (*)$$

- Để từ A kẻ được đúng một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có một nghiệm duy nhất.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= - 2

Khi đó (*) trở thành: $8x+4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1}{2} \Rightarrow a=-2$ thỏa mãn.

+) **Trường hợp 2:** $a\neq -2$, khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có nghiệm duy nhất thì thì (*) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm kép hay

$\Delta'_{*}=4(a^2+a+2)=0$ nên trường hợp này không có giá trị thỏa mãn

Vậy điểm A(-2; 0) là điểm cần tìm. Vậy có đúng 1 điểm A thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 45. Có bao nhiêu điểm trên đường thẳng d: y = 1 mà từ đó vẽ được ***đúng một*** tiếp tuyến với $(C): y=\dfrac{2x^2+x}{x+1}$?

A. 0 B.1 C. 2 D.3

Lời giải

- Gọi điểm A(a; 1) là điểm thuộc đường thẳng d: y= 1.

- Đường thẳng Δ đi qua A, hệ số góc k có phương trình: y= k(x - a) + 1

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{2x^2+x}{x+1}=k(x-a)+1 & (1) \\ \dfrac{2x^2+4x+1}{(x+1)^2}=k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{2x^2+x}{x+1}=\frac{2x^2+4x+1}{(x+1)^2}(x-a)+1 \Leftrightarrow \frac{(2x^2+4x+1)a}{(x+1)^2}=\frac{2x^2+2x+1}{(x+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (2x^2+4x+1)a=(2x^2+2x+1) \Leftrightarrow (2a-2)x^2+2(2a-1)x+a-1=0 \quad (*)$$

- Để từ A kẻ được đúng một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có nghiệm duy nhất.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= 1.

Khi đó (*) trở thành: 2x= 0 ⇔ x= 0 => a= 1 thỏa mãn . Khi đó A(1; 1)

+) **Trường hợp 2: Nếu** $a\neq 1$, khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có nghiệm duy nhất thì thì (*) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm kép hay

$$\Delta'_{*}=2a^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow A_2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}};1\right) \\ a=-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow A_3\left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}};1\right) \end{array}\right.$$

Vậy các điểm cần tìm là $A_1(1;1), A_2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}};1\right), A_3\left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}};1\right)$.

Câu 46. Có bao nhiêu điểm trên đường thẳng d: x = 1 mà từ đó vẽ được ***đúng một*** tiếp tuyến với $(C): y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$?

A. 0 B.1 C. 2 D.3

Lời giải

- Gọi A(1; a) là điểm thuộc đường thẳng x= 1.

- Đường thẳng Δ đi qua A; hệ số góc k có phương trình: y= k(x -1) +a

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{x^2+3x+3}{x+2}=k(x-1)+a & (1) \\ \dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}=k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{x^2+3x+3}{x+2}=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}(x-1)+a \Leftrightarrow a=\frac{2x^2+10x+9}{x^2+4x+4}$$

⇔a.(x^2 +4x+4)= 2x^2 + 10x+ 9

⇔ (a-2).x^2 + 2 (2a- 5) x+4a – 9 = 0 (*)

Để từ A kẻ được đúng một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có một nghiệm duy nhất.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a=2

Khi đó (*) trở thành: $-2x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1}{2} \Rightarrow a=2$ thỏa mãn. Khi đó; A(1;2)

+) **Trường hợp 2:**Nếu $a \neq 2$ khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có nghiệm duy nhất thì thì (*) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm kép hay

$\Delta'_{*}=7-3a=0 \Leftrightarrow a=\dfrac{7}{3} \Rightarrow A_2\left(1;\dfrac{7}{3}\right)$.

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $A_1(1;2), A_2\left(1;\dfrac{7}{3}\right)$.

Chọn C.

Câu 47. Có bao nhiêu điểm trên đường thẳng d: y = 2x + 1 mà từ đó vẽ được ***đúng một*** tiếp tuyến với $(C): y=\frac{x+3}{x-1}$?

A. 2 B.1 C.3 D. Vô số

Lời giải

- Gọi điểm A(a; 2a+ 1) là điểm thuộc đường thẳng d.

- Đường thẳng Δ đi qua A, hệ số góc k có phương trình là y= k (x- a) + 2a + 1

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \frac{x+3}{x-1}=k(x-a)+2a+1 & (1) \\ \frac{-4}{(x-1)^2}=k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{x+3}{x-1}=\frac{-4(x-a)}{(x-1)^2}+2a+1 \Leftrightarrow \frac{-2\left[ax^2-2(a+2)x+3a+2\right]}{(x-1)^2}=0$$

$$\Leftrightarrow ax^2-2(a+2)x+3a+2=0 \quad (*)$$

- Để từ A kẻ được đúng một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có một nghiệm duy nhất.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= 0

Khi đó (*) trở thành: $-4x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow a=0$ thỏa mãn. Điểm A(0;1)

+) **Trường hợp 2:**nếu $a \neq 0$ khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có nghiệm duy nhất thì thì (*) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm kép hay

$$\Delta'_{(*)}=-2(a^2-a-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \Rightarrow A_2(-1;-1) \\ a=2 \Rightarrow A_3(2;5) \end{array}\right.$$.

Vậy có ba điểm thỏa mãn là A_1 (0; 1); A_2 (-1;1); A_3(2;5)

Chọn C.

Câu 48. Có bao nhiêu điểm trên trục tung mà từ đó vẽ được ***ít nhất một*** tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $(C): y=\frac{x^2+3x+3}{x+1}$?

A. 1 B.2 C. 0 D.Vô số

Lời giải

- Gọi A(0; a) là điểm thuộc trục tung.

- Đường thẳng đi qua A; hệ số góc k có dạng Δ : y= kx+ a

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{x^2+3x+3}{x+1}=kx+a & (1) \\ \dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}=k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{x^2+3x+3}{x+1}=\frac{(x^2+2x)x}{(x+1)^2}=a \Leftrightarrow a=\frac{2x^2+6x+3}{(x+1)^2}$$

$\Leftrightarrow$ a(x^2 + 2x+1)= $2x^2$ + 6x+3

$\Leftrightarrow$ (a-2).x^2 +2(a - 3)x + a - 3=0 (*)

- Để từ A kẻ được ít nhất một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có ít nhất một nghiệm.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= 2.

Khi đó (*) trở thành: $-2x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1}{2} \Rightarrow a=2$ thỏa mãn => A_1 (0;1).

+) **Trường hợp 2:**Nếu $a \neq 2$, khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có ít nhất một nghiệm thì $\Delta'_{*} \geq 0 \Leftrightarrow 3-a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 3$.

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ là (0; a) với $a \leq 3$.

Chọn D.

Câu 49.Tìm điều kiện của a để qua A(3; a) vẽ được ***ít nhất một*** tiếp tuyến với $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-2}$

A. $a \leq 7$ **B.** **a< 3** **C.** **a> 4** **D.** $a \leq 5$.

Lời giải

- Đường thẳng đi qua A, hệ số góc k có dạng (Δ): y= k (x - 3)+ a

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-2} = k(x-3)+a & (1) \\ \dfrac{-5}{(x-2)^2} = k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{2x+1}{x-2} = \frac{-5(x-3)}{(x-2)^2} + a \Leftrightarrow a = \frac{2x^2+2x-17}{(x-2)^2}$$

$\Leftrightarrow$ a. $(x^2 - 4x + 4) = 2x^2 + 2x - 17$

$\Leftrightarrow$ $(a-2)x^2 - 2(2a+1).x + 4a + 17 = 0$ (*)

- Để từ A kẻ được ít nhất một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có ít nhất một nghiệm.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= 2.

Khi đó (*) trở thành: $-10x+25=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2} \Rightarrow a=2$ thỏa mãn => $A_1(3;2)$.

+) **Trường hợp 2: Nếu** $a \neq 2$, khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*) có ít nhất một nghiệm thì $\Delta'_{*} \geq 0 \Leftrightarrow 5(7-a) \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 7$.

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ là (3; a) với $a \leq 7$.

Chọn A.

Câu 50 . Cho điểm A(a; 2) mà từ đó vẽ được ***ít nhất một*** tiếp tuyến với $(C): y = \dfrac{3x+4}{4x-3}$

Tìm điều kiện của a?

A. $a \leq 2$. B. a> 2 C. $a \leq 3$. D.a> 4

Lời giải

- Đường thẳng đi qua A, hệ số góc k có dạng: Δ : y= k(x - a) +2

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases} \dfrac{3x+4}{4x-3} = k(x-a)+2 & (1) \\ \dfrac{-25}{(4x-3)^2} = k & (2) \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{3x+4}{4x-3}=\frac{-25(x-a)}{(4x-3)^2}+2\Leftrightarrow\frac{5(4x^2-16x+5a+6)}{(4x-3)^2}=0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-16x+5a+6=0\quad(*)$$

- Để từ A kẻ được ít nhất một tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có ít nhất một nghiệm. Để (*) có ít nhất một nghiệm thì $\Delta'_{*}\geq 0\Leftrightarrow 40-20a\geq 0\Leftrightarrow a\leq 2.$

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ là (a; 2) với $a\leq 2.$

Chọn A.

Câu 51. Tìm các điểm trên d: y = –5 mà từ đó vẽ được ***hai*** tiếp tuyến với $(C): y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$;

A. $\left[\begin{array}{l}a<4-\sqrt{3}\\a>4+\sqrt{3}\end{array}\right.$ **B)** $\left[\begin{array}{l}a<-4+\sqrt{3}\\a>4+\sqrt{3}\end{array}\right.$ **C)** $\left[\begin{array}{l}a<-4-\sqrt{3}\\a>-4+\sqrt{3}\end{array}\right.$ **D)** $\left[\begin{array}{l}a<4+\sqrt{3}\\a>4+2\sqrt{3}\end{array}\right.$

Lời giải

- Gọi A(a; - 5) là điểm thuộc đường thẳng y= - 5.

- Đường thẳng Δ đi qua A có phương trình: y= k(x- a) - 5

- Để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $\begin{cases}\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}=k(x-a)-5 & (1)\\ \dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}=k & (2)\end{cases}$ phải có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$\frac{x^2+3x+3}{x+2}=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}(x-a)-5$$

$$\Leftrightarrow\frac{(a+6)x^2+2(2a+13)x+3a+26}{(x+2)^2}=0$$

⇔(a+ 6)x^2 + 2(2a+13)x +3a+ 26= 0 (*)

- Để từ A kẻ được hai tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 và hệ số góc k tại x_1; x_2 khác nhau.

- Ta xét các trường hợp sau:

+) **Trường hợp 1:** Nếu a= - 6

Khi đó (*) trở thành: 2x + 8 = 0 ⇔ x= - 4 => a = 6 không thỏa mãn.

+) **Trường hợp 2:** Nếu $a \neq -6$ khi đó xem (*) là phương trình bậc hai ẩn x.

Để (*)có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 và hệ số góc tại x_1; x_2 khác nhau thì:

$$\begin{cases} \Delta'_* > 0 \\ k(x_1) \neq k(x_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+8a+13>0 \\ \dfrac{x_1^2+4x_1+3}{(x_1+2)^2} \neq \dfrac{x_2^2+4x_2+3}{(x_2+2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+8a+13>0 \\ \dfrac{-1}{(x_1+2)^2} \neq \dfrac{-1}{(x_2+2)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+8a+13>0 \\ (x_1+2)^2 \neq (x_2+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+8a+13>0 \\ \left[\begin{array}{l} x_1 \neq x_2 \\ x_1+x_2 \neq -4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a<-4-\sqrt{3} \\ a>-4+\sqrt{3} \end{array}\right. \\ \dfrac{-2(2a+13)}{a+6} \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<-4-\sqrt{3} \\ a>-4+\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ (a; -5) với $a \neq -6$ và $\left[\begin{array}{l} a<-4-\sqrt{3} \\ a>-4+\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Chọn C.

Câu 52. Tìm các điểm trên đường thẳng d: y = 2 mà từ đó vẽ được ***ba*** tiếp tuyến với (C) y= - x^3 + $3x^2$ - 2.

A. (m, 2) với $m \neq 2$; m< -1 hoặc $m > \dfrac{5}{3}$

B. (m; 2) ; $m \geq \dfrac{5}{3}$

C.(m; 2); m> -1

D. Không tồn tại

Lời giải

Gọi $M(m;2) \in d$

Khi đó, phương trình đường thẳng Δ qua M; hệ số góc k có dạng: y= k(x- m) + 2 .

Từ M kẻ được 3 tiếp tuyến với (C) ⇔ Hệ phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt x_1; x_2; x_3 mà hệ số góc k tại x_1; x_2; x_3 khác nhau: (I) $\begin{cases} -x^3+3x^2-2=k(x-m)+2 & (1) \\ -3x^2+6x=k & (2) \end{cases}$

- Thay (2) vào (1) ta được:

$$-x^3+3x^2-2=(-3x^2+6x)(x-m)+2 \Leftrightarrow (x-2)\left[2x^2+(1-3m)x+2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1=2 \\ 2x^2+(1-3m)x+2=0 \quad (*) \end{array}\right.$$

- Đặt f(x)= $2x^2 + (1 – 3m)x + 2$
- Hệ (I) có ba nghiệm phân biệt khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 2 , hay

$$\begin{cases} f(2) \neq 0 \\ \Delta_{f(x)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ 9m^2 - 6m - 15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > \frac{5}{3} \end{array}\right. \end{cases} \quad (**)$$

- Với điều kiện (**) thì (*) có hai nghiệm x_2; x_3 thỏa mãn $\begin{cases} x_2 + x_3 = \frac{3m-1}{2} \\ x_2 x_3 = 1 \end{cases}$.

- Để mà hệ số góc k tại x_1; x_2 ; x_3 khác nhau thì:

$$k(x_1) \neq k(x_2) \neq k(x_3) \Leftrightarrow 0 \neq k(x_2) \neq k(x_3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \neq k(x_2) \\ k(x_2) \neq k(x_3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 \neq \{0;2\} \\ -3(x_2^2 - x_3^2) + 6(x_2 - x_3) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 \neq \{0;2\} \\ -3(x_1 + x_2) + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 \neq \{0;2\} \\ x_1 + x_2 = \frac{3m-1}{2} \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq \frac{5}{3}$$

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ (m; 2) với $m \neq 2$ và m< -1 hoặc $m > \frac{5}{3}$.

Câu 53. Tìm các điểm trên đường thẳng d: x = 2 mà từ đó vẽ được ***ba*** tiếp tuyến với (C)

y= $x^3 – 3x$

A. (2; m); $m \geq 2$ B.(2;m); $m \leq -6$ C. (2; m); $m \geq 1$ D. (2; m); -6< m< 2

Lời giải

-Gọi $M(2;m) \in d$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua M, hệ số góc k có dạng: y= k(x- 2) + m.

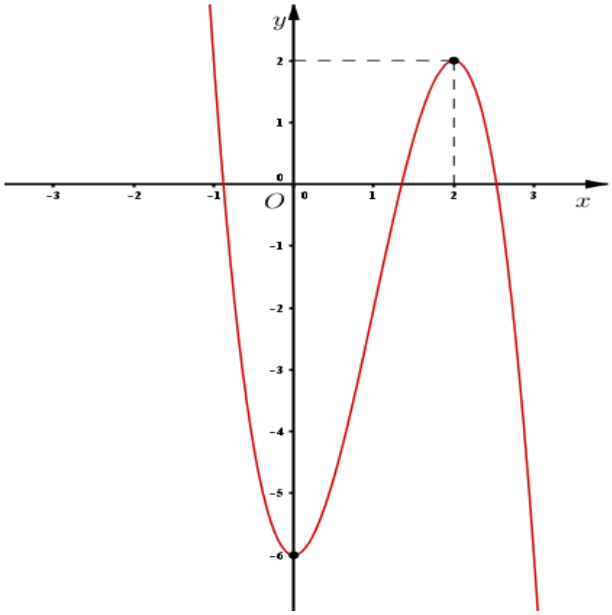
-Từ M kẻ được 3 tiếp tuyến với (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt:

$$(I): \begin{cases} x^3 - 3x = k(x-2) + m & (1) \\ 3x^2 - 3 = k & (2) \end{cases}$$

-Thay (2) vào (1) ta được:

$x^3 – 3x = (3x^2 – 3).(x-2) + m \Leftrightarrow m = - 2x^3 + 6x^2 – 6$ (*)

- Đặt f(x) = $- 2x^3 + 6x^2 - 6$, ta có đồ thị hàm số f(x)



Để hệ (I) có 3 nghiệm phân biệt x_1; x_2; x_3 thì (*) phải có ba nghiệm phân biệt, từ đồ thị hàm số f(x) suy ra $-6 < m < 2$

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ (2; m) với $-6 < m < 2$.

Chọn D

Câu 54. Tìm các điểm trên trục hoành mà từ đó vẽ được ***ba*** tiếp tuyến với (C) $y = -x^3 + 3x + 2$

A. (a; 0) với $\left[\begin{array}{l} a > 2 \\ a < \dfrac{4}{3} \end{array}\right.$ B. (a; 0) với $\left[\begin{array}{l} a < 2 \\ a > \dfrac{8}{3} \end{array}\right.$

C. (a; 0) với $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} a > 2 \\ a < -\dfrac{2}{3} \end{array}\right. \\ a \neq -1 \end{array}\right.$ D. (a; 0) với $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} a < -2 \\ a > \dfrac{2}{3} \end{array}\right. \\ a \neq 1 \end{array}\right.$

Lời giải

- Gọi A(a; 0) thuộc d.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A có phương trình: $y = k(x - a)$

- Từ A kẻ được 3 tiếp tuyến tới (C) khi và chỉ khi hệ sau có ba nghiệm phân biệt:

$$I\ :\begin{cases}-x^3+3x+2=k\ \ x-a & 1\\ -3x^2+3=k & 2\end{cases}$$

- Thay (2) vào (1) ta được:

- x^3 +3x+2= (- 3x^2 + 3). (x- a)

⇔ (x+1). (- x^2 +x+ 2)+3 (x+ 1).(x- 1).(x- a) = 0

⇔ (x+ 1).[2x^2 – (3a + 2)x+ 3a+2] = 0

Đặt f(x)= 2x^2 – (3a+ 2)x+ 3a+ 2= 0

- Để hệ (I) có ba nghiệm phân biệt thì phương trình f(x)= 0 phải có hai nghiệm phân biệt khác -1 hay

$$\begin{cases}\Delta_{f\ x}>0\\ f\ \ -1\ \neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9a^2-12a-12>0\\ a\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a>2\\ a<\dfrac{-2}{3}\end{array}\right.\\ a\neq -1\end{cases}$$

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ (a; 0) với $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a>2\\ a<-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.\\ a\neq -1\end{cases}$

Chọn C.

Câu 55. Tìm các điểm trên d: y = –4 mà từ đó vẽ được ***ba*** tiếp tuyến với (C): y= x^3 – 12x+ 12

A. (a; - 4) với $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a>\dfrac{4}{3}\\ a<-4\end{array}\right.\\ a\neq 2\end{cases}$

B. (a; - 4) với $\begin{cases}a>-4\\ a\neq 2\end{cases}$

C. (a; - 4) với $\begin{cases}a<4\\ a\neq 2\end{cases}$

D. Đáp án khác

Lời giải

- Gọi điểm A(a; - 4) thuộc đường thẳng d

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A,hệ số góc k có phương trình: y = k(x – a) - 4

- Từ A kẻ được 3 tiếp tuyến tới (C) khi và chỉ khi hệ sau có ba nghiệm phân biệt:

$$I:\begin{cases} x^3-12x+12=k(x-a)-4 & (1)\\ 3x^2-12=k & (2)\end{cases}$$

- Thay (2) vào (1) ta được:

$X^3 - 12x + 12 = (3x^2 - 12).(x - a) - 4$

$\Leftrightarrow (x-2).[-2x^2 + (3a-4)x + 2(3a-4)] = 0$

Đặt $f(x) = -2x^2 + (3a-4)x + 2(3a-4)$

- Để hệ (I) có ba nghiệm phân biệt thì phương trình f(x) = 0 phải có hai nghiệm phân biệt khác 2 hay

$$\begin{cases}\Delta_{f(x)}>0\\ f(2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9a^2+24a-48>0\\ a\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a>\dfrac{4}{3}\\ a<-4\end{array}\right.\\ a\neq 2\end{cases}$$

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ (a; – 4) với $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a>\dfrac{4}{3}\\ a<-4\end{array}\right.\\ a\neq 2\end{cases}$.

Câu 56. Tìm các điểm trên trục tung mà từ đó vẽ được ***ba*** tiếp tuyến với (C): $y = x^4 - x^2 - 2$

A. A(0; -2). B. A(0; 2) C. A(0; -3) D. A(0; 3)

Lời giải

- Gọi điểm A (0; a) thuộc trục tung

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A; hệ số góc k có phương trình: y= kx+ a

- Từ A kẻ được 3 tiếp tuyến tới (C) $\Leftrightarrow$ Hệ sau có ba nghiệm phân biệt:

$$I:\begin{cases} x^4-x^2-2=kx+a & (1)\\ 4x^3-2x=k & (2)\end{cases}$$

- Thay (2) vào (1) ta được:

$x^4 - x^2 - 2 = (4x^3 - 2x)x + a \Leftrightarrow a = -3x^4 + x^2 - 2$ (*)

- Để hệ (I) có 3 nghiệm phân biệt thì (*) phải có 3 nghiệm phân biệt.

- Lập bảng biến thiên hàm số f(x) = $-3x^4 + x^2 - 2$

Suy ra để (*) có 3 nghiệm phân biệt khi a= - 2.

Vậy điểm cần tìm là A(0; -2).

Chọn A.

Câu 57. Với điều kiện gì của a để từ điểm A(2; a) ta kẻ được 2 tiếp tuyến đến đồ thị (C): y= $x^3 - 3x$?

A. $\left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=-2 \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=2 \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} a=-6 \\ a=2 \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} a=-6 \\ a=-2 \end{array}\right.$

Lời giải

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua A; hệ số góc k có dạng y= k(x- 2)+ a

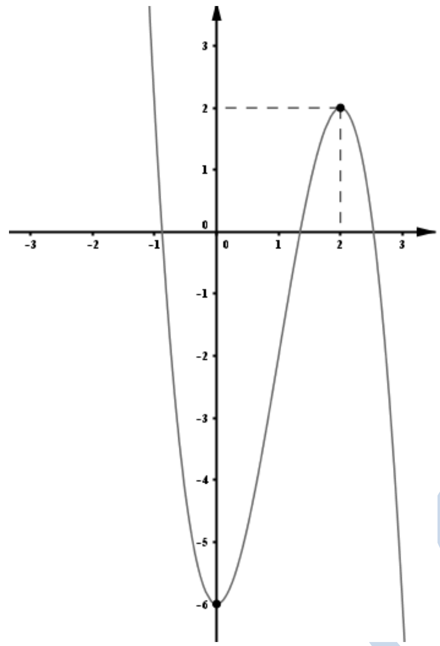
- Điều kiện để Δ là tiếp tuyến của (C) thì hệ $(I):\begin{cases} x^3 - 3x = k(x-2) + a & (1) \\ 3x^2 - 3 = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

- Số tiếp tuyến có thể kẻ từ A đến (C) chính là số nghiệm của hệ (I).

- Thay (2) vào (1) ta được: $x^3 - 3x = (3x^2 - 3).(x-2) + a$

$\Leftrightarrow$ a= $-2x^3 + 6x^2 - 6$ (*)

- Đặt f(x)= $-2x^3 + 6x^2 - 6$ ta có đồ thị hàm số f(x) :



- Từ đồ thì hàm số f(x) ta suy ra:

+) Với a= - 6 hoặc a= 2 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt . Do đó, từ A kẻ được hai tiếp tuyến tới (C).

Chọn C

Câu 58**.** Tìm điều kiện để đường cong (C): y= x^3 + $2x^2$ + 2x- 1 tiếp xúc với đường thẳng

y= x+ m?

A. $m=\left\{\frac{-31}{27};1\right\}$ **B.** $m=\left\{\frac{31}{27};-1\right\}$ **C.** $m=\left\{\frac{-31}{17};-1\right\}$ **D.** $m=\left\{\frac{-31}{27};-1\right\}$

Lời giải

- Để đường cong (C) tiếp xúc với đường thẳng thì hệ:

(I): $\begin{cases}\left(x^3+2x^2+2x-1\right)'=\left(x+m\right)' \\ x^3+2x^2+2x-1=x+m\end{cases}$ phải có nghiệm.

- Ta có: $(I)\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+4x+2=1 \\ m=x^3+2x^2+x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\frac{-1}{3} \\ x=-1\end{array}\right. \\ m=x^3+2x^2+x-1\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{-31}{27} \\ m=-1\end{array}\right.$

Vậy $m=\left\{\dfrac{-31}{27};-1\right\}$ là các giá trị cần tìm.

Chọn D.

Câu 59. Tìm điều kiện của m để hai đường cong (C_1): y= - x^4+ x^2 – 1 và (C_2) : y = -x^2 + m tiếp xúc nhau?

A. m= 2 hoặc m=1

B.m = -2 hoặc m = 1

C. m= 2 hoặc m= - 1

D.m = -2 hoặc m = -1

Lời giải

- Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau thì hệ

(I): $\begin{cases} -x^4+x^2-1\ '=\ -x^2+m\ ' \\ -x^4+x^2-1=x^2+m \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Ta có:

$$I \Leftrightarrow \begin{cases} -4x^3+2x=-2x \\ m=-x^4-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ m=-x^4-1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-2 \end{array}\right.$$

Vậy m = -2 hoặc m = -1 là các giá trị cần tìm.

Chọn D

Câu 60. Tìm điều kiện để hai đường cong (C_1); (C_2) sau tiếp xúc nhau :

$(C_1): y=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+\dfrac{9}{4};\ (C_2): y=-x^2+m$

A. $m=\left\{\dfrac{9}{4};\dfrac{45}{4}\right\}$ **B.** $m=\left\{\dfrac{1}{4};\dfrac{45}{2}\right\}$ **C.** $m=\left\{\dfrac{9}{8};\dfrac{25}{4}\right\}$ **D.** $m=\left\{\dfrac{9}{4};-\dfrac{45}{2}\right\}$

Lời giải

- Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau thì hệ (I): $\begin{cases} \left(-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+\dfrac{9}{4}\right)'=\ -x^2+m\ ' \\ -\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+\dfrac{9}{4}=-x^2+m \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Ta có: $I \Leftrightarrow \begin{cases} -x^3+4x=-2x \\ -\dfrac{1}{4}x^4+2x^2+\dfrac{9}{4}=-x^2+m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6} \end{array}\right. \\ m=-\dfrac{1}{4}x^4+3x^2+\dfrac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{9}{4} \\ m=\dfrac{45}{4} \end{array}\right.$

Vậy $m=\left\{\dfrac{9}{4};\dfrac{45}{4}\right\}$ là các giá trị cần tìm.

Chọn A.

Cau 61. Tìm điều kiện để hai đường cong (C_1): y= $(x+1)^2.(x-1)^2$ và (C_2): y= $2x^2$ + m tiếp xúc nhau?

A.m= 3 hoặc m= 1

C. m= 3 hoặc m = -1

C. m= - 3 hoặc m= - 1

D. m= -3 hoặc m= 1

Lời giải

- Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau thì hệ (I): $\begin{cases} \left[(x+1)^2(x-1)^2\right]'=(2x^2+m)' \\ (x+1)^2(x-1)^2=2x^2+m \end{cases}$ phải có nghiệm.

- Ta có: $I \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3-4x=4x \\ m=x^4-4x^2+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right. \\ m=x^4-4x^2+1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn là m= -3 hoặc m = 1

Chọn D.

Câu 62. Cho hàm số y = $2x^3 - 3x^2 + 1$. Tìm trên (C) những điểm M sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 8.

A.M (-1; -2).

B. M (- 1; -3)

C. M (- 1; - 4)

D.(-2; -4)

Lời giải

Gọi điểm M(a; $2a^3 - 3a^2 + 1$) thuộc đồ thị (C).

Đạo hàm : y' = $6x^2 - 6x$ => y'(a) = $6a^2 - 6a$.

Phương trình tiếp tuyến tại M là:

$y = (6a^2 - 6a).(x - a) + 2a^3 - 3a^2 + 1$

Khi đó tiếp tuyến này cắt trục tung tại điểm A(0; $-4a^3 + 3a^2 + 1$).

Theo giả thiết ta có: $-4a^3 + 3a^2 + 1 = 8 \Leftrightarrow a = -1$

Khi đó, tọa độ điểm M(-1; -4).

Chọn C.

Câu 63. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng d: y = x-1. Giao điểm của (C) và d lần lượt là A(1; 0); B và C. Khi đó khoảng cách giữa B và C là

A. $BC = \frac{\sqrt{30}}{2}$ B. $BC = \frac{\sqrt{34}}{2}$ C. $BC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. Đáp án khác

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1$ hay $2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ 2x^2 - x - 2 = 0 \ \ (1) \end{array}\right.$$

Khi đó ta có A(1 ; 0) ; B(x_1 ; $x_1 - 1$) và C(x_2 ; $x_2 - 1$) (x_1 ; x_2 là nghiệm của (1))

Theo hệ thức Vi- et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{BC}$ ($x_2 - x_1$; $x_2 - x_1$), suy ra

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{2(x_2 + x_1)^2 - 8.x_1 x_2} = \sqrt{2.\frac{1}{4} - 8.(-1)} = \sqrt{\frac{17}{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

Chọn B.

Câu 64. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng y=m tại ba điểm phân biệt thì tất cả các giá trị tham số m thỏa mãn là

A. m>2 B. -3<m<1 C. -3<m D. m< 1

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + 1 = m$

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

Ta có: y'=3x^2-6x ; y' = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó, đồ thị cắt đường thẳng y=m tại ba điểm phân biệt khi -3<m<1.

Vậy chọn -3<m<1.

Chọn B.

Câu 65. Cho hàm số y=mx^3-x^2-2x+8m có đồ thị là (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành là:

mx^3-x^2-2x+8m =0 (1)

$$\Leftrightarrow (x+2)\left[mx^2-(2m+1)x+4m\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ mx^2-(2m+1)x+4m=0 \quad (2) \end{array}\right.$$

(C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = -12m^2+4m+1>0 \\ 12m+2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\dfrac{1}{6}<m<\dfrac{1}{2} \\ m \neq -\dfrac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\dfrac{1}{6}<m<\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $m \in \left(-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{2}\right)\backslash\{0\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Câu 66. Cho hàm số y= x^3 – (m+2).x^2 + (m- 1).x + 2m- 1 (1) , với m là tham số thực.

Có bao nhiêu giá trị thực của m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại điểm có hoành độ x= 1 và đường thẳng d: 2x+ y- 1= 0 tạo với nhau một góc 30^0 .

A. 1 B. 2 C . 3 D. 4

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{n_1}(2;1)$ là VTPT của đường thẳng d.

Đạo hàm y' = $3x^2$- 2(m+ 2) x + m- 1

=> y'(1) = 3 – 2m + 4+ m – 1 = - m- 2

Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) tại điểm có hoàng độ bằng 1. Suy ra Phương trình của Δ có dạng: y= y'(1) .(x- 1)+ y(1)

Do đó $\overrightarrow{n_2}$(m+2;1) là VTPT của Δ .

Theo đề bài ta có: $\left|\cos(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2})\right| = \cos 30^0 \Rightarrow \dfrac{\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2(m+2)+1\right|}{\sqrt{5}.\sqrt{(m+2)^2+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow m^2+20m+25=0 \Leftrightarrow m=-10\pm 5\sqrt{3}.$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn đầu bài

Chọn B.

Câu 67. Cho đồ thị (C): y = $2x^3$-$3x^2$-1. Gọi d là đường thẳng qua A(0; -1) có hệ số góc bằng k . Tất cả giá trị k để (C) cắt d tại ba điểm phân biệt là

A. $\begin{cases} k<\frac{9}{8} \\ k\neq 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} k>-\frac{9}{8} \\ k\neq 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} k<-\frac{9}{8} \\ k\neq 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} k>\frac{9}{8} \\ k\neq 0 \end{cases}$

Lời giải

Phương trình đường thẳng d qua A(0; -1) và có hệ số góc k là y=kx-1 .

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$2x^3 - 3x^2 - 1 = kx - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - kx = 0$

$\Leftrightarrow x(2x^2 - 3x - k) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0,(1) \\ 2x^2-3x-k=0,(2) \end{array}\right.$

(C) cắt d tại ba điểm phân biệt khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0 :

$\begin{cases} \Delta = 9+8k>0 \\ 0-k\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k>\frac{-9}{8} \\ k\neq 0 \end{cases}.$

Vậy các giá trị của k thỏa mãn đầu bài là: $\begin{cases} k > -\dfrac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$

Chọn B.

Câu 68. Đường thẳng (d) y=m **không** cắt đồ thị hàm số (C) $y= -2x^4+4x^2+2$ thì tất cả các giá trị tham số m là

A. m>4. **B.** $m \geq 4$. **C.** $m \leq 2$. **D.** 2<m<4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$$-2x^4+4x^2+2 = m \quad (*)$$

Để đường thẳng d không cắt đồ thị hàm số (C) khi và chỉ khi phương trình (*) vô nghiệm.

Xét hàm số $y= f(x)= -2x^4 + 4x^2 + 2$

Ta có: $y' = -8x^3+8x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=1 \vee x=-1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	0	–	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$

Do đó, đường thẳng y=m **không** cắt đồ thị hàm số khi và chỉ khi m> 4.

Vậy chọn m>4.

Chọn A.

Câu 69. Cho đồ thị hàm số (C): $y= -x^4+2x^2+m$. Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt là

A. 0<m<1 **B.** $-1 < m \leq 0$.

C. -1<m<0 **D.** $-1 \leq m < 0$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành :

$$-x^4+2x^2+m = 0 \text{ hay } m= x^4-2x^2.$$

Xét hàm số $y= f(x) = x^4-2x^2$

Ta có $y'=4x^3-4x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		–	0	+	0	–	0	+	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt khi $-1 < m \leq 0$.

Vậy chọn $-1<m\le 0$.

Chọn B.

Câu 70. Tìm m để phương trình $x^4 - 2x^2 - m+3=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. m> 3 B. m< 2 C.m> -2 D. 2< m< 3

Lời giải

Phương trình: $x^4 - 2x^2 - m+3=0 \Leftrightarrow x^4-2x^2+3=m$ (1)

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) $y= x^4 - 2x^2+3$ và đường thẳng d: y=m.

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của (C) và d.

Khảo sát và vẽ bảng biến thiên của đồ thị hàm số (C) $y= x^4-2x^2+3$.

Đạo hàm $y'= 4x^3-4x$ và y'=0 khi x=0; x=1; x= -1 .

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi 2<m<3

Vậy 2<m<3 thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 71. Tìm số nguyên m nhỏ nhất để đồ thị hàm số (C) : $y=x^4$ cắt parabol (P): $y=(3m+4)x^2-m^2$ tại bốn điểm phân biệt ?

A. m = - 1 B. m=0 C. m= 1 D. m= 2

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là:

$$x^4=(3m+4)x^2 - m^2 \text{ hay } x^4 - (3m+4)x^2+m^2=0 \quad (1).$$

Đặt $t= x^2$ ($t\ge 0$), khi đó phương trình (1) trở thành:

$$t^2 - (3m + 4)t+ m^2 = 0 \quad (2)$$

Để (C) cắt (P) tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ P>0 \\ S>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2+24m+16>0 \\ m^2>0 \\ 3m+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>-\dfrac{4}{5} \end{array}\right. \\ m\ne 0 \\ m>\dfrac{-4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{4}{5} \\ m\ne 0 \end{cases}$$

Do đó, số nguyên m nhỏ nhất thỏa mãn là 1.

Chọn C.

Câu 72. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Tìm m để đường thẳng (d) y= -x+m cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $m\in\left(-\infty;1\right)\cup\left(5;+\infty\right)$ B. $m\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left(5;+\infty\right)$

C. $m\in\left(-\infty;-5\right)\cup\left(1;+\infty\right)$ D. $m\in\left(-\infty;-5\right)\cup\left(-1;+\infty\right)$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d);

$$\frac{2x-1}{x-1}=-x+m\ (1)$$

Điều kiện: x≠ 1. Khi đó (1) suy ra: 2x-1=(-x+m)(x-1)

Hay x^2-(m-1)x+m-1=0 (2)

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi (1) có hai nghiệm phân biệt

⇔(2) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=\left[-(m-1)\right]^2-4(m-1)>0\\ 1-(m-1).1+m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5>0\\ 1-m+1+m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<1\\ m>5\end{array}\right.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m\in\left(-\infty;1\right)\cup\left(5;+\infty\right)$.

Chọn A.

Câu 73. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+2}$ có đồ thị là (C) . Tìm m để đường thẳng d: y=2x-1 cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A; B sao cho AB= $\sqrt{10}$.

A. m= 1 B. m= 3 C. m= - 2 D.m= 4

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{mx-1}{x+2}=2x-1$ (1)

Điều kiện: x≠ −2 Khi đó (1) suy ra:

mx-1=(2x-1) (x+2) hay $2x^2$-(m-3)x-1=0 (2)

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A; B khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt Khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt khác -2:

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[-(m-3)\right]^2+8>0\\ 2.(-2)^2-(m-3).(-2)-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\neq-\frac{1}{2}\quad(*)$$

Đặt A(x_1; $2x_1$-1); B(x_2; $2x_2$-1) với x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình (2).

Theo định lý Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{m-3}{2}\\ x_1.x_2=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$, khi đó

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(2x_2-2x_1)^2}=\sqrt{5(x_2-x_1)^2}=\sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow 5\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{m-3}{x}\right)^2+2=2 \Leftrightarrow m=3$$

Vậy giá trị m cần tìm là m=3.
Chọn B.

Câu 74. Cho phương trình $x^3-3x^2+1-m=0$ (1) . Điều kiện của tham số m để (1) có ba nghiệm phân biệt thỏa $x_1<1<x_2<x_3$ khi

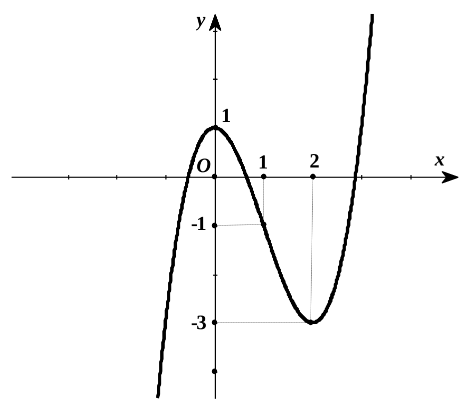
A.m = -1 B.-1<m<3 C. -3<m<-1 D. Đáp án khác

Lời giải

Ta có $x^3-3x^2+1-m=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+1=m$ (1) là phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ và y=m (là đường thẳng song song hoặc trùng với Ox).
Xét hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+1$.
Tính $y'=3x^2-6x$

Ta có y'= 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=1 \\ x=2\Rightarrow y=-3 \end{array}\right.$.

Ta có x=1 thì y= -1
Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị $y=x^3-3x^2+1$.
và đường thẳng y=m .
Do đó, yêu cầu bài toán khi và chỉ khi -3< m< -1
Chọn C.



Câu75: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng qua I(1; 2) với hệ số góc k . Tìm các giá trị của k để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt *I, A, B* sao cho *I* là trung điểm của đoạn thẳng *AB* là

A. k> - 1 B. k< 2 C. k< 3 D. k> - 3

Lời giải

Phương trình đường thẳng (d) đi qua I (1;2); hệ số góc k là: y=k(x-1)+2.
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$x^3-3x^2+4=k(x-1)+2 \Leftrightarrow x^3-3x^2-kx+k+2=0$ (1)

$\Leftrightarrow (x-1).(x^2-2x-k-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x-k-2=0,(*) \end{array}\right.$

Để (C) cắt d tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 khác 1 :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + k + 2 > 0 \\ 1^2 - 2.1 - k - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -3 \\ -3 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k.(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên I là trung điểm AB.

Vậy các giá trị của k thỏa mãn là k> -3 .

Chọn D.

Câu 76. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số (C): $y=x^3-3(m+1)x^2+2(m^2+4m+1)x-4m(m+1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1?

A. $\frac{1}{2} < m \neq 1$ **B.** $m > \frac{1}{2}$ **C.** $m \geq \frac{1}{2}$ **D.** $m \neq 1$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox:

$x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-2).[x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m] = 0$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2m \\ x = m+1 \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ lớn hơn 1 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 1 < 2m \neq 2 \\ 1 < m + 1 \neq 2 \\ 2m \neq m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m \neq 1 \\ 0 < m \neq 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m \neq 1$$

Chọn A.

Câu 77. Cho hàm số $y= x^3-3x^2-m-1$ có đồ thị (C) . Giá trị của tham số m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt lập thành cấp số cộng là

A. m=0 B. m=3 C. m=-3 D. $m = \pm 6$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là :

$x^3 - 3x^2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 1 = m$ (*)

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm phân biệt tạo thành cấp số cộng khi và chỉ khi phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp cố cộng.

Suy ra đường thẳng y=m đi qua điểm uốn của đồ thị $y=x^3-3x^2-1$ (do đồ thị (C) nhận điểm uốn làm tâm đối xứng).

Mà điểm uốn của $y= x^3-3x^2-1$ là I(1 ; -3) .

Suy ra m= -3.

Chọn C.

Câu 78. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng d: y=x+m. Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B. Với C(-2; 5) , giá trị của tham số m để tam giác ABC đều là

A.m=1 B.m=1 hoặc m= - 5 C.m=5 D.m= -5

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d:

$$\frac{2x+1}{x-1}=x+m \Rightarrow x^2+(m-3)x-m-1=0 \quad (1)$$

Khi đó cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B khi và chi khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1:

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(m-3)^2+4.(m+1)>0\\ 1^2+(m-3)-m-1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-2m+13>0\\ -1\neq 0\end{cases} \text{ luôn đúng}$$

Gọi A(x_1 ; x_1+m) ; B(x_2 ; x_2+m) trong đó x_1 ; x_2 là nghiệm của (1) , theo hệ thức Viet ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2=3-m\\ x_1.x_2=-m-1\end{cases}.$$

Gọi $I\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{x_1+x_2+2m}{2}\right)$ là trung điểm của AB, suy ra $I\left(\frac{3-m}{2};\frac{3+m}{2}\right)$, nên

$\overrightarrow{CI}\left(-2-\frac{3-m}{2};5-\frac{3+m}{2}\right)\Rightarrow CI=\frac{1}{2}\sqrt{(m-7)^2+(7-m)^2}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB}(x_2-x_1;x_2-x_1)\Rightarrow AB=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2(m^2-2m+13)}$.

Vậy tam giác ABC đều khi và chỉ khi:

$$CI=\frac{\sqrt{3}}{2}AB\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2(m-7)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2(m^2-2m+13)}$$

$\Leftrightarrow (m-7)^2=3(m^2-2m+13)$

$\Leftrightarrow 2m^2+8m-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-5\end{array}\right.$

Chọn B.

Câu 79. Cho hàm số: $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị (C). Đường thẳng d: y= -x+2 cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt A(0; -2); B và C. Với M(3;1) giá trị của tham số m để tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ là

A.m= -1 B.m= -1 hoặc m=4

C.m=4 D. Không tồn tại m

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$x^3+2mx^2+3(m-1)x+2=-x+2 \Leftrightarrow x.[x^2+2mx+3(m-1)]=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2+2mx+3(m-1)=0,(1)\end{array}\right.$$

Đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 3 > 0 (ld) \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó ta có: C(x_1 ; $-x_1+2$) ; B(x_2 ; $-x_2+2$) trong đó x_1 ; x_2 là nghiệm của (1) ; nên theo Viet thì .

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1.x_2 = 3m - 3 \end{cases}$

Vậy $\overrightarrow{CB}(x_2 - x_1; -x_2 + x_1); CB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{8.(m^2 - 3m + 3)}$

$d(M;(d)) = \frac{|-3-1+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

Diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{7}$ khi và chỉ khi:

$\frac{1}{2}\sqrt{8(m^2 - 3m + 3)}.\sqrt{2} = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 3m + 3} = \sqrt{7}$

$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 = 7 \Leftrightarrow m = -1$ hoặc $m = 4$

Chọn B.

Câu 80. Cho đồ thị (C) $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tất cả giá trị của tham số m để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1; x_2; x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ là

A. m=1 B. $m \neq 0$ C. m=2 D. $m > -\frac{1}{4}$ và $m \neq 0$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là

$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1).(x^2 - x - m) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0; (*) \end{array}\right.$

Để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ -m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Gọi $x_3=1$ còn x_1; x_2 là nghiệm phương trình (1) nên theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1.x_2 = -m \end{cases}$.

Vậy $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2.x_1.x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow 1^2 - 2.(-m) - 3 = 0$

$\Leftrightarrow -2 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn (*))

Chọn A.

Câu 81. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\frac{2}{3}$ có đồ thị (C) . Tất cả các giá trị của tham số m để (C) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1; x_2; x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2>15$ là

A.m>1 hoặc m<-1 B. m< -1 **C.**m>0 **D.**m>1

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành:

$\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\frac{2}{3}=0 \Leftrightarrow x^3-3mx^2-3x+3m+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1).[x^2+(-3m+1)x-3m-2]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+(-3m+1)x-3m-2=0,(1) \end{array}\right.$

Để (C) cắt Ox tại ba điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ 1^2+(-3m+1).1-3m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2+6m+9=0 \\ -6m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\neq 0$

Gọi $x_1=1$ còn x_2; x_3 là nghiệm phương trình (1) nên theo Viet ta có $\begin{cases} x_2+x_3=3m-1 \\ x_2.x_3=-3m-2 \end{cases}$

Để $x_1^2+x_2^2+x_3^2>15 \Leftrightarrow 1+(x_2+x_3)^2-2x_2x_3>15$

$\Leftrightarrow (3m-1)^2+2(3m+2)-14>0$

$\Leftrightarrow 9m^2-9>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$

Chọn A

Câu 82. Cho hàm số $y=x^4-(3m+4).x^2+m^2$ có đồ thị là (C) .Tìm m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

A. m=12 và $m=\frac{-12}{19}$ B. m= 11 và $m=\frac{-2}{3}$

C. m= 5 và $m=\frac{-12}{5}$ D. Đáp án khác

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành: $x^4-(3m+4).x^2+m^2=0$ (1)

Đặt $t=x^2\geq 0$; phương trình (1) trở thành: $t^2-(3m+4).t+m^2=0$ (2)

Để (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi (1) có bốn nghiệm phân biệt

Hay (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta=5m^2+24m+16>0 \\ P=m^2>0 \\ S=3m+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-4; m>\frac{-4}{5} \\ m\neq 0 \\ m>\frac{-4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\frac{4}{5} \\ m\neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Khi đó phương trình (2) có hai nghiệm $0<t_1<t_2$ Suy ra phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt là $-\sqrt{t_2}<-\sqrt{t_1}<\sqrt{t_1}<\sqrt{t_2}$.

Bốn nghiệm $x_1; x_2 ; x_3; x_4$ lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi:

$-\sqrt{t_1}+\sqrt{t_2}=2\sqrt{t_1} \Leftrightarrow \sqrt{t_2}=3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1$ (3)

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} t_1+t_2=3m+4, (4) \\ t_1t_2=m^2, (5) \end{cases}$ $\begin{cases} t_1+t_2=3m+4 & (4) \\ t_1t_2=m^2 & (5) \end{cases}$

Từ (3) và (4) ta suy ra được $\begin{cases} t_1=\dfrac{3m+4}{10} \\ t_1=\dfrac{9(3m+4)}{10} \end{cases}$ (6)

Thay (6) vào (5) ta được $\dfrac{9}{100}(3m+4)^2=m^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{3}{10}(3m+4)=m \\ \dfrac{3}{10}(3m+3)=-m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=12 \\ m=\dfrac{-12}{19} \end{array}\right.$ (thỏa (*))

Vậy giá trị m cần tìm là m=12 và $m=\dfrac{-12}{19}$

Chọn A.

Câu 83. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y= (x- 1).(x^2 + mx+ m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. m> 4

B. $m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

C. 0< m< 4

D. $m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2};0\right)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành:

$$(x-1).(x^2+mx+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+mx+m=0 \quad (1) \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2+m.1+m\neq 0 \\ \Delta=m^2-4m>0 \end{cases}$

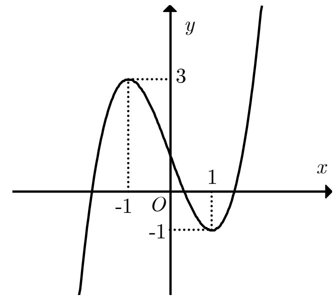
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1\neq 0 \\ m(m-4)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ \begin{cases} m\neq -\dfrac{1}{2} \\ m<0 \end{cases} \end{array}\right..$$

Chọn D.

Câu 84. Cho hàm số y= f(x) xác định trên R và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình f(x) + m – 2018=0 có duy nhất một nghiệm.

A. m= 2015; m= 2019 B. 2015< m< 2019

C. m< 2015; m> 2019 D. $m \le 2015,\ m \ge 2019$.



Lời giải

Phương trình f(x) + m- 2018 = 0 ⇔ f(x) = 2018 – m (*)

(*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số y= f(x) và đường thẳng y= 2018 - m (có phương song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có ycbt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2018 - m > 3 \\ 2018 - m < -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 2015 \\ m > 2019 \end{array}\right.$.

Chọn C.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số y= x^3 – mx^2 + 4 cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $m \ne 0$. **B.** m> 3 **C.** $m \ne 3$. **D.** m> 0

Lời giải

Ta có đạo hàm y'= 3x^2 – 2mx = x. (3x- 2m)

Xét phương trình y'= 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{2m}{3} \end{array}\right.$

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi y'=0 có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \dfrac{2m}{3} \ne 0 \Leftrightarrow m \ne 0.$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow y_{CD}.y_{CT} < 0 \Leftrightarrow y\ \ 0\ \ .y\left(\frac{2m}{3}\right) < 0 \Leftrightarrow 4.\left(\frac{-4m^3}{27} + 4\right) < 0 \Leftrightarrow m > 3.$$

Chọn B.

Câu 86. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số y= x^3 – 3mx^2 + 2 có đúng hai điểm chung với trục hoành.

A. $m = \dfrac{1}{6}$. **B.** $m = \sqrt[3]{2}$. **C.** $m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $m = \sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có đạo hàm: y'= 3x^2 – 6mx = 3x(x – 2m)

Xét phương trình y'= 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 điểm chung với trục hoành khi và chỉ khi hàm số có hai cực trị và tích hai cực trị bằng 0 $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2m \ne 0 \\ y\ \ 0\ \ .y\ \ 2m\ \ = 0 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 2.\ -4m^3+2\ =0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$$

Chọn C.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất.

A. 0<m < 1 **B**. m< 1 **C**. $m \leq 0$. **D**. m> 1

Lời giải

Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ và trục hoành.

Xét hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$, có đạo hàm $y' = 3x^2 - 3m = 3(x^2 - m)$

Xét phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương với:

● **TH1.** Hàm số có hai cực trị $y_{CĐ}$; y_{CT} thỏa mãn $y_{CĐ}$, $y_{CT} > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ y\ -\sqrt{m}\ .y\ \sqrt{m}\ >0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 2+2m\sqrt{m}\ \ 2-2m\sqrt{m}\ >0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m<1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<1.$$

● **TH2.** Hàm số không có cực trị ⇔ phương trình y'= 0 có nghiệm kép hoặc vô nghiệm $\Leftrightarrow m \leq 0.$

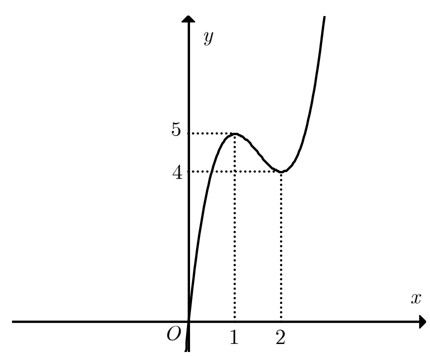
Kết hợp hai trường hợp ta được m< 1.

Chọn B.

Câu 88. Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| + m = 0$ có sáu nghiệm phân biệt.

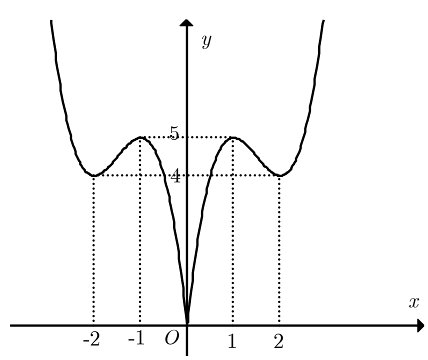
A. m< -5 B. – 5 < m < - 4

C.4 <m< 5 D. m> - 4



Lời giải

Trước tiên từ đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ như hình dưới đây:



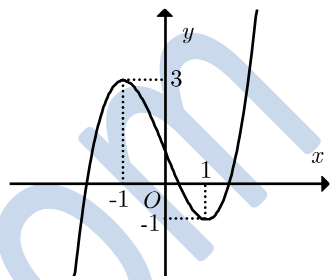
Phương trình $2|x|^3-9x^2+12|x|+m=0 \Leftrightarrow 2|x|^3-9x^2+12|x|=-m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ và đường thẳng y= - m

Dựa vào đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$, để phương trình $2|x|^3-9x^2+12|x|+m=0$ có sáu nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

4 <- m< 5 ⇔ - 5 < m< -4.

Chọn B.

Câu 89. Cho hàm số y= f(x) xác định trên R và có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $f\left(|x-2|\right)=-\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 2 **B.** 0

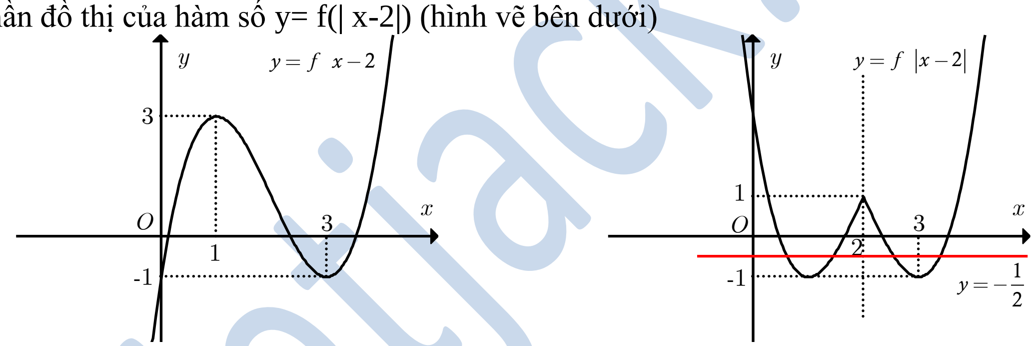
C. 6 **D.** 4

Lời giải

+ Trước tiên tịnh tiến đồ thị sang phải 2 đơn vị để được đồ thị hàm số y= f(x – 2).

+ Tiếp theo giữ phần đồ thị phía bên phải đường thẳng x= 2, xóa bỏ phần đồ thị phía bên trái đường thẳng x= 2.

+ Cuối cùng lấy đối xứng phần đồ thị vừa giữ lại ở trên qua đường thẳng x= 2. Ta được toàn bộ phần đồ thị của hàm số y= f(| x-2|) (hình vẽ bên dưới)



Dựa vào đồ thị hàm số y= f (|x- 2|), ta thấy đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số y= f(|x-2|) tại 4 điểm phân biệt khi phương trình $f\left(|x-2|\right)=-\frac{1}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn D.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: y = x+ 4 cắt đồ thị hàm số y= $x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ (C) tại ba điểm phân biệt A(0; 4); B; C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4, với M(1; 3).

A. m = 2; m = 3. **B.** m= 3 **C.** m= -2; m= -3 . **D.** m= -2; m= 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$x^3+2mx^2+(m+3)x+4=x+4 \Leftrightarrow x^3+2mx^2+(m+2)x=0$

$\Leftrightarrow x.[x^2+2mx+m+2]=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+m+2=0 \quad (*) \end{array}\right.$$

Để d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2-m-2>0 \\ m+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ -2\neq m<-1 \end{array}\right..$$

Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của (*). Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-2m \\ x_1.x_2=m+2 \end{cases}$.

Giải sử B(x_1; x_1 +4); C(x_2; x_2 + 4).

Ta có $BC=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}$ và $d(M;d)=\dfrac{|1-3+4|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Theo đề: $S_{\triangle MBC}=4\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}d(M,d).BC=4\Leftrightarrow (x_2-x_1)^2=16$

$$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16\Leftrightarrow m^2-m-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3\ (tm) \\ m=-2\ (l) \end{array}\right..$$

Chọn B.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: y= - mx cắt đồ thị của hàm số $y= x^3 -3x^2 - m+ 2$ (C) tại ba điểm phân biệt A;B;C sao co AB= BC.

A. m> 1 B. m< 3. C. m<-1. D. Mọi m.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C):

$x^3 - 3x^2 - m + 2 = - mx$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 + m.(x- 1)= 0$

$\Leftrightarrow (x- 1).(x^2 - 2x + m - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x+m-2=0 \quad (*) \end{array}\right..$$

Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ 1^2-2.1+m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-(m-2)>0 \\ m\neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m<3.$$

Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Theo định lí Viet, ta có $x_1 + x_2 = 2$ nên suy ra $x_1> 1$ hoặc $x_2> 1$. Giả sử $x_2 > 1$ thì $x_1 < 1$, suy ra $x_1< 1< x_2$.

Theo giả thiết AB= BC nên B là trung điểm của AC do đó $x_B = 1$ và $x_A = x_1$; $x_C = x_2$.

Khi đó ta có $x_A + x_C = 2x_B$ nên d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A; B; C thỏa mãn AB= BC.

Vậy với m < 3 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (C) $y= x^3 - 3mx^2 + 6mx - 8$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. m= 1 B. m= 2; m= - 1 C. m= - 1 D. m = 2

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và trục hoành:

x^3 -3mx^2 +6mx – 8 = 0 (*)

Giả sử phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt là x_1; x_2; x_3. Theo hệ thức Vi- et ta có:

$x_1 + x_2 + x_3 = 3m$ (**)

Mà ba nghiệm này theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên:

$x_1 + x_3 = 2x_2$ thay vào (**) ta có: $3.x_2 = 3m \Leftrightarrow x_2 = m$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là x= m.

Thay x= m vào phương trình đã cho ta được:

$$m^3 – 3m.m^2 + 6m.m – 8 = 0 \Leftrightarrow -2m^3 +6m^2 – 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$$

Thử lại:

+ Với m= - 1, phương trình đã cho trở thành: $x^3 + 3x^2 – 6x – 8= 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right. \text{ thỏa mãn.}$$

+ Với m= 2, phương trình đã cho trở thành $x^3 – 6x^2 + 12x – 8 = 0 \Leftrightarrow$ x= 2 không thỏa mãn.

Vậy m= - 1 là giá trị cần tìm.

Chọn C.

Câu 93. Cho hàm số y= x^4 – m(m+1).x^2 + m^3 với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

A. m > 1 B. $m > -\sqrt{2}$ C. $m > \sqrt{2}$ D. $0 < m \neq 1$

Lời giải

Xét hàm số y= x^4 – m(m+1).x^2 + m^3 có

y'= $4x^3$ – 2m(m + 1). x= 2x. [$2x^2$ – m(m+ 1)]

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=m^3 \\ x^2=\frac{m\;\;m+1}{2} \Rightarrow y=-\frac{m^2\;\;m+1^{\;\;2}}{4}+m^3 \end{array}\right.$$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi hàm số có hai cực trị ứng với hai giá trị cực đại; cực tiểu là $y_{CĐ}$; y_{CT} và $y_{CT} < 0 < y_{CĐ}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m\;\;m+1}{2}>0 \\ -\frac{m^2\;\;m+1^{\;\;2}}{4}+m^3<0<m^3 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\neq 1.$$

Chọn D.

Câu 94. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 – 2x^2 +2017 – m= 0$ có đúng ba nghiệm.

A. m= 2015. B. m= 2016. C.m= 2017 D. m=2018.

Lời giải

***Ta có** $x^4 – 2x^2 +2017 – m= 0 \Leftrightarrow x^4 – 2x^2 = m – 2017$ (*)

Suy ra, số nghiệm phương trình đã cho chính bằng số giao điểm của đồ thị hàm số y= $x^4 - 2x^2$ và đường thẳng y= m – 2017.

*Xét hàm số y= $x^4 - 2x^2$, có

Đạo hàm y' = $4x^3 - 4x$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y(0)=0 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y(\pm 1)=-1 \end{array}\right..$$

Suy ra; hàm số đạt cực đại tại điểm x = 0 và $y_{CĐ}$ =0

* Để phương trình đã cho có đúng ba nghiệm khi và chỉ khi số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng y= m – 2017 là 3.

Do đó, m - 2107 = $y_{CĐ}$ ⇔ m- 2017 = 0 ⇔ m = 2017.

Chọn C

Câu 95.Cho hàm số y= - x^4 +2(2+ m).x^2 - 4- m với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho không có điểm chung với trục hoành?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Lời giải

Ta có đạo hàm: y'= - $4x^3$ +4(2+ m). x= - 4x. [x^2 – (2+ m)]

Xét phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=2+m \end{array}\right.$

Dựa vào dáng điệu của hàm trùng phương, ta có các trường hợp sau thỏa mãn yêu cầu bài toán:

+ Hàm số có một cực trị và cực trị đó âm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2+m \le 0 \\ y(0)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m \le 0 \\ -4-m<0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<m\le -2.$

+ Hàm số có hai cực trị và giá trị cực đại âm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2+m>0 \\ y\left(\pm\sqrt{2+m}\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m>0 \\ m^2+3m<0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<0.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $-4<m<0 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=\{-3;-2;-1\}$.

Chọn C.

Câu 96. Cho hàm số y= x^4 – (2m + 4).x^2 + m^2 với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

A. m= 1 B. $m=\frac{3}{4}$. C. $m=-\frac{3}{4},\ m=3$. D. m= 3

Lời giải

Sử dụng công thức giải nhanh sau:

Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ cắt trục hoành tại bốn điểm lập thành một cấp số cộng thì điều kiện là $\begin{cases} ac > 0 \\ ab < 0 \\ b^2 = \dfrac{100}{9}ac \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1.m^2 > 0 \\ 1.[-(2m+4)] < 0 \\ (2m+4)^2 = \dfrac{100}{9}m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 & (1) \\ m > -2 & (2) \\ 9.(2m+4)^2 = 100m^2 & (3) \end{cases}$.

Xét phương trình (3) ⇔ $9(4m^2 + 16m + 16) = 100m^2$

⇔ $64m^2 - 144m - 144 = 0$ ⇔ $\left[\begin{array}{l} m = \dfrac{-3}{4} \\ m = 3 \end{array}\right.$

Kết hợp với (1) và (2) suy ra có 2 giá trị của m thỏa mãn đàu bài là $m = -\dfrac{3}{4}$, $m = 3$.

Chọn C.

Câu 97. Gọi d là đường thẳng đi qua A(1; 0) và có hệ số góc m. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để d cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị.

A. $m \neq 0$ **B.** m> 0 **C.** m< 0 **D.** $0 < m \neq 1$

Lời giải

+ Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng x= 1.

Đường thẳng d đi qua A(1; 0) và có hệ số góc m có dạng: y= m(x- 1)+ 0= mx – m.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là:

$$\frac{x+2}{x-1} = mx - m \quad (x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = (mx - m)(x-1) \Leftrightarrow \underbrace{mx^2 - (2m+1)x + m - 2}_{g(x)} = 0.\ (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ mg(1) < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m[m - (2m+1) + m - 2] < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0.$$

Chọn B.

Câu 98. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: y= - x+ m cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x+1}$ (C) tại hai điểm A; B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

A. m= -2; m= 1 **B.** m= -7; m= 1 **C.** m= -7; m= 5 **D.** m= -1; m= 1

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là:

$$\frac{-2x+1}{x+1}=-x+m \quad x\neq -1$$

⇔ - 2x+ 1= (- x+ m). (x+1) ⇔ x^2 – (m+ 1)x + 1- m= 0 (*)

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác -1 $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=(m+1)^2-4.(1-m)=m^2+6m-3>0\\ (-1)^2-(m+1).(-1)+1-m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} m>-3+2\sqrt{3}\\ m<-3-2\sqrt{3}\end{array}\right.\\ 3\neq 0(ld)\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-3+2\sqrt{3}\\ m<-3-2\sqrt{3}\end{array}\right.$

Theo đinh lí Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m+1\\ x_1x_2=1-m\end{cases}$. Giả sử A($x_1$; - x_1+ m); B(x_2; -x_2 + m)

Theo giả thiết: $AB=2\sqrt{2}\Leftrightarrow AB^2=8\Leftrightarrow 2\ \ x_2-x_1\ ^2=8\Leftrightarrow\ \ x_1+x_2\ ^2-4x_1x_2=4$

⇔ $(m+1)^2$ – 4. (1- m)= 4⇔ m^2 + 6m - 7=0 ⇔ $\left[\begin{array}{l} m=1\\ m=-7\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Chọn B.

Câu 99. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng d: y= x- m+ 2 cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất.

A. m= - 3. **B**. m= -1. **C**. m= 3 **D**. m= 1

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d) là:

$$\frac{2x}{x-1}=x-m+2 \quad x\neq 1$$

⇔ 2x= (x – m + 2). (x-1) = x^2 – (m+1)x + m- 2=0 (*)

Ta có Δ = $(m+1)^2$ – 4(m-2)= m^2 – 2m + 9> 0 mọi m

=> d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của (*). Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m+1\\ x_1x_2=m-2\end{cases}$.

Giả sử A(x_1; x_1 – m +2) và B(x_2; x_2 – m + 2) là tọa độ giao điểm của d và (C).

Ta có $AB^2=2\ \ x_2-x_1\ ^2=2\ \ x_1+x_2\ ^2-8x_1x_2=2\ \ m+1\ ^2-8\ \ m-2\ \ =2\ \ m-1\ ^2+16\geq 16.$

Dấu "=" xảy ra khi m= 1.

Chọn D.

Công thức giải nhanh: AB ngắn nhất khi và chỉ khi Δ nhỏ nhất.

Mà $\Delta=m^2-2m+9=\ \ m-1\ ^2+8\geq 8$. Dấu "=" xảy ra khi m= 1.\`

Câu 100. Tìm giá trị thực của tham số k sao cho đường thẳng d: y= x+ 2k+1 cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho các khoảng cách từ A và B đến trục hoành là bằng nhau.

A. k= -1. **B**. k= - 3. **C**.k= -4. **D**. k= - 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của

$$\frac{2x+1}{x+1} = x + 2k + 1 \quad x \neq -1$$

$\Leftrightarrow$ 2x +1 = (x+ 2k+1). (x+1)

$\Leftrightarrow$ 2x+1 = x^2 + x+2kx + 2k+x+1

$\Leftrightarrow$ x^2 + 2kx + 2k = 0 (*)

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = k^2 - 2k > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k > 2 \\ k < 0 \end{array}\right.$.

Gỉa sử $x_1 \neq x_2$ là hai nghiệm của (*). Giả sử A(x_1; x_1 + 2k+1) và B(x_2; x_2+ 2k+ 1).

Theo giả thiết ta có : d(A, Ox) = d(B ; Ox)

$\Leftrightarrow$ |x_1+ 2k+ 1|= | x_2 + 2k+ 1|

$\Leftrightarrow$ x_1 + 2k+ 1= - (x_2 +2k + 1) (do $x_1 \neq x_2$)

$\Leftrightarrow$ x_1 + x_2 =- 4k -2

$\Leftrightarrow$ - 2k = - 4k – 2 $\Leftrightarrow$ k= - 1(thỏa mãn)

Chọn A.

Câu 101. Tìm m để đường thẳng (d): y= x- m cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm A; B sao cho $AB = 3\sqrt{2}$.

A. $m = \pm 1$ B. $m = \pm 2$ C. $m = \pm 3$ D. $m = \pm 4$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x+1}{x-1} = x - m \Leftrightarrow x + 1 = (x-m)(x-1) \text{(vì x = 1 không là nghiệm của pt)}$$

$\Leftrightarrow$ x^2 – (m+ 2).x+ m-1 = 0 (1)

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 $\Leftrightarrow \Delta = m^2 + 8 > 0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$.

Khi đó A(x_1; x_1 – m); B(x_2; x_2 – m).Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

$$AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 18 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(m-1) = 9 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Chọn A.

Câu 102. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tìm tham số m để đường thẳng (d): y= 2x+ m cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho khoảng cách AB nhỏ nhất.

A. $m=\pm 1$ B. m= 1 C. m= - 1 D. $m=\pm 2$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm chung giữa (C) và (d) $\frac{x+1}{x-1}=2x+m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ g(x)=2x^2+(m-3)x-m-1=0\ (*) \end{cases}$ phương trình $(*)$ có $\begin{cases} \Delta=m^2+2m+17>0 \forall m \\ g(1)=-2\neq 0 \end{cases}$

=> đường thẳng d luôn cắt đồ thị hàm số (C) tại 2 điểm phân biệt

Gọi A(x_1; $2x_1$+ m); B(x_2; $2x_2$ +m) theo định lí viet ta có :

$$\begin{cases} x_1+x_2=\frac{3-m}{2} \\ x_1x_2=-\frac{1+m}{2} \end{cases} \Rightarrow AB^2=(x_1-x_2)^2+(2x_1-2x_2)^2=5\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]$$

$$AB^2=5\left[\left(\frac{3-m}{2}\right)^2+4\left(\frac{1+m}{2}\right)\right]=5\left[\frac{m^2+2m+17}{4}\right]=5\left[\frac{(m+1)^2+16}{4}\right]\geq 20$$

$\Rightarrow AB\geq 2\sqrt{5}$ dấu bằng xảy ra khi m= -1

Vậy khoảng cách AB ngắn nhất bằng $2\sqrt{5}\Leftrightarrow m=-1$

Chọn C.

Câu 103.Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$. Gọi I là giao điểm 2 đường tiệm cận của (C). Tìm trên đồ thị (C) điểm M có hoành độ nguyên dương sao cho tiếp tuyến với (C) tại cắt tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt tại A và B thoả mãn $2IA^2 + IB^2 = 12$?

A. M(2; 3) B. M (0; 1) C. M (1; 0) D. M(3; 2)

Lời giải

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là x=1 và tiệm cận ngang là y= 2.

Do I là giao điểm hai đường tiệm cận nên tọa độ I(1; 2).

Gọi điểm M(x_0; y_0) với x_0 nguyên dương thuộc đồ thị hàm số.

Tiếp tuyến với (C) tại M có phương trình là $\Delta: y=-\dfrac{1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0-1}{x_0-1}$

Gọi $A=\Delta\cap TCĐ(x=1)\Rightarrow\begin{cases}x_A=1\\ y_A=\dfrac{1}{x_0-1}+\dfrac{2x_0-1}{x_0-1}=\dfrac{2x_0}{x_0-1}\end{cases}$

Do đó $A\left(1;\dfrac{2x_0}{x_0-1}\right)$

Gọi $B=\Delta\cap TCN\{y=2\}\Rightarrow\begin{cases}x_B=2x_0-1\\ y_B=2\end{cases}$

Do đó B ($2x_0$- 1; 2)

$IA^2=\left(\dfrac{2x_0}{x_0-1}-2\right)^2=\left(\dfrac{2}{x_0-1}\right)^2=\dfrac{4}{(x_0-1)^2}$; $IB^2=(2x_0-2)^2=4(x_0-1)^2$

$2IA^2+IB^2=\dfrac{8}{(x_0-1)^2}+4(x_0-1)^2=12\Leftrightarrow\dfrac{2}{(x_0-1)^2}+(x_0-1)^2=3$

Đặt $y=(x_0-1)^2>0;\ \dfrac{2}{y}+y=3\Leftrightarrow y^2-3y+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\\ y=2\end{array}\right.$

$y=1;(x_0-1)^2=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0-1=1\\ x_0-1=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\Rightarrow y_0=3\\ x_0=0(l)\end{array}\right.$

$y=2;(x_0-1)^2=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0-1=\sqrt{2}\\ x_0-1=-\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1+\sqrt{2}\Rightarrow y_0=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ x_0=1-\sqrt{2}(l)\end{array}\right.$

Mà điểm M có hoành độ nguyên dương nên điểm M cần tìm là M(2; 3) .

Chọn A.

Câu 104. Cho hàm số y =x^3 – 3mx + 2 (C). Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực trị và đường thẳng đi qua cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số (C) cắt đường tròn:

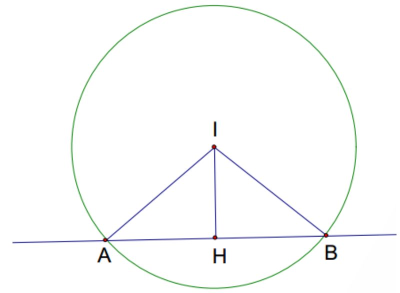
$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=\dfrac{2}{5}$.

A. m = - 6 B. $m=\sqrt{6}$ C. $m=\pm\sqrt{6}$ D.m= 6

Lời giải

+ Ta có y’= $3x^2$ – 3m

Để hàm số có cực trị thì y' = 0 có 2 nghiệm phân biệt ⇔ m> 0.



Phương trình đường thẳng đi qua cực đại, cực tiểu là

Δ: 2mx + y- 2=0

Điều kiện để đường thẳng Δ cắt tròn tại hai điểm phân biệt là:

d(I; Δ)< R $\Leftrightarrow \frac{|2m+2-2|}{\sqrt{4m^2+1}} < 1 \Leftrightarrow |2m| < \sqrt{4m^2+1}$

$\Leftrightarrow 4m^2 < 4m^2 + 1$ (luôn đúng mọi m)

* Gọi H là hình chiếu của I trên AB. Ta có $IH = \sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Theo bài ra:

$$d(I;\Delta) = \frac{2\sqrt{6}}{5} \Leftrightarrow \frac{|2m|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\Leftrightarrow 5.|m| = \sqrt{6}.\sqrt{4m^2+1} \Leftrightarrow 25m^2 = 24m^2 + 6$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \sqrt{6} (tm) \\ m = -\sqrt{6} (l) \end{array}\right.$$

Vậy $m = \sqrt{6}$ là giá trị cần tìm.

Chọn B .

Câu 105. Cho hàm số y= - $x^3 + 6x^2 - 9x + 1$. Tìm m để đường thẳng Δ: y= $(m^2 - 9)$ x +1 cắt (C) tại ba điểm A, B, C sao cho $x_A < x_B < x_C$ và AC= 3AB?

A. $m = \pm 3\sqrt{3}$ B. $m = \pm 2\sqrt{3}$ C. $m = \pm\sqrt{3}$ D. $m = \pm\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng Δ:

$- x^3 + 6x^2 - 9x + 1 = (m^2 - 9)x + 1 \Leftrightarrow - x^3 + 6x^2 - m^2x = 0$

$\Leftrightarrow - x.[x^2 - 6x + m^2] = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 6x + m^2 = 0, (1) \end{array}\right.$

Để Δ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì (1) phải có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m^2 > 0 \\ 0 - 6.0 + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \neq 0 \end{cases}$

Khi đó (1)có hai ngiệm phân biệt dương nên $x_A = 0$ còn x_B và x_C là hai nghiệm của (1)

Đề AC= 3AB thì $x_C = 3x_B$ (chú ý: A, B và C cùng thuộc đường thẳng Δ).

Theo vi-et ta có: $\begin{cases} x_B + x_C = 6 \\ x_B.x_C = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_B = 6 \\ 3.x_B^2 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{27}{4} = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

Chọn D.

Câu 106. Cho hàm số $y = \dfrac{mx+2}{x-m}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C). Tìm m để đường thẳng d: y= - x+ 2 cắt *(C)* tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác *IAB* đều.

A. m= 2 B. m= -2 C. m= 1 D .m= -1

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là:

$\dfrac{mx+2}{x-m} = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2m + 2 = 0 \quad (1)$ với $x \neq m$

Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x \neq m \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - 2m - 2 > 0 \\ g(m) = m^2 + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$

Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của (1), ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = 2m + 2 \end{cases}$

Các giao điểm là A(x_1; -x_1 + 2); B(x_2 ; - x_2 + 2)

$\Rightarrow AB^2 = 2(x_1 - x_2)^2 = 2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 = 8 - 16(m+1) = -8(2m+1)$

Tam giác IAB đều khi $\begin{cases} IA = IB \\ d(I;d) = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ với $I(m;m)$

Ta có: $d(I;d) = \dfrac{|2m-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}|m-1|; d(I;d) = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow d^2(I;d) = \dfrac{3AB^2}{4}$

$\Leftrightarrow$ 2(m- 1)^2 = - 6. (2m+ 1) $\Leftrightarrow$ 2(m^2 – 2m+ 1) = -12m - 6

$\Leftrightarrow$ 2m^2 + 8m + 8= 0 $\Leftrightarrow$ m= - 2 (thỏa mãn)

Chọn B.

Câu 107. Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ (1) . Tìm m để đường thẳng d: y= -x+ m cắt đồ thị hàm số (1) tại 2 điểm A, B tạo thành tam giác OAB thỏa mãn $\dfrac{1}{OA} + \dfrac{1}{OB} = 1$ với O là gốc tọa độ?

A. m = - 2 B. m= 1 C. m= 2 D. m= - 1

Lời giải

* Xét phương trình hoành độ giai điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng d:

$$\frac{x-2}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - mx + m - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Phương trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 > 0\ \forall m$ suy ra (*)có hai nghiệm phân biệt khác 1 với mọi m. Vậy d cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m.

* Gọi A(x_1; - x_1 + m); B(x_2; - x_2 + m) với x_1; x_2 là hai nghiệm của (*)

Ta có $OA = \sqrt{2x_1^2 - 2mx_1 + m^2} = \sqrt{2x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 4 + m^2 - 2m + 4} = \sqrt{m^2 - 2m + 4}$

Tương tự $OB = \sqrt{m^2 - 2m + 4}$

Từ $\frac{1}{OA}+\frac{1}{OB}=1$, ta có: $\frac{2}{\sqrt{m^2-2m+4}}=1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2-2m+4}=2$

$\Leftrightarrow$ $m^2 – 2m + 4 = 4 \Leftrightarrow m^2 – 2m = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

Vì O, A, B tạo thành tam giác nên giá trị thoả mãn là m = 2

Với m= 0 thì ba điểm O, A và B thẳng hàng vì cùng thuộc đường thẳng y= - x.

Chọn C.

Câu 108. Cho hàm số y= $x^3 – 3x^2$ + (m+ 1)x + 1 (C) , *(m là tham số thực).* Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (C) cắt đường thẳng (d): y= x+ 1 tại ba điểm phân biệt A(0; 1) ; B và C sao cho bán kinh đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC bằng $\sqrt{\frac{41}{2}}$, với O là gốc tọa độ.

A. m= -1; m= - 4 B. m= 1; m= 4 C. m= -1; m = 4 D. m= 1; m= - 4

Lời giải

Phương trình cho hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$x^3 – 3x^2 + (m+1)x + 1 = x+ 1$

$\Leftrightarrow x^3 – 3x^2 + mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-3x+m=0 \quad (1) \end{array}\right.$

Để (C) cắt (d) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\left\{\begin{array}{l} \Delta=9-4m>0 \\ 0^2-3.0+m\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m<\frac{9}{4} \\ m\neq 0 \end{array}\right. \quad (*)$

+) Giả sử B(x_1; x_1 + 1); C(x_2; x_2+ 1). Khi đó x_1; x_2 là nghiệm của phương trình (1) và

$OB=\sqrt{x_1^2+(x_1+1)^2}=\sqrt{2x_1^2+2x_1+1}; OC=\sqrt{2x_2^2+2x_2+1}$

Ta có: $OB.OC=\sqrt{\left(2x_1^2+2x_1+1\right)\left(2x_2^2+2x_2+1\right)}$

Vì x_1; x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên $\begin{cases} x_1^2 = 3x_1 - m \\ x_2^2 = 3x_2 - m \end{cases}$

$\Rightarrow OB.OC = \sqrt{(8x_1 + 1 - 2m)(8x_2 + 1 - 2m)} = \sqrt{4m^2 + 12m + 25}$

Vì $S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O,(d)).BC = \frac{OB.OC.BC}{4R}$ nên $OB.OC = 2R.d(O,(d))$ (2)

+) $d(O,(d)) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (3)

Từ (2) và (3) ta có: $4m^2 + 12m + 25 = 41 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -4 \end{array} \right.$

Từ (*) và (**) với m = 1 hoặc m= - 4 thì ycbt được thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 109. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ (C). Tìm m để đường thẳng (d): y= mx – m+ 2 cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 4

A. $m = 2 \pm 4\sqrt{2}$ B. $m = 3 \pm 4\sqrt{2}$ C. $m = 6 \pm 4\sqrt{2}$ D. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$

Lời giải

+ Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$$\frac{2x}{x-1} = mx - m + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ mx^2 - 2mx + m - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

+ (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - m^2 + 2m > 0 \\ g(1) = m - 2m + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*). Khi đó A(x_1; mx_1- m +2); B(x_2 ; mx_2 - m+ 2) .

Theo định lí viét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \dfrac{m-2}{m} \end{cases} \Rightarrow AB^2 = (x_2 - x_1)^2 (1+m^2) = \dfrac{8}{m}(1+m^2)$

Ta có: $d(O, AB) = \dfrac{|m-2|}{\sqrt{1+m^2}}$

Do đó: $S_{OAB} = 4 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{8}{m}(1+m^2)}.\dfrac{|m-2|}{\sqrt{1+m^2}} = 4 \Leftrightarrow |m-2| = 2\sqrt{2m} \Leftrightarrow m = 6 \pm 4\sqrt{2}$ (thỏa mãn)

Vậy $m = 6 \pm 4\sqrt{2}$

Chọn C.

Câu 110. Cho hàm số y= mx^3 – (2m+ 1). x^2 + m+ 1 (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số $m \neq 0$ sao cho tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm của nó với trục tung tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4. Có mấy giá trị của m thỏa mãn

A.1 B.2 C. 4 D. 0

Lời giải

Đồ thị hàm số (C): y= mx^3 – (2m+1) x + m+ 1 cắt trục tung tại M (0; m+1).
Ta có đạo hàm: y'= 3mx^2 – (2m+ 1) => y'(0)= - (2m+ 1)
Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có phương trình là:
y= - (2m + 1).x+ m+ 1

Khi đó tiếp tuyến (d) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm có tọa độ là A(0; m+1) và B $\left(\dfrac{m+1}{2m+1};0\right)$

Suy ra: OA= | m+ 1| và OB= $\left|\dfrac{m+1}{2m+1}\right|$. Theo giả thiết diện tích tam giác OAB bằng 4 nên ta có

$$\begin{cases} m \neq -\dfrac{1}{2} \\ |m+1|.\left|\dfrac{m+1}{2m+1}\right| = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \dfrac{1}{2} \\ (m+1)^2 = 8|2m+1| \end{cases} \Leftrightarrow m = \left\{7 \pm 2\sqrt{14}; -9 \pm 6\sqrt{2}\right\}$$

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn đầu bài.

Chọn C.

Câu 111. Cho hàm số $y=\frac{2x-m}{mx+1}$ (m là tham số) (1). Với mọi $m\neq 0$, đồ thị của hàm số (1) cắt đường thẳng d: y= 2x- 2m tại hai điểm phân biệt A, B. Đường thẳng d cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm M, N. Tìm m để $S_{\Delta OAB}=3S_{\Delta OMN}$

A. $m=\pm\frac{1}{2}$ B. $m=\pm 2$ C. $m=\pm\frac{1}{4}$ D. $m=\pm 4$

Lời giải

* Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x-m}{mx+1}=2x-2m$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-\frac{1}{m}\\ F(x)=m\left(2x^2-2mx-m\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-\frac{1}{m}\\ f(x)=2x^2-2mx-1=0(*)\end{cases}$$

Xét pt (*) có: $\begin{cases}\Delta'=m^2+2>0\forall m\neq 0\\ f\left(-\frac{1}{m}\right)=1+\frac{2}{m^2}\neq 0\forall m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow(d)\cap(C)=\{A\neq B\}\forall m\neq 0$

Theo định lí Viet $\begin{cases}x_A+x_B=m\\ x_A.x_B=-\frac{1}{2}\\ y_A=2x_A-2m\\ y_B=2x_B-2m\end{cases}$

$$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=\sqrt{5(x_A-x_B)^2}=\sqrt{5}.\sqrt{(x_A+x_B)^2-4x_A.x_B}$$

$$h=d(O,d)=\frac{|-2m|}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}|m|;AB=\sqrt{5}.\sqrt{m^2+2},M(m;0),N(0;-2m)$$

$$\Rightarrow S_{OAB}=\frac{1}{2}h.AB=|m|.\sqrt{m^2+2},S_{\Delta OMN}=\frac{1}{2}OM.ON=m^2$$

$$S_{\Delta OAB}=3S_{\Delta OMN}\Leftrightarrow\sqrt{m^2+2}=3|m|\Leftrightarrow m=\pm\frac{1}{2}$$

Chọn A.

Câu 112. Cho hàm số y= $-2x^3 + 6x + 2$ có đồ thị là (C). Tìm m để đường thẳng (d): y= 2mx – 2m + 6 cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B, C bằng -6.

A. m = 2 B.m= - 2 C. m= 1 D. m = -1

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là nghiệm phương trình:

$-2x^3 + 6x + 2 = 2mx - 2m + 6 \Leftrightarrow -2x^3 + 6x - 2mx + 2m - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (-2x^3 + 6x - 4) - (2mx - 2m) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1).(x^2 + x + m - 2) = 0$ (*)

Để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 + x + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 4(m-2) > 0 \\ 1 + 1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Gọi x_1; x_2; x_3 là hoành độ các điểm A, B, C, theo giả thiết tổng hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B, C bằng -6 nên:

$$f'(x_1) + f'(x_2) + f'(x_3) = -6 \Leftrightarrow 0 + \quad -6x_1^2 + 6 \ + \ -6x_2^2 + 6 \ = -6$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = 3 \Leftrightarrow 1 - 2(m-2) = 3 \Leftrightarrow m = 1$$

Chọn C.

Câu 113. Cho hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x+2}$. Cho hai điểm A(- 1; -1); B(2; 2) trên đồ thị (C). Định m để đường thẳng (d): y= x+ m cắt đồ thị (C) tại hai điểm M, N sao cho tứ giác ABMN là hình bình hành. Tìm m?

A. 0 B. 10 C. 0 hoặc 10 D. 0 hoặc -10

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (d) và (C):

$$\frac{3x+2}{x+2}=x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 3x+2=(x+2).(x+m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x^2+(m-1)x+2m-2=0;(1) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$ x^2 + (m- 1) x+ 2m- 2= 0 (2) (do x = −2 không phải là nghiệm của (1))

Để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N khi phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta = (m-1)^2 - 4(2m-2) = m^2 - 10m + 9 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>9 \end{array}\right.$ (3)

Khi đó: $|y_M - y_N| = |x_M - x_N| = \sqrt{\Delta} = \sqrt{m^2 - 10m + 9}$

Phương trình đường thẳng AB là y= x. Để đường thẳng d (tức là đường thẳng MN) không trùng với đường thẳng AB thì $m \neq 0$. Do đó với điều kiện (3), để tứ giác ABMN là hình bình hành thì ta chỉ cần MN = AB là đủ

Ta có: MN= AB $\Leftrightarrow$ $\sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2} = 3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 10m + 9} = 3$ $\Leftrightarrow m^2 - 10m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=10 \end{array}\right.$.

So với điều kiện ta nhận m =10 là đáp số của bài toán.

Chọn B.

Câu 114. Cho hàm số y= $x^3 - 3x^2 + x$ có đồ thị là (C). Cho đường thẳng d: y= - mx+ m- 1. Tìm giá trị của m để (C) cắt (d) tại 3 điểm phân biệt A(1; -1); B; C sao cho $x_B^2 + 4x_C = 4$

A. m= - 2 B. m= - 1 C. m= 1 D. m = -2

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$x^3 - 3x^2 + x = -mx + m + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + (m+1)x - m + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x+m-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x+m-1=0,(*) \end{array}\right.$$

Để (C) giao d tại 3 điểm phân biệt thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m + 1 > 0 \\ m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 2$$

Gọi x_B; x_C là hoành độ điểm B; C thì x_B; x_C là 2 nghiệm của phương trình (*) nên $\begin{cases} x_B + x_C = 2 \\ x_B x_C = m - 1 \end{cases}$

Ta có:

$$x_B^2 + 4x_C = 4 \Leftrightarrow x_B^2 + 4\left(2 - x_B\right) = 4 \Leftrightarrow x_B^2 - 4x_B + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x_B - 2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x_B = 2 \Rightarrow x_C = 0$$

=> x_B. x_C = 0 => m- 1=0 ⇔ m= 1

Vậy giá trị m cần tìm là m =1.

Chọn C.

Câu 115. Cho hàm số y= x^3 + 2(m- 2).x^2 + (8- 5m) x + m- 5 có đồ thị (C) và đường thẳng d: y= x – m+ 1. Tìm m để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ tại x_1, x_2 , x_3 thoả mãn: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 20$.

A. $m = 3; m = \frac{3}{2}$ B. $m = -3; m = -\frac{3}{2}$ C. $m = -3; m = \frac{3}{2}$ D. $m = 3; m = -\frac{3}{2}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là:

x^3 + 2(m-2)x^2 + (8 – 5m) x+ m- 5= x- m+ 1

⇔ x^3 + 2(m- 2) x^2 + (7 – 5m) x + 2m – 6=0

⇔ (x- 2). [x^2 + 2(m -1)x+ 3- m]= 0 (1)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 + 2(m-1)x + 3 - m = 0 (2) \end{array}\right.$$

Đặt f(x) = x^2 + 2(m- 1) x+ 3- m

Để (C) cắt d tại 3 điểm phâm biệt khi và chỉ khi (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 - (3-m) > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - m - 2 > 0 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -1 \end{array}\right. (3)$$

Khi đó giả sử $x_1=2$; x_2,x_3 là nghiệm của (2). Ta có: $x_2+x_3 = 2.(1-m)$ và $x_2.x_3 = 3-m$

Ta có $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4+(x_2+x_3)^2-2x_2x_3=4m^2-6m+2$

$x_1^2+x_2^2+x_3^2=20 \Rightarrow 4m^2-6m+2=20 \Leftrightarrow 2m^2-3m-9=0 \Leftrightarrow m=3$ hoặc $m=-\frac{3}{2}$

Chọn D.

Câu 116. Cho hàm số $y=\frac{2mx+1}{x-1}$ với m là tham số.Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng d: y= -2x + m cắt đồ thị của hàm số tại 2 điểm phân biệt thỏa mãn: $|4(x_1+x_2)-6x_1.x_2|=21$

A. m= - 4 B. m= 4 C. m= - 2 D. m= - 6

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và d là nghiệm của phương trình:

$$\frac{2mx+1}{x-1}=-2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 2x^2+(m-2)x+m+1=0 \quad (1) \end{cases}$$

Đồ thị hàm số cắt d tại hai điểm phân biệt khi (1) có 2 nghiệm phân biệt $\neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2+m-2+m+1\neq 0 \\ \Delta=m^2-12m-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -\frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m>6+2\sqrt{10} \\ m<6-2\sqrt{10} \end{array}\right. \end{cases} \quad (*)$$

Do x_1; x_2 là nghiệm của (2) $\Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=\frac{2-m}{2} \\ x_1x_2=\frac{m+1}{2} \end{cases}$

Theo giả thiết ta có: $|4(x_1+x_2)-6x_1x_2|=21 \Leftrightarrow\Leftrightarrow |1-5m|=21 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-5m=21 \\ 1-5m=-21 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4 \quad (TM\ (*)) \\ m=\dfrac{22}{5} \quad (koTM\,(*)) \end{array}\right.$$

Vậy giá trị m thỏa mãn đề bài là: m= - 4.

Chọn A.

Câu 117. Cho hàm số y= x^3 +3x^2 + mx+ 1 có đồ thị là (C) (m là tham số) . Tìm m để (C) cắt đường thẳng y=1 tại ba điểm phân biệt C(0; 1), D, E sao cho các tiếp tuyến của (C) tại D và E vuông góc với nhau.

A. $m=\frac{1}{8}(9+\sqrt{65})$ B. $m=\frac{1}{8}(10+\sqrt{65})$ C. $m=\frac{1}{8}(6+\sqrt{65})$ D. $m=\frac{1}{8}(9-\sqrt{65})$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng y= 1 là:

$x^3 + 3x^2 + mx + 1 = 1 \Leftrightarrow x(x^2 + 3x + m) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+3x+m=0 \quad (2) \end{array}\right.$$

* Để (C) cắt đường thẳng y = 1 tại C(0; 1), D, E phân biệt khi phương trình (2) có 2 nghiệm

$$x_D, x_E \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9-4m>0 \\ 0^2+3\times 0+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m<\dfrac{4}{9} \end{cases} (*)$$

Lúc đó tiếp tuyến D, E có hệ số góc lần lượt là:

$$k_D = y'(x_D) = 3x_D^2 + 6x_D + m = -(3x_D + 2m)$$

$$k_E = y'(x_E) = 3x_E^2 + 6x_E + m = -(3x_E + 2m)$$

Các tiếp tuyến tại D, E vuông góc khi và chỉ khi: $k_E . k_D = -1$

$\Leftrightarrow (3x_D + 2m).(3x_E + 2m) = -1 \Leftrightarrow 9x_D . x_E + 6m.(x_D + x_E) + 4m^2 = -1$

$\Leftrightarrow 9m + 6m(-3) + 4m^2 = -1$ (do $x_D + x_E = -3$; $x_D . x_E = m$ theo định lý Vi-ét)

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 9m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{9+\sqrt{65}}{8} \\ m = \dfrac{9-\sqrt{65}}{8} \end{array}\right.$$

So sánh (*): $m = \frac{1}{8}\left(9 - \sqrt{65}\right)$

Chọn D.

Câu 118. Cho hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x-2}$ có đồ thị là (*C*). Viết phương trình tiếp tuyến *d* của đồ thị (*C*), biết tiếp tuyến *d* tạo với trục *Ox* một góc α sao cho $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{17}}$

A. y= - 4x+ 3 và y= 4x+ 19 B. y= - 4x – 3 và y= - 4x+ 19

C. y= - 4x+ 3 và y= - 4x- 19 D. y= -4x + 3 và y= - 4x+ 19

Lời giải

Do $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \tan\alpha = \pm 4$

Vì $y'(x) < 0, \forall x \neq 2$ suy ra hệ số góc của *d* bằng *-4.*

Giả sử d tiếp xúc với (*C*) tại điểm $M(x_0; y_0), x_0 \neq 2$

$$y'(x_0) = -\frac{4}{(x_0-2)^2} = -4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{array}\right.$$

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -1$.

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 7$

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến *d* thỏa mãn là: y = -4x+ 3 và y= - 4x+19 .

Chọn D.

Câu 119. Cho hàm số $y=x^3 - 3x^2 + 4$ (C). Viết phương trình đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M(2; 0), N, P sao cho tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau.

A. $\frac{-3\pm 2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{-3\pm 2\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{-3\pm 3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{-3\pm 2\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm M(2; 0) và có hệ số góc k là: y= k.(x – 2)

+ Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là: $x^3 - 3x^2 + 4 = k(x-2)$.

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2-x-2-k)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2=x_A \\ g(x)=x^2-x-2-k=0 \end{array}\right.$$

+ (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt M, N, P khi g(x)= 0 có hai nghiệm phân biệt khác

$$2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ g(2)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{4}<k\neq 0 \ (*)$$

+ Theo định lí viet ta có: $\begin{cases} x_M+x_N=1 \\ x_M.x_N=-k-2 \end{cases}$

+ Các tiếp tuyến tại M, N vuông góc với nhau khi $y'(x_M).y'(x_N) = -1$

$$\Leftrightarrow (3x_M^2-6x_M)(3x_N^2-6x_N)=-1 \Leftrightarrow 9k^2+18k+1=0 \Leftrightarrow k=\frac{-3\pm 2\sqrt{2}}{3} \text{ (thỏa (*))}$$

Chọn A.

Câu 120. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2x + 2 - m^2$, với m là tham số thực. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt sao cho tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến với đồ thị tại 3 điểm đó là lớn nhất.

A. m= 1 B. m= - 1 C. m= 0 D.m = 9

Lời giải

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành:

$x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1).(x^2 - 2x + m^2 - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x+m^2-2=0,(*) \end{array}\right.$$

Đồ thị cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2.1+m^2-2 \neq 0 \\ \Delta' = 3-m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3-m^2>0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3} \quad (1)$$

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (*) thì $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1.x_2 = m^2-2 \end{cases}$

Ta có tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến tại các điểm có hoành độ 1, x_1, x_2 là

P= y'(1) + y'(x_1)+ y'(x_2)= $3m^2$- 3 + 3($x_1^2+x_2^2$) - 6 (x_1 + x_2)

= $3m^2 - 3 + 3.[(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2] - 6(x_1+x_2)$

= $3m^2 - 3 + 3.[4 - 2.(m^2-2)] - 12 = 9 - 3m^2$

Suy ra $P \leq 9$ với mọi m và đẳng thức chỉ xảy ra khi m = 0

Vậy Pmax = 9 đạt được khi m = 0

Chọn C.