

Chủ đề: Góc có đỉnh ở bên trong và bên ngoài đường tròn.

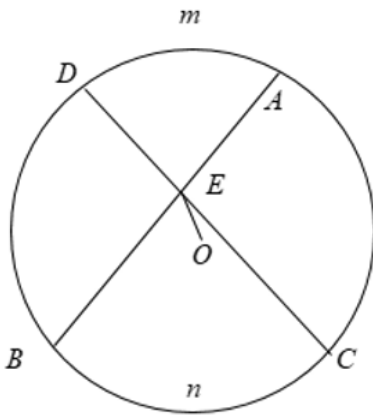
Dạng 1: Chứng minh hai góc hoặc hai đoạn thẳng bằng nhau. Tính góc và độ dài đoạn thẳng

A. Phương pháp giải

+ Ta thường sử dụng các kiến thức về số đo của góc có đỉnh bên trong và bên ngoài đường tròn, góc nội tiếp, góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung để chứng minh các góc bằng nhau

+ Sử dụng định lý Pytago, hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính toán.

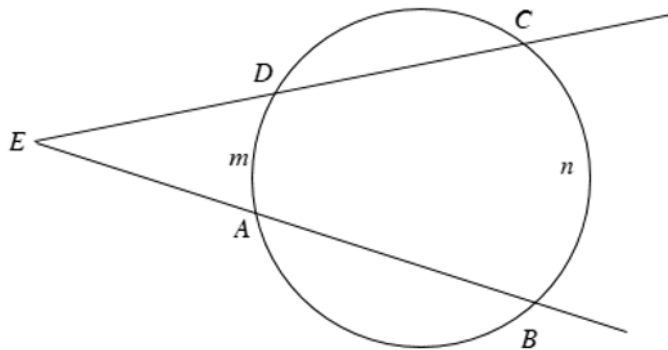
+ Sử dụng công thức tính góc có đỉnh bên trong đường tròn:



- Góc BEC là góc có đỉnh nằm ở bên trong đường tròn chắn hai cung là BnC , AmD .

- Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

$$\text{Hay } \angle BEC = \frac{sdBnC + sdAmD}{2}.$$



- Góc BEC là góc có đỉnh nằm ở bên ngoài đường tròn chắn hai cung là BnC , AmD .

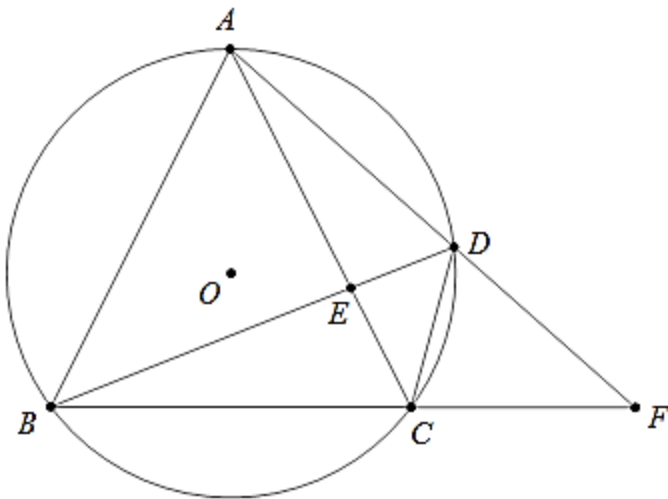
- Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

$$\text{Hay } \widehat{BEC} = \frac{sđBnC - sđAmD}{2}.$$

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O . Điểm D di chuyển trên cung AC , E là giao điểm của AC với BD , F là giao điểm của AD và BC . Chứng minh rằng: $\widehat{AFB} = \widehat{ABD}$.

Hướng dẫn giải:



Do tam giác ABC cân tại A

Nên $AB=AC$ suy ra: $sđAB=sđAC$

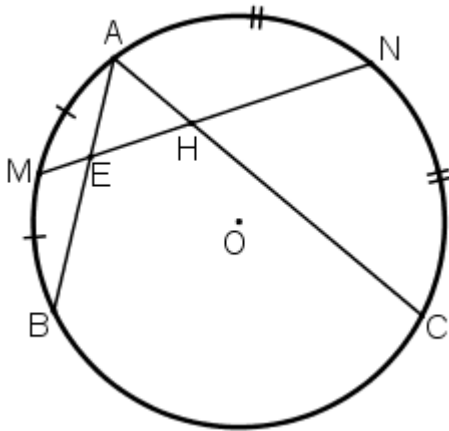
Ta có: $\widehat{AFC} = \frac{1}{2}(sđAB - sđCD) = \frac{1}{2}(sđAC - sđCD) = \frac{1}{2}sđAD$ (góc có đỉnh nằm bên ngoài đường tròn).

Mặt khác: $\widehat{ABD} = \frac{1}{2}sđAD$ (góc nội tiếp chắn cung AD).

Do đó, $AFB = ABD$.

Ví dụ 2: Cho đường tròn (O) và hai dây AB, AC. Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa của cung AB và cung AC. Đường thẳng MN cắt dây AB tại E và cắt dây AC tại H. Chứng minh tam giác AEH là tam giác cân.

Hướng dẫn lời giải



+ Do góc AHM là góc có đỉnh bên trong đường tròn chắn hai cung AM và NC .

$$\Rightarrow \widehat{AHM} = \frac{1}{2}(\widehat{AM} + \widehat{NC}) \quad (1)$$

+ Do góc AEN là góc có đỉnh bên trong đường tròn chắn hai cung MB và AN .

$$\Rightarrow \widehat{AEN} = \frac{1}{2}(\widehat{MB} + \widehat{AN}) \quad (2)$$

+ Do M và N là điểm chính giữa cung AB và AC

$$\Rightarrow AM = MB \text{ và } AN = NC$$

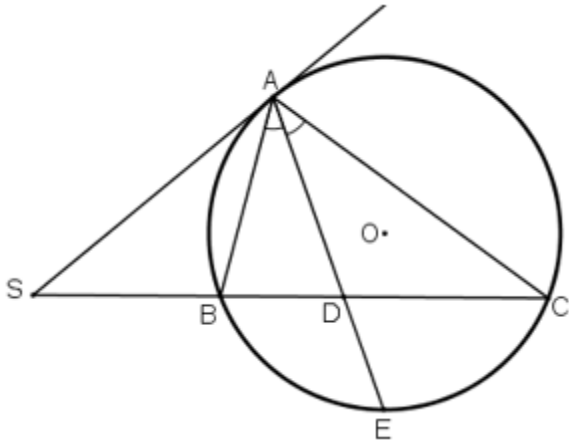
$$\text{Suy ra } \widehat{AM} = \widehat{MB} \text{ và } \widehat{AN} = \widehat{NC} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $\widehat{AHM} = \widehat{AEN}$

Do đó, tam giác AEH là tam giác cân tại A.

Ví dụ 3: Qua điểm S nằm bên ngoài đường tròn (O) , vẽ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC của đường tròn. Tia phân giác của góc BAC cắt dây BC tại D . Chứng minh $SA = SD$.

Hướng dẫn giải



Tia phân giác AD cắt (O) tại E .

+ SDA là góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn

$$\Rightarrow \widehat{SDA} = \frac{1}{2}(\widehat{sđEC} + \widehat{sđAB}) \quad (1)$$

+ SAD là góc tạo bởi tiếp tuyến AS và dây AE

$$\Rightarrow \widehat{SAD} = \frac{1}{2}\widehat{sđAE} = \frac{1}{2}(\widehat{sđAB} + \widehat{sđBE}) \quad (2)$$

+ $\widehat{BAC}, \widehat{EAC}$ lần lượt là các góc nội tiếp chắn các cung BE và EC

Mà $\widehat{BAE} = \widehat{EAC}$

$$\Rightarrow \widehat{sđEC} = \widehat{sđBE} \quad (3)$$

Từ (1); (2) và (3) suy ra $\widehat{SAD} = \widehat{SDA}$

$\Rightarrow \Delta SAD$ cân tại S

$\Rightarrow SA = SD$.

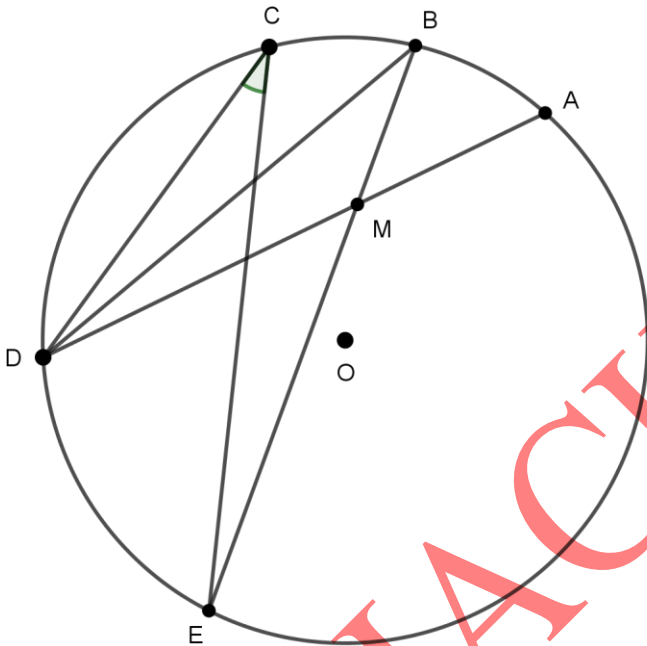
C. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Dựa vào hình vẽ sau, biết B là điểm chính giữa cung nhỏ AC. M là giao điểm của AD và BE, số đo $\widehat{BC} = 30^\circ$, $\widehat{DCE} = 30^\circ$. Lúc đó góc $\widehat{AMB} = ?$

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Hướng dẫn giải

Đáp án B



Ta có B là điểm chính giữa cung AC

$$\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AB} = 30^\circ$$

Ta có \widehat{DCE} là góc nội tiếp chắn DE

$$\Rightarrow \widehat{DE} = 2 \cdot \widehat{DCE} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

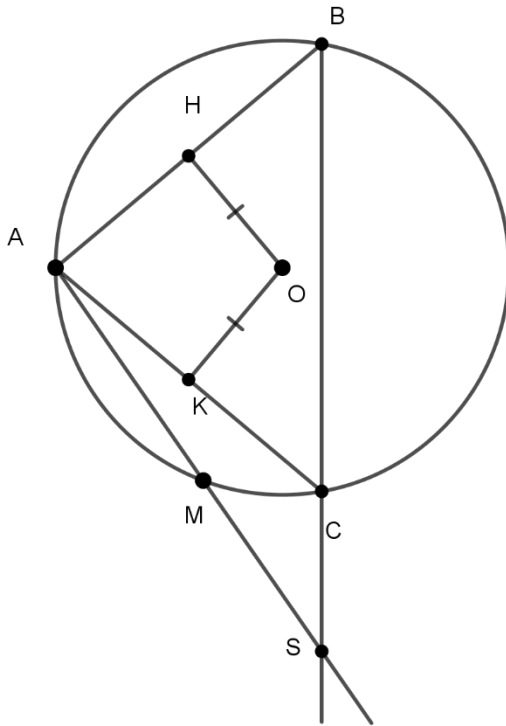
$$\widehat{AMB} = \frac{1}{2} (\widehat{AB} + \widehat{DE}) = \frac{1}{2} (30^\circ + 60^\circ) = 45^\circ.$$

Câu 2: Cho đường tròn (O) và dây AB; AC cách đều tâm. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M. Gọi S là giao điểm của AM và BC. Góc nào bằng góc ASC

- A. \widehat{ABS} B. \widehat{CAM} C. \widehat{ABM} D. \widehat{BAC}

Hướng dẫn giải

Đáp án C



Ta có dây AB ; AC cách đều tâm

$\Rightarrow AB = AC$ (liên hệ giữa khoảng cách từ tâm đến dây)

Ta có: $ASC = \frac{1}{2}(sđAB - sđMC)$ (góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn)

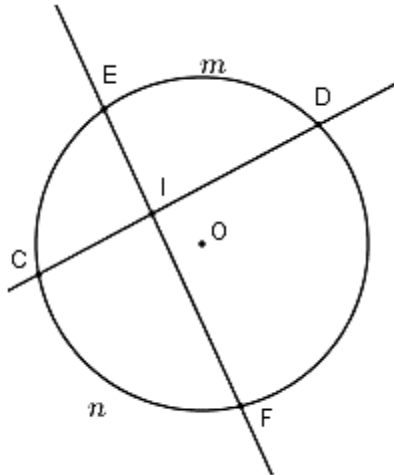
$\Rightarrow ASC = \frac{1}{2}(sđAC - sđMC) = \frac{1}{2}sđAM$ (1)

Mà ABM là góc nội tiếp chắn AM

$\Rightarrow ABM = \frac{1}{2}sđAM$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra, $ABM = ASC$.

Câu 3: Cho hình vẽ dưới đây, góc DIE có số đo bằng



- A. $\frac{1}{2}(sđDmE + sđCnF)$
- B. $\frac{1}{2}(sđDmE - sđCnF)$
- C. $\frac{1}{2}(sđDF + sđCE)$
- D. $\frac{1}{2}(sđDF - sđCE)$

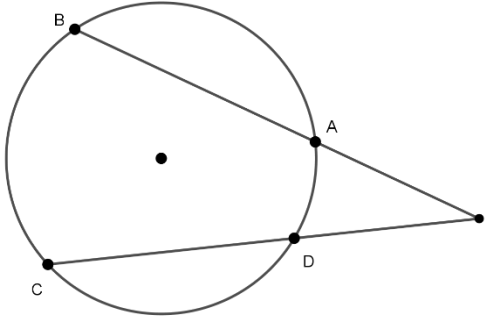
Hướng dẫn giải

Đáp án A

Số đo của góc có đỉnh bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn

$$\Rightarrow \widehat{DIE} = \frac{1}{2}(sđDmE + sđCnF).$$

Câu 4: Cho hình vẽ dưới đây , góc BIC có số đo bằng



A. $\frac{1}{2}(sđBC + sđAD)$

B. $\frac{1}{2}(sđBC - sđAD)$

C. $\frac{1}{2}(sđAB + sđCD)$

D. $\frac{1}{2}(sđAB - sđCD)$

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Số đo của góc có đỉnh nằm bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = \frac{1}{2}(sđBC - sđAD).$$

Câu 5: Cho đường tròn (O) và 4 điểm A, B, C, D cùng nằm trên đường tròn sao cho AC và BD cắt nhau tại điểm M nằm trong đường tròn, AB và CD cắt nhau tại điểm S nằm ngoài đường tròn. So sánh hai góc BSC và BMC

A. $BSC = BMC$

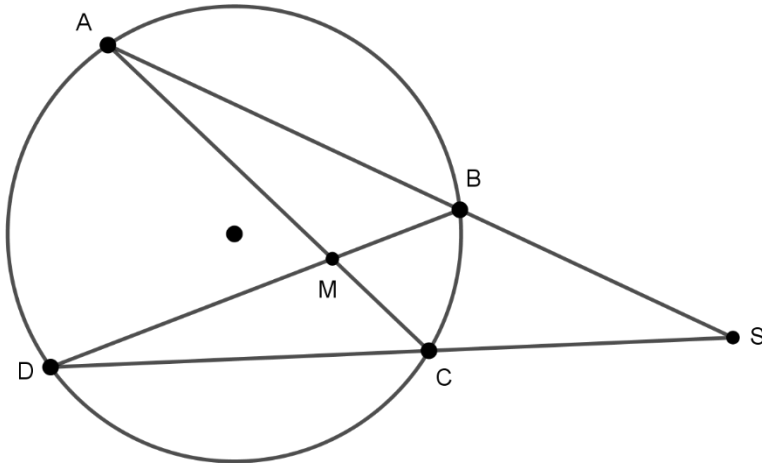
B. $BSC > BMC$

C. $BSC < BMC$

D. Không so sánh được

Hướng dẫn giải

Đáp án C

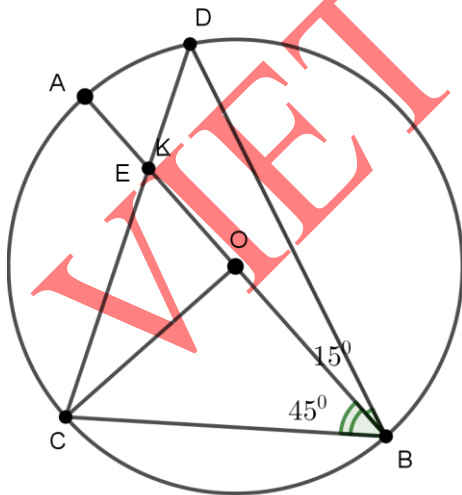


Ta có: $BSC = \frac{1}{2}(sđAD - sđBC)$ (góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn chắn hai cung AD, BC)

$BMC = \frac{1}{2}(sđAD + sđBC)$ (góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn chắn hai cung AD, BC)

$\Rightarrow BSC < BMC$.

Câu 6: Số đo góc AED bằng bao nhiêu. Biết $OBC = 45^\circ, ABD = 15^\circ$



A. 30°

B. 60°

C. 90°

D. 120°

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Tam giác OBC có $OB=OC$ nên tam giác OBC cân tại O

$$\Rightarrow \angle OBC = \angle OCB = 45^\circ \text{ (hai góc ở đáy)}$$

$$\Rightarrow \angle BOC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \text{sđ}BC = \angle BOC = 90^\circ$$

Ta lại có $\angle ABD$ là góc nội tiếp chắn AD

$$\Rightarrow \text{sđ}AD = 2 \cdot \angle ABD = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$$

$\Rightarrow \angle AED = \frac{1}{2}(\text{sđ}AD + \text{sđ}BC) = \frac{1}{2}(90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ (góc có đỉnh nằm trong đường tròn chắn hai cung AD, BC).

Câu 7: Trên (O) lấy bốn điểm A, B, C, D theo thứ tự sao cho cung $AB =$ cung $BC =$ cung CD . Gọi I là giao điểm của BD và AC, biết $\angle BIC = 70^\circ$. Tính $\angle ABD$

A. 20°

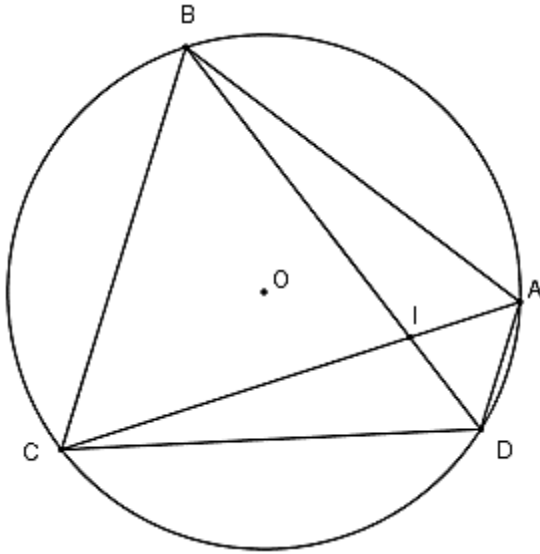
B. 15°

C. 35°

D. 30°

Hướng dẫn giải

Đáp án B



Vì $AB = BC = CD$

Gọi số đo mỗi cung là x độ.

Suy ra số đo cung AD là $sđAD = 360^\circ - sđAB - sđBC - sđCD = 360^\circ - 3x$.

Vì BIC là góc có đỉnh bên trong đường tròn chắn BC, AD

$$\Rightarrow BIC = \frac{1}{2}(sđBC + sđAD) = \frac{1}{2}(x + 360^\circ - 3x) = \frac{1}{2}(360^\circ - 2x)$$

Mà $BIC = 70^\circ$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(360^\circ - 2x) = 70^\circ$$

$$\Leftrightarrow 360^\circ - 2x = 140^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x = 220^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = 110^\circ$$

$$\Rightarrow sđAD = 360^\circ - 3x = 360^\circ - 3.110^\circ = 30^\circ$$

ABD là góc nội tiếp chắn cung AD

$$\Rightarrow ABD = \frac{1}{2}sđAD = \frac{1}{2}.30^\circ = 15^\circ.$$

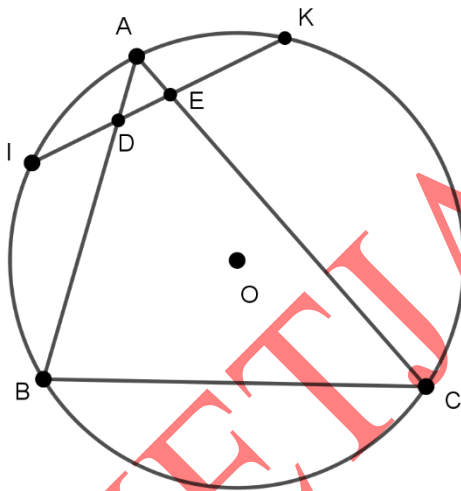
Câu 8: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O). Trên các cung nhỏ AB và AC lần lượt lấy các điểm I và K sao cho $AI = AK$. Dây IK cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại D và E.

Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $ADK = ACB$
- B. $ADI = \frac{1}{2}(sđAC + sđBC)$
- C. $AEI = ABC$
- D. $ADK = AEI$

Hướng dẫn giải

Đáp án D



+ Ta có: $ADK = \frac{1}{2}(sđAK + sđIB) = \frac{1}{2}(sđAI + sđIB) = \frac{1}{2}sđAB$ (góc có đỉnh nằm trong đường tròn)

$ACB = \frac{1}{2}sđAB$ (góc nội tiếp chắn AB)

$\Rightarrow ADK = ACB$. Suy ra A đúng

$$+ ADI = \frac{1}{2}(sđAI + sđBK) = \frac{1}{2}(sđAK + sđBK) = \frac{1}{2}sđBA = \frac{1}{2}(sđAC + sđBC)$$

(góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn). Suy ra B đúng

$$+ \text{Ta có: } AEI = \frac{1}{2}(sđCK + sđAI) = \frac{1}{2}(sđAK + sđCK) = \frac{1}{2}sđAC \text{ (góc có đỉnh nằm trong đường tròn)}$$

$$ABC = \frac{1}{2}sđAC \text{ (góc nội tiếp chắn } AC)$$

$\Rightarrow AEI = ABC$. Suy ra C đúng

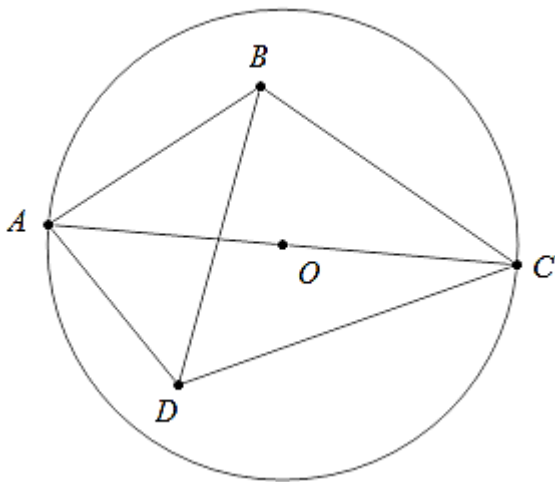
Vậy D sai.

Câu 9: Tứ giác ABCD có các góc B và D tù. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. $AC > BD$ B. $AC = BD$ C. $AC < BD$ D. $AC + BD = 2R$

Hướng dẫn giải

Đáp án A



Vẽ đường tròn tâm O đường kính AC

Do $ABC > 90^\circ, ADC > 90^\circ$ nên B, D đều nằm bên trong đường tròn

Suy ra BD nhỏ hơn dây cung chứa nó

Mà AC là đường kính là dây cung lớn nhất trong đường tròn nên $BD < AC$.

Câu 10. Qua điểm S nằm ngoài đường tròn (O), vẽ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC với đường tròn. Tia phân giác của góc BAC cắt dây BC tại D. Số phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

I. $SAD = SDA$

II. ΔSAD cân tại S

III. $SA = SD$

A. 0

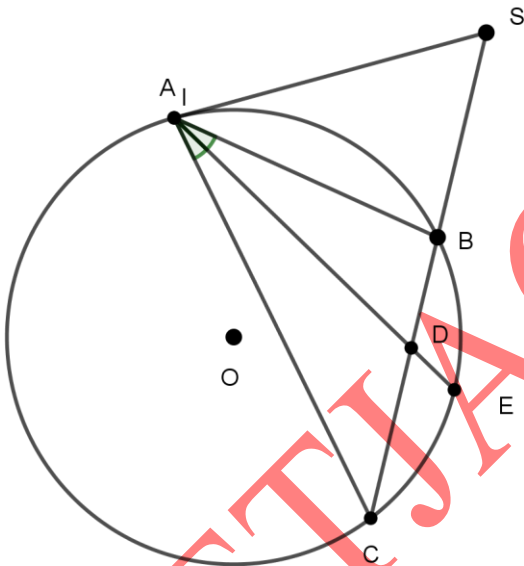
B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải

Đáp án D



Gọi E là giao điểm của AD với đường tròn tâm O

Vì $\angle CAE = \angle BAE$ (AD là phân giác của $\angle BAC$)

$\Rightarrow BE = CE$

Ta có $SDA = \frac{1}{2}(\text{sđ}AB + \text{sđ}CE) = \frac{1}{2}(\text{sđ}AB + \text{sđ}BE) = \frac{1}{2}\text{sđ}AE$ (góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn)

Ta lại có $SAD = \frac{1}{2}\text{sđ}AE$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn AE)

$$\Rightarrow SDA = SAD$$

$\Rightarrow \Delta SAD$ cân tại S

$$\Rightarrow SA = SD$$

Vậy cả ba phát biểu đều đúng.

VIETJACK.COM