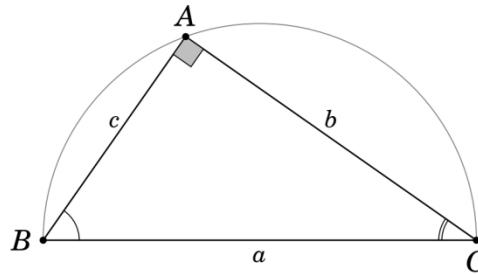


Dạng 3: Giải tam giác nhọn**Nhắc lại kiến thức**

Trong một tam giác vuông, nếu cho trước hai cạnh hoặc một cạnh và một góc nhọn thì ta sẽ tìm được tất cả các cạnh và các góc còn lại của nó.

Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh huyền a và các cạnh góc vuông b, c.



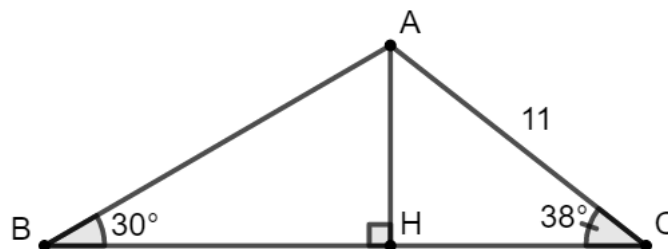
- Định lý: Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng
 - Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề.
 - Cạnh góc vuông kia nhân với tan góc đối hoặc nhân với cot góc kề.
- Như vậy, trong tam giác ABC vuông tại A, ta có hệ thức
 - $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$
 - $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$

A. Phương pháp giải

- Kẻ thêm đường cao xuống cạnh kề của góc đã biết.
- Chuyển bài toán về giải tam giác vuông biết một cạnh và một góc.

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Trong tam giác ABC có $AC = 11$ cm, $\angle ACB = 38^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Tính AB.



Bài giải:

Do $AH \perp BC \Rightarrow \triangle AHB$ và $\triangle AHC$ là hai tam giác vuông.

Xét tam giác AHC vuông tại H có: $AH = AC \cdot \sin ACH = 11 \cdot \sin 38^\circ \approx 6,78(\text{cm})$

Xét tam giác AHB vuông tại H có:

$$AB = \frac{AH}{\sin ABC} = \frac{6,78}{\sin 30^\circ} = 13,56(\text{cm})$$

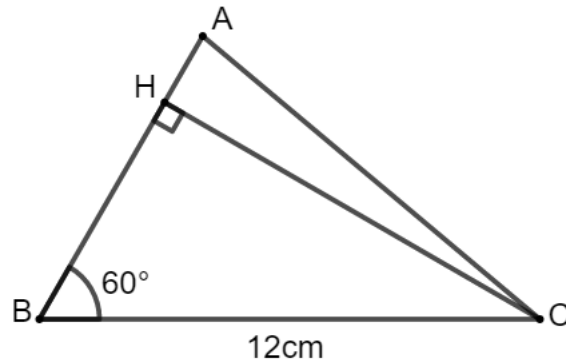
Vậy $AB = 13,56 \text{ cm}$.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có $BC = 12 \text{ cm}$, $B = 60^\circ$, $C = 40^\circ$. Tính

a) Đường cao CH và cạnh AC

b) Diện tích tam giác ABC

Bài giải:



a) Do $CH \perp AB \Rightarrow \angle AHC = \angle BHC = 90^\circ$

+) Xét tam giác BHC có $\angle BHC = 90^\circ \Rightarrow \triangle BHC$

là tam giác vuông tại H. Ta có:

$$CH = BC \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$BH = BC \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6 \text{ (cm)}$$

+) Xét tam giác ABC có:

$$A + B + C = 180^\circ \text{ (tổng ba góc trong tam giác)}$$

$$\Leftrightarrow A + 60^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = 80^\circ$$

+) Xét tam giác AHC có $\angle AHC = 90^\circ \Rightarrow \triangle AHC$

là tam giác vuông tại H. Ta có:

$$AC = \frac{CH}{\sin 80^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin 80^\circ} \approx 10,55 \text{ (cm)}$$

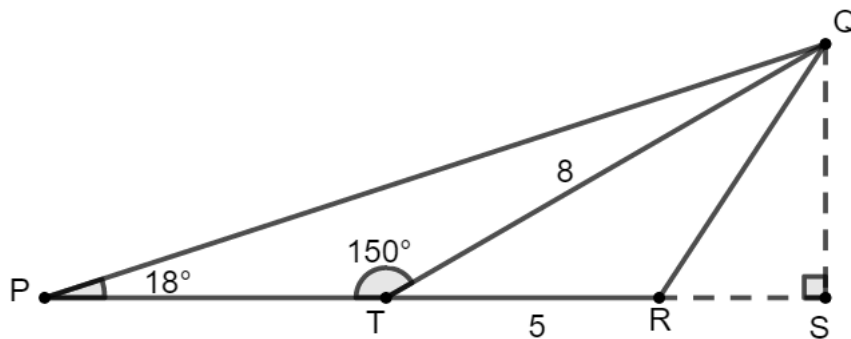
$$AH = \frac{CH}{\tan 80^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\tan 80^\circ} \approx 1,83 \text{ (cm)}$$

b) Ta có: $AB = AH + HB = 1,83 + 6 = 7,83 \text{ (cm)}$

Do CH là đường cao của tam giác ABC nên:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 7,83 \approx 40,69 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ví dụ 3: Cho hình dưới đây. Biết $\angle QPT = 18^\circ$, $\angle PTQ = 150^\circ$, $QT = 8 \text{ cm}$, $TR = 5 \text{ cm}$.



Hãy tính:

a) PT

b) Diện tích tam giác PQR

Bài giải:

Từ Q dựng $QS \perp PR, S \in PR$

a) Ta có:

$$\angle QTR + \angle QTP = 180^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

$$\Leftrightarrow \angle QTR + 150^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \angle QTR = 30^\circ$$

+) Xét tam giác QST vuông tại S có: $\angle QTR = 30^\circ$

$$\Rightarrow QS = \frac{1}{2}QT \text{ (cạnh góc vuông đối diện góc } 30^\circ)$$

$$\text{Vậy } QS = \frac{1}{2}.8 = 4 \text{ cm}$$

+) Áp dụng định lý Py – ta – go cho tam giác vuông QST có:

$$TS^2 = QT^2 - QS^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \Rightarrow TS = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

+) Xét tam giác vuông QSP có:

$$PS = \frac{QS}{\tan 18^\circ} \approx \frac{4}{0,32} = 12,5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow PT = PS - TS = 12,5 - 4\sqrt{3} \approx 5,6 \text{ cm}$$

b) Ta có: $PR = PT + TR = 5,6 + 5 = 10,6 \text{ cm}$

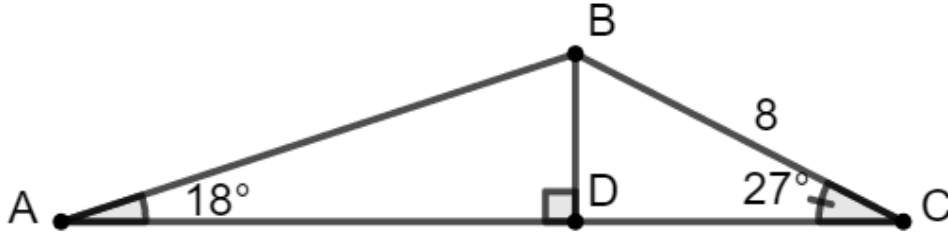
+) Xét tam giác PQR có đường cao QS

$$\Rightarrow S_{PQR} = \frac{1}{2}.PR.QS = \frac{1}{2}.10,6.4 = 21,2 (\text{cm}^2)$$

C. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Cho tam giác ABC có góc A bằng 18° , góc C bằng 27° , cạnh $BC = 8$. Khi đó độ dài cạnh AC là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài giải:



Kẻ $BD \perp AC = \{D\}$

Tam giác BDC vuông tại D, có:

$$+) \cos C = \frac{DC}{BC} \Rightarrow DC = BC \cdot \cos C$$

$$\Rightarrow DC = 8 \cdot \cos 27^\circ \approx 7,13$$

$$+) \sin C = \frac{BD}{BC}$$

$$\Rightarrow BD = BC \cdot \sin C = 8 \cdot \sin 27^\circ \approx 3,63$$

Tam giác ABD vuông tại D, có:

$$\tan A = \frac{BD}{AD} \Rightarrow AD = \frac{BD}{\tan A} = \frac{3,63}{\tan 18^\circ} \approx 11,17$$

$$\text{Suy ra } AC = AD + DC \approx 11,17 + 7,13 = 18,3$$

Bài 2: Cho tam giác ABC có $BC = 7$, $\angle ABC = 42^\circ$, $\angle ACB = 35^\circ$. Gọi H là chân đường cao của tam giác ABC kẻ từ A. Hãy tính AH (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

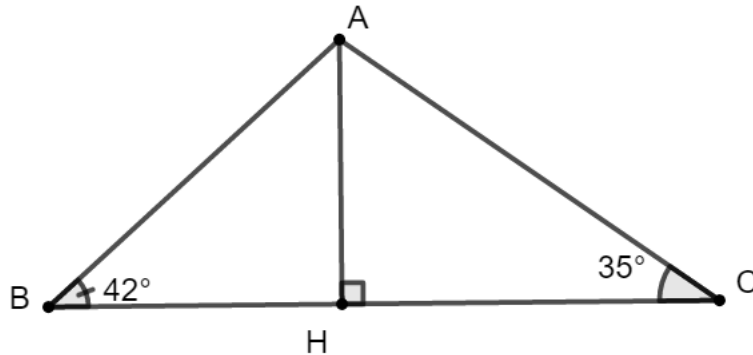
A. 2,75

B. 3,75

C. 3,4

D. 2,4

Bài giải:



Gọi độ dài đoạn BH là x ($0 < x < 7$, cm) $\Rightarrow CH = BC - BH = 7 - x$ (cm)

Xét tam giác ABH vuông tại H có: $AH = BH \cdot \tan 42^\circ \approx 0,9x$

Xét tam giác ACH vuông tại H có: $AH = CH \cdot \tan 35^\circ \approx 0,7(7 - x)$

Vậy suy ra:

$$0,9x = 0,7(7 - x)$$

$$\Leftrightarrow 0,9x = 4,9 - 0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,9x + 0,7x = 4,9$$

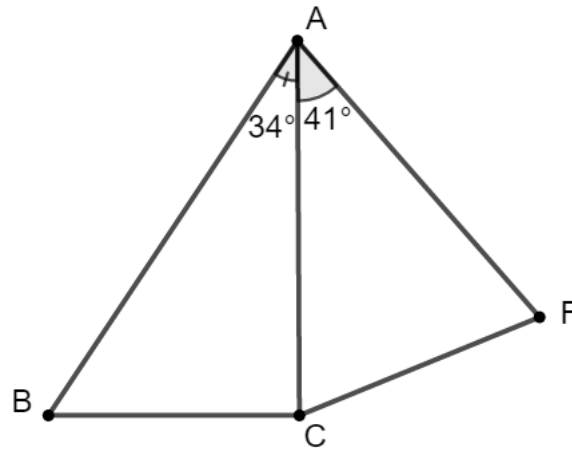
$$\Leftrightarrow 1,6x = 4,9$$

$$\Leftrightarrow x \approx 3,06$$

$$\Rightarrow AH = 0,9x = 0,9 \cdot 3,06 = 2,75$$

Đáp án A.

Bài 3: Cho hình vẽ sau, biết $AB = 9$, $BAC = 34^\circ$, $CAF = 41^\circ$ Khi đó khoảng cách từ điểm B đến cạnh AF bằng (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)



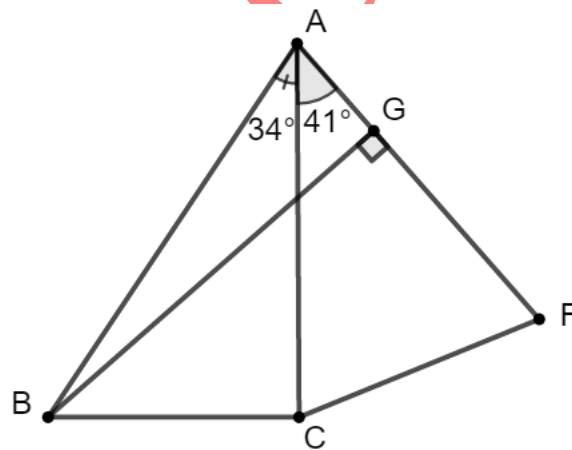
A. 8,7

B. 5,3

C. 3,8

D. 4,7

Bài giải:



Kẻ $BG \perp AF = \{G\}$

Khi đó khoảng cách từ điểm B đến cạnh AF bằng BG.

Ta có

$$\widehat{GAB} = \widehat{BAC} + \widehat{FAC} = 34^\circ + 41^\circ = 75^\circ$$

Tam giác BGA vuông tại G,

$$\text{có } \sin GAB = \frac{BG}{BA}$$

$$\Rightarrow BG = BA \cdot \sin GAB = 9 \cdot \sin 75^\circ \approx 8,7$$

Vậy khoảng cách từ điểm B đến cạnh AF bằng 8,7.

Đáp án A.

Bài 4: Các cạnh của một tam giác có độ dài 4cm, 6cm và 6cm. Góc nhỏ nhất của tam giác đó bằng (làm tròn đến phút)

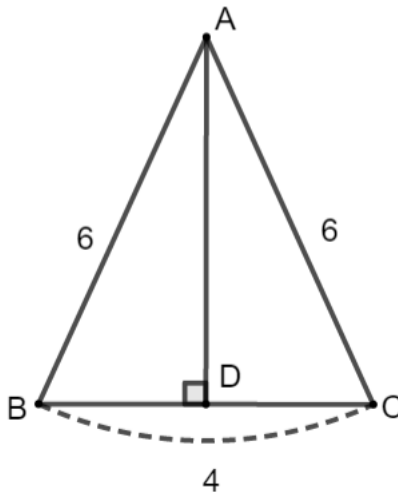
A. $\approx 30^\circ 56'$

B. $\approx 38^\circ 56'$

C. $\approx 40^\circ 53'$

D. $\approx 15^\circ 36'$

Bài giải:



+) Xét $\triangle ABC$ có: $AB = AC > BC (6 = 6 > 4) \Rightarrow B = C > A$

Vậy góc nhỏ nhất của tam giác đó là góc A.

+) Kẻ $AD \perp BC = \{D\}$

Xét $\triangle ABC$ có $AB = AC = 6$ cm nên $\triangle ABC$ là tam giác cân tại A.

Ta có: AD là đường cao trong tam giác cân

Suy ra AD đồng thời là tia phân giác của góc A và là đường trung tuyến trong tam giác ABC

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{BAD} = \text{CAD} = \frac{\text{BAC}}{2} \\ \text{DC} = \frac{\text{BC}}{2} = \frac{4}{2} = 2(\text{cm}) \end{cases}$$

+) Tam giác ADC vuông tại D, có:

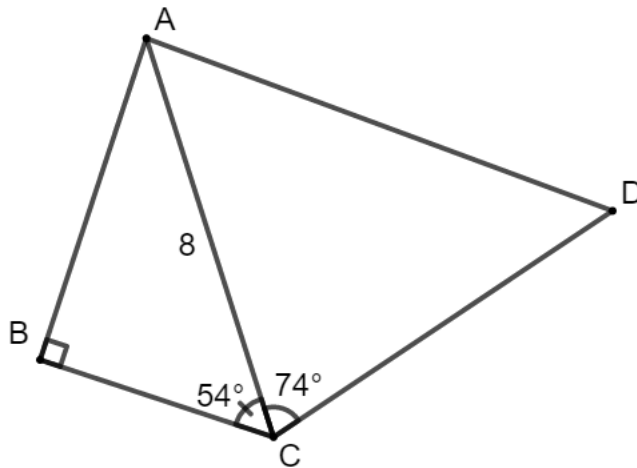
$$\sin \text{DAC} = \frac{\text{DC}}{\text{AC}} = \frac{2}{6} \Rightarrow \text{DAC} \approx 19^\circ 28'$$

Suy ra $\text{BAC} = 2\text{DAC} \approx 2 \cdot 19^\circ 28' = 38^\circ 56'$

Đáp án B.

Bài 5: Cho hình vẽ dưới đây với $AC = 8$ cm, $AD = 9,6$ cm,

$\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 54^\circ$ và $\angle ACD = 74^\circ$. Khẳng định nào dưới đây là sai?



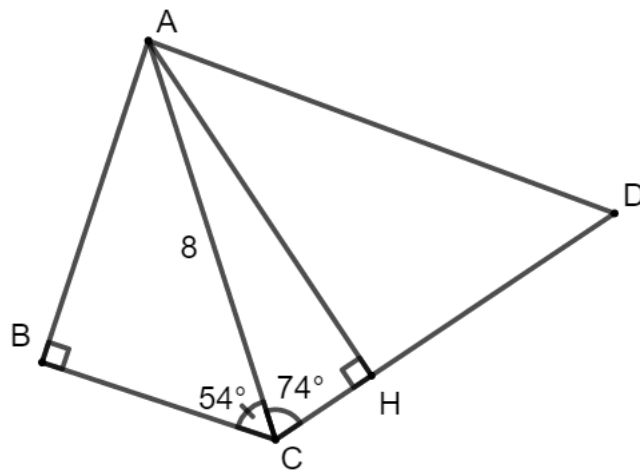
A. $AB \approx 9,89$ cm

B. $\angle ADC \approx 53^\circ$

C. $\angle BAC = 36^\circ$

D. $AB \approx 6,5\text{cm}$

Bài giải:



Xét tam giác ABC vuông tại B (do $\angle ABC = 90^\circ$)

nên ta có:

$$+) \angle BAC + \angle ACB = 90^\circ$$

(tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)

$$\Leftrightarrow \angle BAC + 54^\circ = 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow \angle BAC = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

$$+) AB = AC \cdot \sin C = 8 \cdot \sin 54^\circ \approx 6,472 \text{ (cm)}$$

Từ A dựng $AH \perp CD$

Xét tam giác vuông AHC có:

$$AH = AC \cdot \sin ACD$$

$$= 8 \cdot \sin 74^\circ \approx 7,69(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông AHD có:

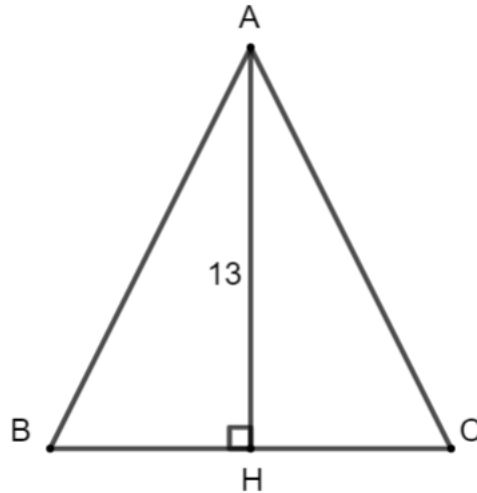
$$\sin ADC = \frac{AH}{AD} = \frac{7,69}{9,6} \approx 0,801$$

$$\Rightarrow ADC \approx 53^\circ$$

Đáp án A.

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Biết $A = 48^\circ$; $AH = 13\text{cm}$. Chu vi của tam giác ABC là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Bài giải:



Tam giác ABC cân tại A có AH là đường cao nên AH đồng thời là đường trung tuyến và đường phân giác tại đỉnh A

$$\Rightarrow BH = CH = \frac{BC}{2}$$

$$\text{và } \angle BAH = \angle CAH = \frac{\angle BAC}{2} = \frac{48^\circ}{2} = 24^\circ$$

Xét tam giác ABH vuông tại H có:

$$+) BH = AH \cdot \tan BAH$$

$$= 13 \cdot \tan 24^\circ \approx 5,8(\text{cm})$$

$$\Rightarrow BC = 2 \cdot BH = 11,6(\text{cm})$$

$$+) AB = \frac{AH}{\cos BAH} = \frac{13}{\cos 24^\circ} \approx 14,2(\text{cm})$$

$$\Rightarrow AB = AC = 14,2(\text{cm})$$

Vậy chu vi của tam giác ABC bằng $AB + AC + BC = 14,2 + 14,2 + 11,6 = 40$ (cm)