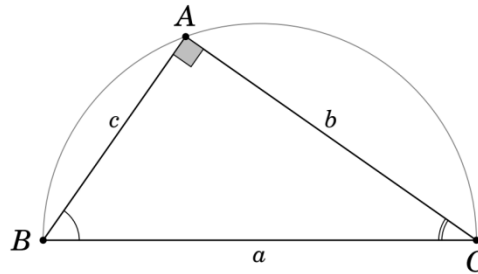


Dạng 4: Tính cạnh, tính góc của tam giác.**Nhắc lại kiến thức**

Trong một tam giác vuông, nếu cho trước hai cạnh hoặc một cạnh và một góc nhọn thì ta sẽ tìm được tất cả các cạnh và các góc còn lại của nó.

Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh huyền a và các cạnh góc vuông b, c.



- Định lý: Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng
 - Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề.
 - Cạnh góc vuông kia nhân với tan góc đối hoặc nhân với cot góc kề.
- Như vậy, trong tam giác ABC vuông tại A, ta có hệ thức
 - $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$
 - $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$

A. Phương pháp giải

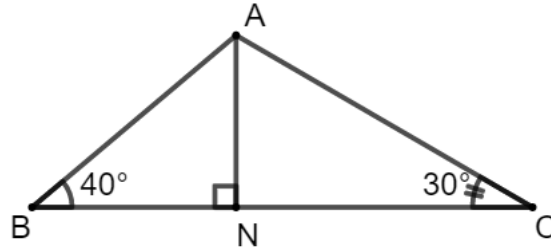
- Kẻ thêm đường cao xuống cạnh kề của góc đã biết.
- Chuyển bài toán về giải tam giác vuông biết một cạnh và một góc.

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC, trong đó $BC = 11\text{cm}$, $\angle ABC = 40^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC. Hãy tính

- Độ dài đoạn thẳng AN.
- Độ dài cạnh AC.

Bài giải:



a) Xét tam giác vuông ANB có: $AN = BN \cdot \tan 40^\circ$

Xét tam giác vuông ANC có: $AN = CN \cdot \tan 30^\circ$

$$\Rightarrow AN = BN \cdot \tan 40^\circ = CN \cdot \tan 30^\circ$$

Mà $BN = BC - CN = 11 - CN$

$$\Rightarrow (11 - CN) \cdot \tan 40^\circ = CN \cdot \tan 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow (11 - CN) \cdot 0,84 = CN \cdot 0,58$$

$$\Leftrightarrow 9,24 - 0,84 \cdot CN = 0,58 \cdot CN$$

$$\Leftrightarrow 1,42 \cdot CN = 9,24$$

$$\Leftrightarrow CN \approx 6,51(\text{cm})$$

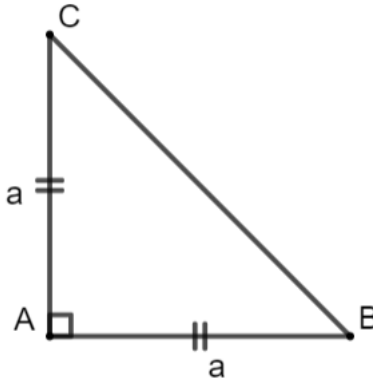
$$\Rightarrow AN = CN \cdot \tan 30^\circ \approx 6,51 \cdot 0,58 \approx 3,78(\text{cm})$$

b) Xét tam giác vuông ANC có:

$$AC = \frac{AN}{\sin 30^\circ} = \frac{3,78}{0,5} = 7,56(\text{cm})$$

Ví dụ 2: Tính cạnh huyền và diện tích của một tam giác vuông cân nếu a là cạnh góc vuông.

Bài giải:



+) Xét tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a$.

Áp dụng định lý Py – ta – go ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

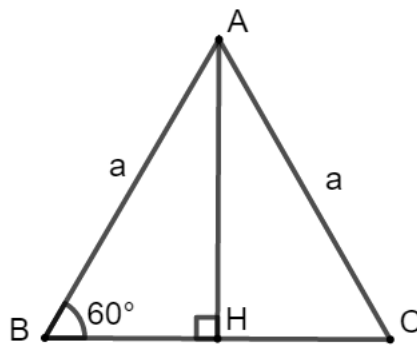
$$\Rightarrow BC = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

+) Diện tích tam giác vuông cân ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$$

Ví dụ 3: Tính chiều cao và diện tích của một tam giác đều cạnh a .

Bài giải:



Xét tam giác ABC đều có cạnh $AB = AC = BC = a$ và có đường cao AH.

Do $\triangle ABC$ là tam giác đều nên đường cao AH đồng thời cũng là đường trung tuyến tại đỉnh A

$$\Rightarrow BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$$

Xét tam giác ABH vuông tại H có $\angle ABH = 60^\circ$

(tính chất tam giác đều):

$$AH = AB \cdot \sin 60^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdd)}$$

Diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ (đvdt)}$$

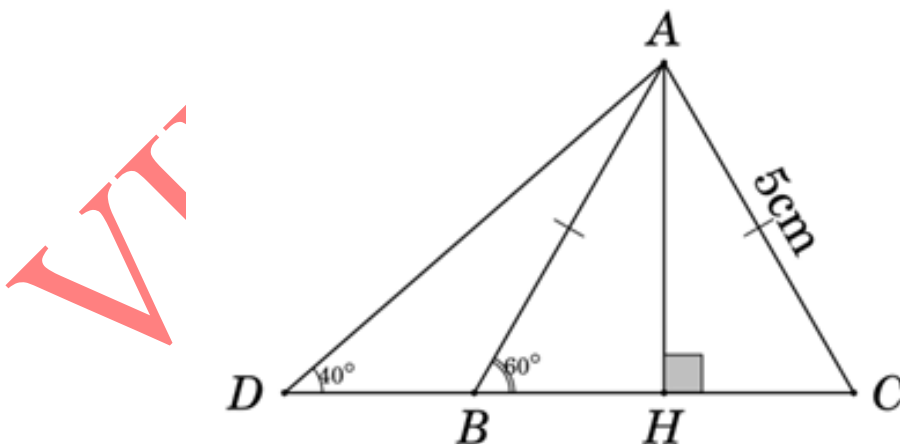
Vậy: Chiều cao của tam giác đều cạnh a là

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ đvdd}$$

$$\text{Diện tích là } \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ đvdt.}$$

Ví dụ 4: Cho tam giác đều ABC cạnh 5cm và góc $\angle ADB = 40^\circ$ Hãy tính

- Độ dài đoạn AD.
- Độ dài đoạn DB.



Bài giải:

- Xét tam giác ABC đều cạnh $AB = AC = BC = 5\text{cm}$

Suy ra độ dài đường cao AH của tam giác đều ABC là $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{3}}{2} (\text{cm})$$

Xét tam giác AHD vuông tại H nên ta có:

$$AD = \frac{AH}{\sin 40^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{2} : \sin 40^\circ \approx 6,74 (\text{cm})$$

$$HD = \frac{AH}{\tan 40^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{2} : \tan 40^\circ \approx 5,16 (\text{cm})$$

b) Xét tam giác ABC đều có cạnh $AB = AC = BC = a$ và có đường cao AH.

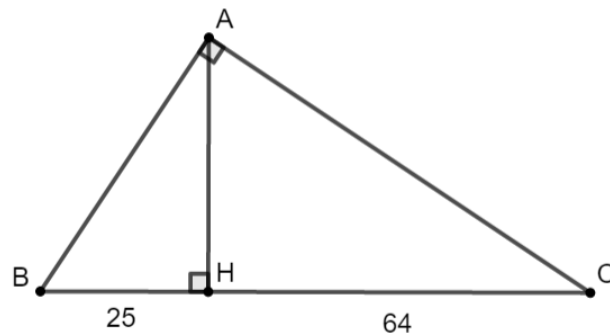
Do $\triangle ABC$ là tam giác đều nên đường cao AH đồng thời cũng là đường trung tuyến tại đỉnh A

$$\Rightarrow BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 (\text{cm})$$

$$\Rightarrow DB = HD - BH = 5,16 - 2,5 = 2,66 (\text{cm})$$

Ví dụ 5: Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. Biết $HB = 25\text{cm}$, $HC = 64\text{cm}$. Tính B, C.

Bài giải:



+) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH nên:

$$AH^2 = BH \cdot CH \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Leftrightarrow AH^2 = 25 \cdot 64 = 1600$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{1600} = 40 \text{ (cm)}$$

+) Xét tam giác ABH vuông tại H có:

$$\tan B = \frac{AH}{BH} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5} \Rightarrow B \approx 58^\circ$$

+) Xét tam giác AHC vuông tại H có:

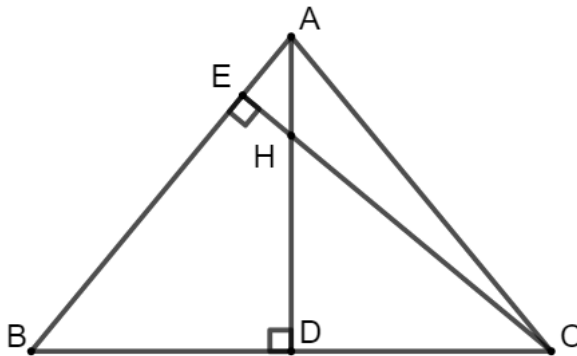
$$\tan C = \frac{AH}{CH} = \frac{40}{64} = \frac{5}{8} \Rightarrow C \approx 32^\circ$$

Ví dụ 6: Cho tam giác ABC có $AB = AC = 50\text{cm}$, $BC = 60\text{cm}$. Các đường cao AD và CE cắt nhau tại H.

a) Tính độ dài CE.

b) Tính độ dài CH.

Bài giải:



a) Tam giác ABC có $AB = AC = 50\text{cm} \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A có AD là đường cao nên AD đồng thời là đường trung tuyến và phân giác tại đỉnh A

$$\Rightarrow \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC$$

$$\text{và } BD = CD = \frac{BC}{2} = \frac{60}{2} = 30(\text{cm})$$

Xét tam giác ABD có: $\angle ADB = 90^\circ$ (do $AD \perp BC$)

nên tam giác ABD vuông tại D

Ta có:

$$\sin \text{BAD} = \frac{\text{BD}}{\text{AB}} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} \Rightarrow \text{BAD} \approx 37^\circ$$

$$\Rightarrow \text{BAC} = 2.\text{BAD} = 2.37^\circ = 74^\circ$$

Xét tam giác AEC có $\text{AEC} = 90^\circ$

(do $\text{CE} \perp \text{AB}$) nên tam giác AEC vuông tại E

Ta có:

$$\text{EC} = \text{AC}.\sin \text{BAC} = 50.\sin 74^\circ \approx 48,06(\text{cm})$$

$$\text{AE} = \text{AC}.\cos \text{BAC} = 50.\cos 74^\circ \approx 13,78(\text{cm})$$

b) Xét tam giác AEH vuông tại H có:

$$\text{EH} = \text{AE}.\tan \text{EAH} = 13,78.\tan 37^\circ \approx 10,38(\text{cm})$$

$$\Rightarrow \text{CH} = \text{EC} - \text{EH} = 48,06 - 10,38 = 37,68(\text{cm})$$