

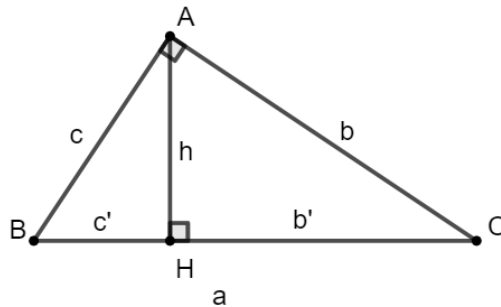
Dạng 1: Tính độ dài đoạn thẳng (các yếu tố chưa biết) trong tam giác vuông.**A. Phương pháp giải**

- Xác định vị trí cạnh huyền
- Áp dụng hệ thức về cạnh hoặc đường cao đã được học.

Cho $\triangle ABC$, $A = 90^\circ$, $AH \perp BC$, $BC = a$, $AB = c$, $AC = b$, $AH = h$ thì:

+) $BH = c'$ được gọi là hình chiếu của AB trên cạnh huyền BC

+) $CH = b'$ được gọi là hình chiếu của AC trên cạnh huyền BC



Khi đó ta có các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông:

$$1) b^2 = ab'; c^2 = ac'$$

$$2) h^2 = b'c'$$

$$3) ha = bc$$

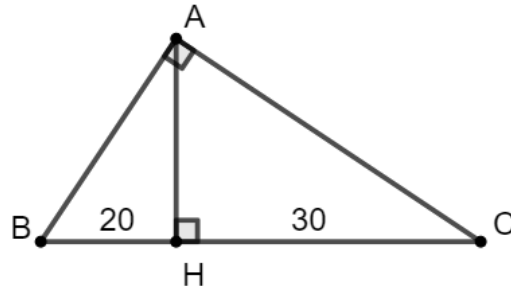
$$4) \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

$$5) a^2 = b^2 + c^2 \text{ (Định lý Pytago)}$$

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $HB = 20\text{cm}$, $HC = 30\text{cm}$. Tính AB , AC , AH .

Bài giải:



Ta có: $BC = BH + HC = 20 + 30 = 50$ (cm)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC có đường cao AH:

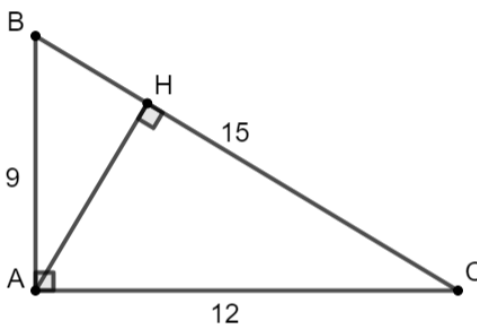
$$+) AB^2 = BH \cdot BC = 20 \cdot 50 = 1000 \Rightarrow AB = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10} \text{ (cm)}$$

$$+) AC^2 = CH \cdot CB = 30 \cdot 50 = 1500 \Rightarrow AC = \sqrt{1500} = 10\sqrt{15} \text{ (cm)}$$

$$+) AH^2 = BH \cdot CH = 20 \cdot 30 = 600 \Rightarrow AH = \sqrt{600} = 10\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm; $AC = 12$ cm; $BC = 15$ cm, đường cao AH. Tính độ dài AH.

Bài giải:



Xét tam giác ABC có:

$$\begin{cases} AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \\ BC^2 = 225 \end{cases} \Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

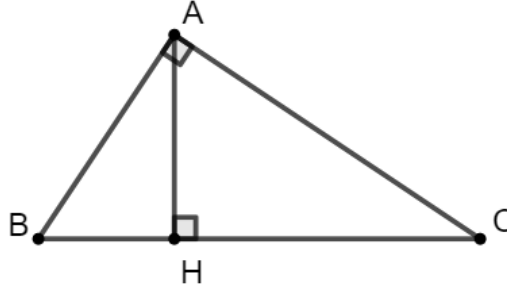
\Rightarrow Tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (Định lý Py - ta - go đảo)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH \cdot 15 = 9 \cdot 12 \Rightarrow AH = 7,2 \text{ cm}$$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Cho biết $AC : AB = \sqrt{3}$.
Tỉ số HC : HB bằng

Bài giải:



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC có đường cao AH:

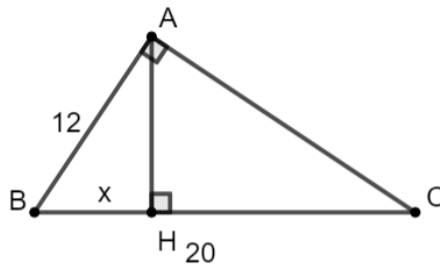
$$\Rightarrow \begin{cases} AB^2 = HB \cdot BC \\ AC^2 = HC \cdot BC \end{cases} \Rightarrow \frac{HC \cdot BC}{HB \cdot BC} = \frac{AC^2}{AB^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{HC}{HB} = \frac{AC^2}{AB^2} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$$

Vậy $\frac{HC}{HB} = 3$.

C. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Giá trị của x trong hình bên là bao nhiêu biết $BC = 20$, $AB = 12$



A. $\frac{36}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{100}{3}$

D. 16

Bài giải:

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

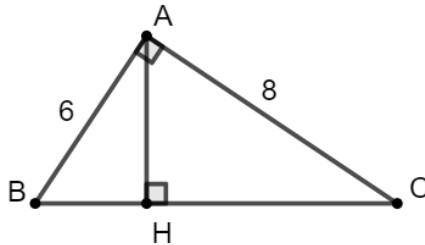
$$AB^2 = BH \cdot BC$$

$$\Leftrightarrow 12^2 = x \cdot 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{12^2}{20} = \frac{36}{5}$$

Đáp án A.

Bài 2: Tìm AH, BC với các giá trị như hình bên.



A. $AH = \frac{5}{24}$ và $BC = 2\sqrt{7}$

B. $AH = \frac{24}{5}$ và $BC = 15$

C. $AH = \frac{24}{5}$ và $BC = 10$

D. $AH = \frac{5}{24}$ và $BC = 10$

Bài giải:

+) Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = \sqrt{100} = 10$$

+) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{24}{5}$$

Đáp án C.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AC = 6cm, BH = 9cm. Tính độ dài BC.

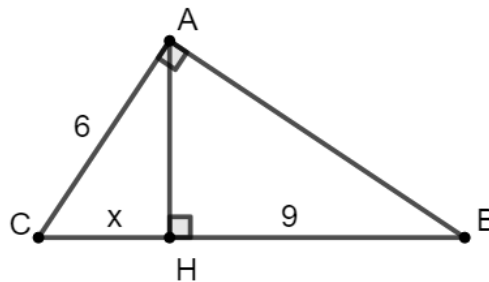
A. $12\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. 3

D. 12

Bài giải:



Đặt $HC = x$ ($x > 0$) $\Rightarrow BC = x + 9$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AC^2 = BC \cdot HC$$

$$\Leftrightarrow 6^2 = (x + 9) \cdot x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 12x - 3x - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 12) - 3(x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3(\text{tm}) \\ x = -12(\text{L}) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } BC = BH + CH = 9 + 3 = 12\text{cm}$$

Đáp án D.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 12cm, BC = 20cm. Tính HC.

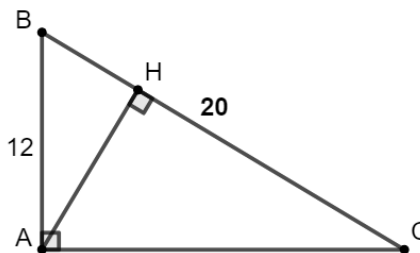
A. 6,4cm

B. 7,2cm

C. 12,8cm

D. 16,4cm

Bài giải:



Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AB^2 = HB \cdot BC \Rightarrow HB = \frac{AB^2}{BC} = \frac{12^2}{20}$$

$$\Rightarrow HB = 7,2\text{cm}$$

$$\Rightarrow HC = BC - HB = 20 - 7,2 = 12,8\text{cm}$$

Đáp án C.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AH = 6cm, HB = 4cm. Tính BC.

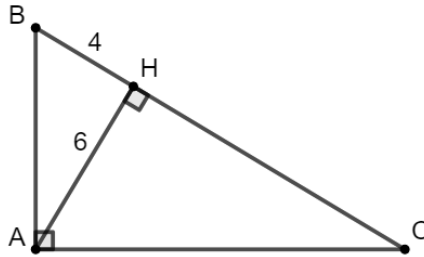
A. 10cm

B. 11cm

C. 12 cm

D. 13 cm

Bài giải:



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AH^2 = HB \cdot HC \Rightarrow HC = \frac{AH^2}{HB}$$

$$\Rightarrow HC = \frac{6^2}{4} = 9(\text{cm})$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC = 4 + 9 = 13(\text{cm})$$

Đáp án D.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 3cm, AC = 4cm. Tính AH.

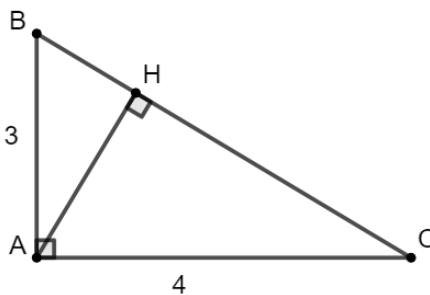
A. 5,6 cm

B. 2,4 cm

C. 3,6 cm

D. 3,4 cm

Bài giải:



Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{16} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{25}{144}$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow AH = \frac{12}{5} = 2,4\text{cm}$$

Đáp án B.

Bài 7: Cho $\triangle MNP$ vuông tại M, đường cao $MH = 18\text{cm}$. Biết $HN : HP = 1 : 4$. Tính độ dài cạnh huyền NP.

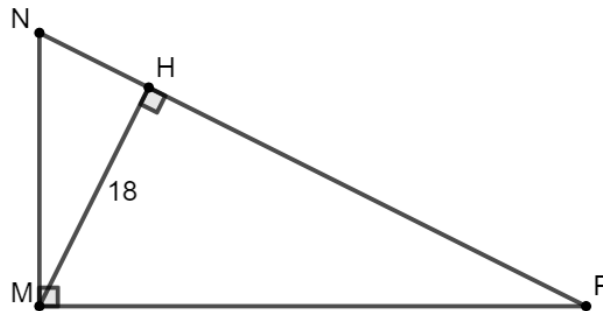
A. 36 cm

B. 45 cm

C. 54 cm

D. 63 cm

Bài giải:



Gọi $HN = x$ ($x > 0$) thì $HP = 4x$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$MH^2 = HN \cdot HP$$

$$\Leftrightarrow 18^2 = x \cdot 4x$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = 324$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow x = 9(\text{cm})$$

$$\Rightarrow HN = 9 \text{ cm và } HP = 4x = 4.9 = 36 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy } NP = HN + HP = 9 + 36 = 45 \text{ cm}$$

Đáp án B.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Cho biết $AC : AB = \sqrt{2}$ và $HC - HB = 2\text{cm}$. Độ dài HC bằng:

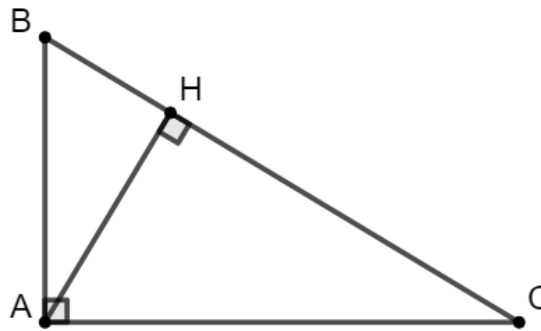
A. 4 cm

B. 2 cm

C. $2\sqrt{2}$ cm

D. $4\sqrt{2}$ cm

Bài giải:



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\begin{cases} AB^2 = HB \cdot BC \\ AC^2 = HC \cdot BC \end{cases} \Rightarrow \frac{HC}{HB} = \frac{AC^2}{AB^2} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{HC}{HB} = 2 \\ HC - HB = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HC = 2 \cdot HB \\ 2HB - HB = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HC = 4(\text{cm}) \\ HB = 2(\text{cm}) \end{cases}$$

Đáp án A.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB : AC = 2 : 3$ và đường cao AH bằng 6cm. Khi đó độ dài đoạn thẳng AC bằng:

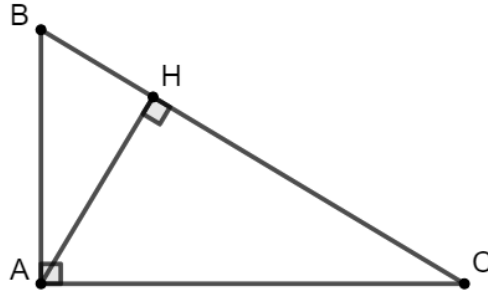
A. $\sqrt{13}$ cm

B. $2\sqrt{13}$ cm

C. $3\sqrt{13}$ cm

D. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ cm

Bài giải:



Gọi $AB = 2x$ ($x > 0$) thì $AC = 3x$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{4x^2} + \frac{1}{9x^2} = \frac{1}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{36x^2} + \frac{4}{36x^2} = \frac{1}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{36x^2} = \frac{1}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{13}{36x^2} = \frac{x^2}{36x^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow AC = 3x = 3\sqrt{13} \text{ (cm)}$$

Đáp án C.

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Biết $HC = 3\text{cm}$; $HB = 1\text{cm}$. Tính diện tích tam giác ABC.

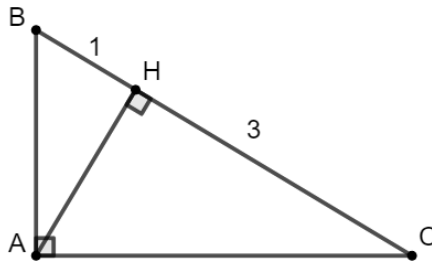
A. $4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

B. $2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

C. $3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

D. $6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

Bài giải:



Xét tam giác ABC vuông ở A có đường cao AH:

$$+) AH^2 = HB \cdot HC$$

(Hệ thức lượng trong tam giác)

$$\Rightarrow AH = \sqrt{BH \cdot HC} = \sqrt{1 \cdot 3} = \sqrt{3}(\text{cm})$$

$$+) BC = BH + HC = 1 + 3 = 4(\text{cm})$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC$$

(Do AH là đường cao của tam giác ABC)

$$\Leftrightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

Đáp án B.