

## Chủ đề: Độ dài đường tròn, cung tròn

### Dạng 1: Tính độ dài đường tròn, cung tròn hoặc các đại lượng liên quan.

#### A. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức sau để tính độ dài đường tròn và cung tròn:

+ Độ dài đường tròn:  $C = 2\pi R$  hoặc  $C = \pi d$

Trong đó:  $C$  là độ dài đường tròn.

$R$  là bán kính đường tròn.

$d$  là đường kính của đường tròn

+ Độ dài cung tròn  $n^\circ$  là:  $l = \frac{\pi R n}{180}$

Trong đó:  $l$  là độ dài cung tròn  $n^\circ$ .

$R$  là bán kính đường tròn.

$n$  là số đo độ của góc ở tâm.

#### B. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 1:** a) Tính độ dài cung  $60^\circ$  của một đường tròn có bán kính 2dm.

b) Tính chu vi vành xe đạp có đường kính 650mm.

Lời giải

a) Độ dài cung  $60^\circ$  của đường tròn bán kính 2dm là:

$$l = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 60}{180} = \frac{2\pi}{3} \approx 2,1dm = 21cm.$$

b) Chu vi vành xe đạp có đường kính 650mm là:

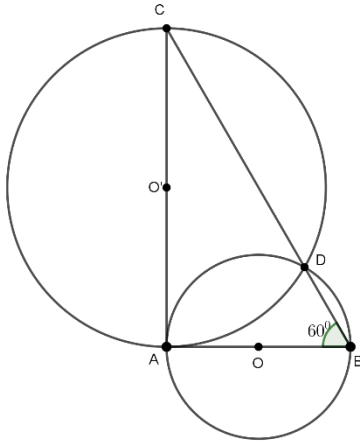
$$C = \pi \cdot d = 650\pi \approx 2042 \text{ mm}.$$

**Ví dụ 2:** Cho tam giác  $ABC$  ( $A = 90^\circ$ ), cạnh  $AB = 4cm$ , góc  $B = 60^\circ$ . Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  cắt  $BC$  ở  $D$ .

a) Chứng minh  $AD$  vuông góc với  $BC$

- b) Chứng minh rằng đường tròn đường kính AC ( tâm O' ) đi qua D.  
 c) Tính độ dài cung nhỏ BD.

### Hướng dẫn giải



a) Vì  $D \in (O) \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow AD \perp BC$$

b) Vì  $AD \perp BC \Rightarrow \angle ADC = 90^\circ$

$\Rightarrow D$  thuộc đường tròn đường kính AC

Hay đường tròn đường kính AC ( tâm O' ) đi qua D.

c) Xét  $\triangle OBD$  có  $OB = OD = R$  và  $\angle ABD = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle OBD$  đều

$$\Rightarrow \angle BOD = 60^\circ$$

Ta có: O là trung điểm của AB

$$\Rightarrow OB = OA = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (cm) } \text{ hay } R = 2 \text{ cm}$$

$$\text{Độ dài cung nhỏ BD là: } l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 60}{180} = \frac{2\pi}{3} \text{ (cm).}$$

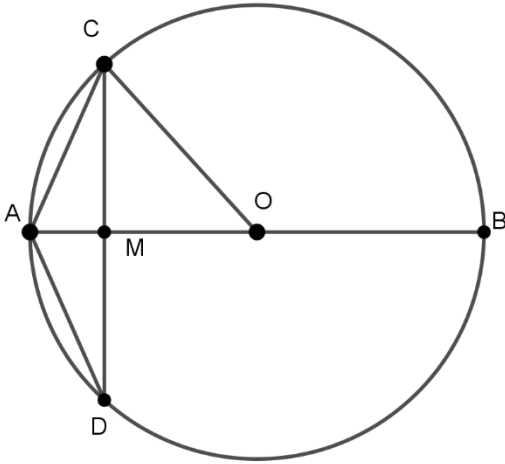
**Ví dụ 3:** Cho đường tròn (O) đường kính AB, vẽ dây CD vuông góc với AB tại M.

Cho biết  $AM = 1 \text{ cm}$ ,  $CD = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ .

a) Tính độ dài đường tròn

b) Tính độ dài cung  $CAD$

### Hướng dẫn giải



a) Gọi bán kính đường tròn tâm O là R

Ta có:  $OM + AM = OA$

$$\Rightarrow OM = R - 1 \text{ (cm)}$$

Vì đường kính AB vuông góc với dây CD tại M nên M là trung điểm của CD

$$\Rightarrow CM = DM = \frac{CD}{2} = \sqrt{3}$$

Xét  $\triangle OMC$  vuông tại M, ta có:  $OC^2 = CM^2 + OM^2$  (định lý Py – ta – go)

$$\Leftrightarrow R^2 = (R - 1)^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$\Leftrightarrow R^2 = R^2 - 2R + 1 + 3$$

$$\Leftrightarrow 2R = 4$$

$$\Leftrightarrow R = 2 \text{ (cm)}$$

Độ dài đường tròn là:  $C = 2\pi R = 2\pi \cdot 2 = 4\pi \text{ (cm)}$

b) Xét  $\triangle OMC$  vuông tại M, ta có:  $\sin \angle COM = \frac{CM}{CO} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle COM = 60^\circ$

Vì  $CA = AD \Rightarrow COA = DOA = 60^\circ \Rightarrow COD = 120^\circ$

Độ dài cung CD là:  $l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 120}{180} = \frac{4\pi}{3}$  (cm).

### C. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại C, có  $C = 120^\circ$ ,  $AC = 10$ cm. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

A. 10

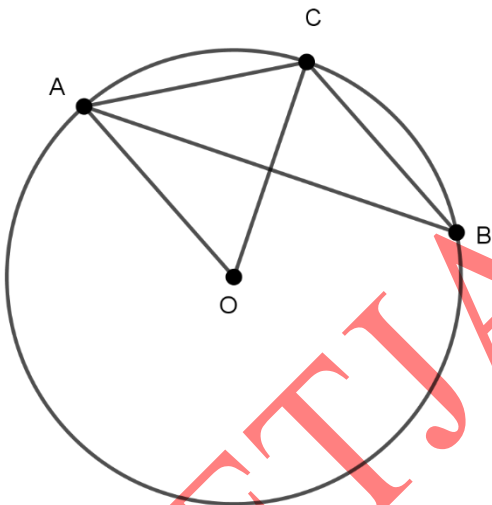
B.  $10\pi$

C. 20

D.  $20\pi$

### Hướng dẫn giải

Đáp án D



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Ta có  $AC = BC$  nên C là điểm chính giữa cung AB

$\Rightarrow CO$  là phân giác của  $ACB$

$$\Rightarrow \angle ACO = \frac{\angle ACB}{2} = 60^\circ$$

Xét  $\Delta OAC$ , có:  $OA = OC$  và  $\angle ACO = 60^\circ$

$\Rightarrow \Delta OAC$  đều

$$\Rightarrow OA = OC = AC = 10\text{cm}$$

Khi đó độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:  $2\pi \cdot 10 = 20\pi$  (cm).

**Câu 2:** Số đo  $n^\circ$  của cung tròn có độ dài 30,8 cm trên đường tròn có bán kính 22 cm là (lấy  $\pi \approx 3,14$  và làm tròn đến độ)

- A.  $70^\circ$                       B.  $80^\circ$                       C.  $65^\circ$                       D.  $85^\circ$

### Hướng dẫn giải

Đáp án B

Áp dụng công thức tính độ dài cung tròn  $l = \frac{\pi R n}{180}$ , ta được:

$$30,8 = \frac{\pi \cdot 22 \cdot n}{180} \Leftrightarrow n = \frac{180 \cdot 30,8}{22\pi} \approx 80^\circ.$$

**Câu 3:** Tính độ dài cung  $30^\circ$  của một đường tròn có bán kính 4 dm

- A.  $\frac{4\pi}{3}$  (dm)                      B.  $\frac{\pi}{3}$  (dm)                      C.  $\frac{\pi}{6}$  (dm)                      D.  $\frac{2\pi}{3}$  (dm)

### Hướng dẫn giải

Đáp án D

Độ dài cung  $30^\circ$  của đường tròn có bán kính 4dm là:  $l = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 30}{180} = \frac{2\pi}{3}$ .

**Câu 4:** Máy cày có hai bánh xe sau lớn hơn hai bánh xe trước. Biết khi bơm căng, bánh xe trước có đường kính 0,8m, bánh xe sau có đường kính 1,5m. Hỏi bánh xe sau lăn được 16 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

- A. 20                      B. 30                      C. 40                      D. 50

### Hướng dẫn giải

Đáp án B

Bánh xe lăn được một vòng nghĩa là nó đã đi một độ dài chu vi của bánh xe.

Chu vi bánh xe trước là:  $C_1 = \pi d = 0,8\pi$  (m)

Chu vi bánh xe sau là:  $C_2 = \pi d = 1,5\pi$  (m)

Bánh xe sau lăn được 16 vòng nghĩa là nó đã đi được  $s = 1,5\pi \cdot 16 = 24\pi$  (m)

Khi đó bánh xe trước sẽ lăn được số vòng là:  $\frac{24\pi}{0,8\pi} = 30$  (vòng).

**Câu 5:** Cho đường tròn tâm O có chu vi  $30\pi$  cm. Tính độ dài cung có số đo  $90^\circ$ ?

- A.  $9\pi$                                       B.  $4,5\pi$                                       C.  $7,5\pi$   
D.  $15\pi$

### Hướng dẫn giải

Đáp án C

Ta có: Chu vi đường tròn tâm O:  $C = 2\pi R = 30\pi$

$$\Leftrightarrow R = \frac{30\pi}{2\pi} = 15 \text{ (cm)}$$

Khi đó, độ dài cung có số đo  $90^\circ$  là:  $l = \frac{\pi \cdot 15 \cdot 90}{180} = \frac{15\pi}{2} = 7,5\pi$ .

**Câu 6:** Biết độ dài cung  $60^\circ$  là  $6\pi$ . Tính độ dài cung tròn có số đo  $100^\circ$ .

- A.  $6\pi$                                       B.  $8\pi$                                       C.  $10\pi$   
D.  $10,5\pi$

### Hướng dẫn giải

Đáp án C

$$\text{Độ dài cung } 60^\circ \text{ là: } l = \frac{\pi \cdot R \cdot 60}{180} = \frac{\pi R}{3} = 6\pi$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{18\pi}{\pi} = 18.$$

Độ dài cung tròn có số đo  $100^\circ$  là:  $l = \frac{\pi \cdot R \cdot 100}{180} = \frac{\pi \cdot 18 \cdot 100}{180} = 10\pi$ .

**Câu 7:** Cho tam giác ABC có  $AB = 8\text{cm}$ ;  $AC = 6\text{cm}$  và  $BC = 10\text{cm}$ . Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

- A.  $8\pi$  (cm)                                      B.  $10\pi$  (cm)                                      C.  $6\pi$  (cm)  
D.  $12\pi$  (cm)

**Hướng dẫn giải**

Đáp án B

Xét  $\Delta ABC$ , ta có:

$$BC^2 = 10^2 = 100$$

$$AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Theo định lý Py – ta – go đảo, suy ra:  $\Delta ABC$  vuông tại A

$\Rightarrow \Delta ABC$  nội tiếp đường tròn đường kính BC

$$\Rightarrow R = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5(\text{cm}).$$

Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:  $C = 2.\pi.5 = 10\pi$  (cm).

**Câu 8:** Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh là 10 cm. Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB; BC. Tính độ dài của cung MN ?

A.  $2\pi$  (cm)

B.  $5\pi$  (cm)

C.  $2,5\pi$  (cm)

D.  $7,5\pi$  (cm)

**Hướng dẫn giải**

Đáp án C

Do O là tâm đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD nên bán kính đường tròn nội

tiếp hình vuông là:  $r = \frac{AB}{2} = 5\text{cm}$ .

Ta có  $\widehat{OMN} = \widehat{ONM} = 90^\circ$

Do đó, độ dài của MN là:  $l = \frac{\pi.5.90}{180} = 2,5\pi$  (cm).

**Câu 9:** Xích Đạo là một đường tròn lớn của Trái Đất có độ dài khoảng 40000km. Hãy tính bán kính của Trái Đất.

A. 6366,2

B. 6366,02

c. 6400

D. 12732,4

**Hướng dẫn giải**

Đáp án A

Áp dụng công thức tính độ dài đường tròn, ta có:

$$C = 2\pi R \Rightarrow 40000 = 2\pi R \Rightarrow R \approx 6366,2 \text{ (km)}.$$

**Câu 10:** Cho hai đường tròn có bán kính lần lượt là  $R = 1\text{km}$  và  $r = 1\text{m}$ . Nếu độ dài của mỗi đường tròn ấy đều tăng thêm  $1\text{m}$  thì bán kính của mỗi đường tròn tăng thêm bao nhiêu?

A.  $\frac{1}{2\pi}$

B. 1

C.  $\pi$

D. 2

**Hướng dẫn giải**

Đáp án A

Gọi phần bán kính tăng thêm của đường tròn bán kính  $R$  là  $a$ , phần tăng thêm của đường tròn bán kính  $r$  là  $b$ . Nếu độ dài mỗi đường tròn tăng thêm  $1\text{m}$ , ta có:

$$+ 2\pi(R + a) = 2\pi R + 1$$

$$\Leftrightarrow 2\pi a = 1$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{2\pi}$$

$$+ 2\pi(r + b) = 2\pi r + 1$$

$$\Leftrightarrow 2\pi b = 1$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{1}{2\pi}$$

Vậy bán kính mỗi đường tròn đều tăng thêm  $\frac{1}{2\pi}$  m.