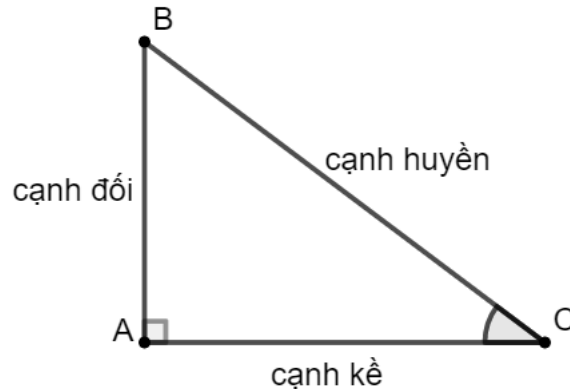


Dạng 4: Biết một tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh và tính các tỉ số lượng giác khác của góc đó

Nhắc lại kiến thức

1. Cho góc nhọn α , từ một điểm bất kì trên một cạnh của góc α , kẻ đường vuông góc với cạnh kia.



Khi đó:

- $\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}} = \frac{AB}{BC}$; $0 < \sin \alpha < 1$
- $\cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}} = \frac{AC}{BC}$; $0 < \cos \alpha < 1$
- $\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}} = \frac{AB}{AC}$; $\tan \alpha > 0$
- $\cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}} = \frac{AC}{AB}$; $\cot \alpha > 0$

2. Cho góc nhọn x ($0^\circ < x < 90^\circ$), ta có:

- $\sin x = \cos(90^\circ - x)$
- $\cos x = \sin(90^\circ - x)$
- $\tan x = \cot(90^\circ - x)$
- $\cot x = \tan(90^\circ - x)$

A. Phương pháp giải

- Xác định cạnh đối, cạnh kề của một góc, viết tỉ số lượng giác theo định nghĩa.

- Dùng kỹ thuật đại số hóa hình học

$$\text{Nếu } \frac{AB}{CD} = \frac{m}{n} \text{ thì } \begin{cases} AB = mt \\ CD = nt \end{cases} \text{ (với } t > 0).$$

- Áp dụng hệ thức Py-ta-go

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Hãy tìm $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$.

Ta có:

$$+) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(do $0^\circ < \alpha < 90^\circ$)

$$+) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$+) \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ví dụ 2: Hãy tìm $\sin x$, $\cos x$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư) nếu biết

$$\tan x = \frac{1}{3}$$

Bài giải:

Ta có:

$$+) \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 + \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{9}{10} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3}{\sqrt{10}} \\ \cos x = -\frac{3}{\sqrt{10}} \end{cases} (L)$$

$$+) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cdot \cos x$$

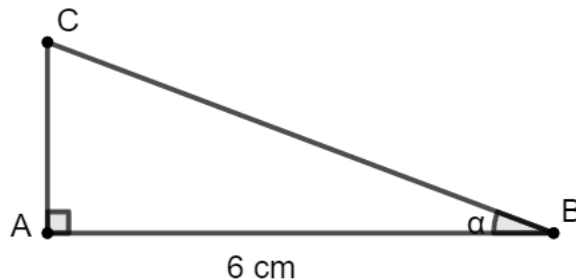
$$\Rightarrow \pm \sin x = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = 6cm, B = α . Biết $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. Hãy

tính

- Độ dài cạnh AC.
- Độ dài cạnh BC.

Bài giải:



a) Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\tan B = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \frac{5}{12} = \frac{AC}{6}$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{5 \cdot 6}{12} = \frac{5}{2} \text{ (cm)}$$

b) Áp dụng định lý Py – ta – go cho tam giác vuông ABC có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6^2 = \frac{169}{4}$$

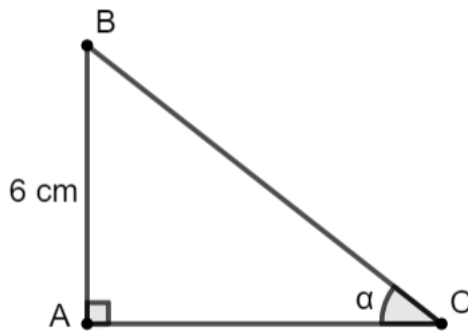
$$\Rightarrow BC = \sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{13}{2} \text{ (cm)}$$

C. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A. Góc C = α , biết $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, AB = 6 cm. Độ dài cạnh AC là:

- A. 6 cm
- B. 8 dm
- C. $\frac{9}{2}$ cm
- D. 8 cm

Bài giải:



Xét $\triangle ABC$ có:

$$\tan \alpha = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{4 \cdot 6}{3} = 8(\text{cm})$$

Đáp án D.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A. Góc B = α , biết $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, AB = 8 cm. Độ dài cạnh BC là:

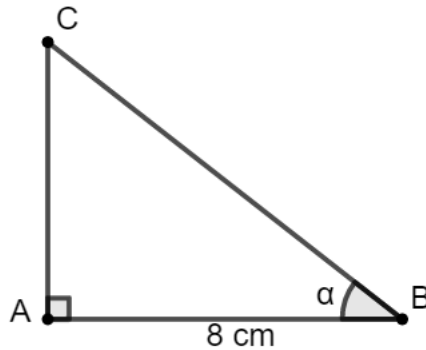
A. 10 cm

B. 6 cm

C. $\frac{3}{2}$ cm

D. 8 cm

Bài giải:



Xét $\triangle ABC$ có:

$$+) \tan \alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} = \frac{AC}{8}$$

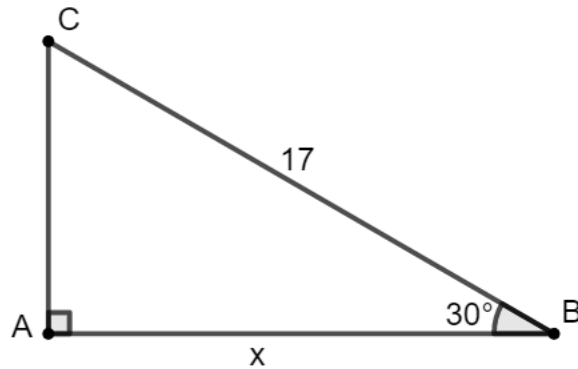
$$\Leftrightarrow AC = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6(\text{cm})$$

$$+) BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

Đáp án A.

Bài 3: Giá trị của x trong hình bằng:



A. $\frac{17\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{34\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{17\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{17\sqrt{3}}{6}$

Bài giải:

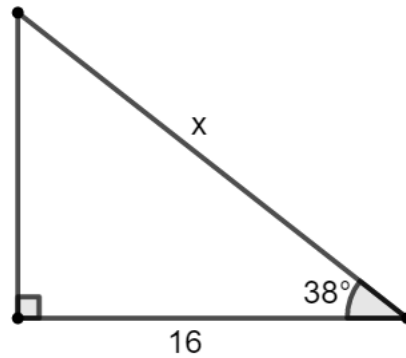
Ta có:

$$\cos 30^\circ = \frac{x}{17}$$

$$\Rightarrow x = 17 \cdot \cos 30^\circ = 17 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{17\sqrt{3}}{2}$$

Đáp án A.

Bài 4: Giá trị của x trong hình bằng:



A. 21

B. 20,30

C. 25

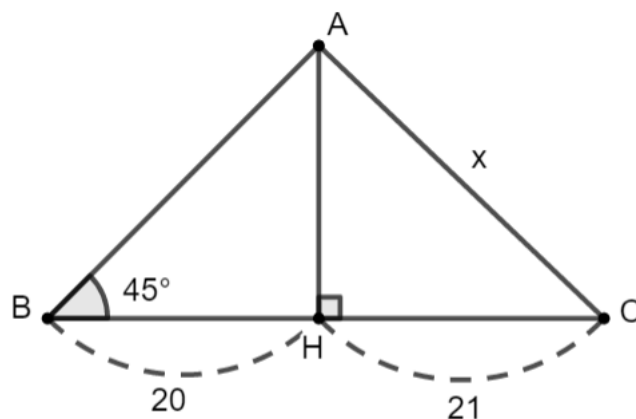
D. 12,61

Bài giải:

Ta có: $\cos 38^\circ = \frac{16}{x} \Rightarrow x = \frac{16}{\cos 38^\circ} \approx 20,30$

Đáp án B.

Bài 5: Giá trị của x trong hình bằng:



A. 28

B. 29

C. 30

D. 31

Bài giải:

$$+) \text{ Xét } \triangle ABH \text{ vuông tại H nên: } \tan 45^\circ = \frac{AH}{BH} \Leftrightarrow 1 = \frac{AH}{20} \Rightarrow AH = 20$$

+) Xét $\triangle ACH$ vuông tại H có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Leftrightarrow x^2 = 20^2 + 21^2 \Leftrightarrow x^2 = 841 \Rightarrow x = \sqrt{841} = 29$$

Đáp án B.

Bài 6: Cho biết $\tan \alpha + \cot \alpha = 3$. Giá trị của biểu thức $A = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ là:

A. 4

B. 3

C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Bài giải:

Ta có:

$$\tan \alpha + \cot \alpha = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = 3 \text{ (do } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

Vậy $A = \frac{1}{3}$.

Đáp án C.

Bài 7: Cho $\cos \alpha = \frac{20}{29}$. Tính $\cot \alpha$ biết $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

A. $\frac{20}{29}$

B. $\frac{21}{29}$

C. $\frac{21}{20}$

D. $\frac{20}{21}$

Bài giải:

Ta có:

$$+) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha + \left(\frac{20}{29}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{20}{29}\right)^2 = \frac{441}{841}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{441}{841}} = \frac{21}{29} \quad (\text{do } 0^\circ < \alpha < 90^\circ)$$

$$+) \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{20}{29} : \frac{21}{29} = \frac{20}{21}$$

Đáp án D.

Bài 8: Cho $\tan \alpha = \frac{28}{45}$. Tính $\cot \alpha$.

A. $\frac{28}{45}$

B. $\frac{17}{45}$

C. $\frac{45}{28}$

D. $\frac{45}{17}$

Bài giải:

$$\text{Ta có: } \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{28}{45}} = \frac{45}{28}$$

Đáp án C.

Bài 9: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{3}$. Khi đó $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ có giá trị bằng:

A. $\frac{8}{9}$

B. $\frac{9}{8}$

C. $\frac{-8}{9}$

D. $\frac{3}{5}$

Bài giải:

Ta có:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{25}{9}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{25}{9}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{25}{9}$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{16}{9} : 2 = \frac{8}{9}$$

Đáp án A.

Bài 10: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ với α là góc nhọn, ta có:

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ và $\tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

B. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{15}}{4}$ và $\tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

C. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{15}}{4}$ và $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ và $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$

Bài giải:

Ta có:

$$+) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \text{ (Do } \alpha \text{ là góc nhọn)}$$

$$+) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{4} : \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

Đáp án D.