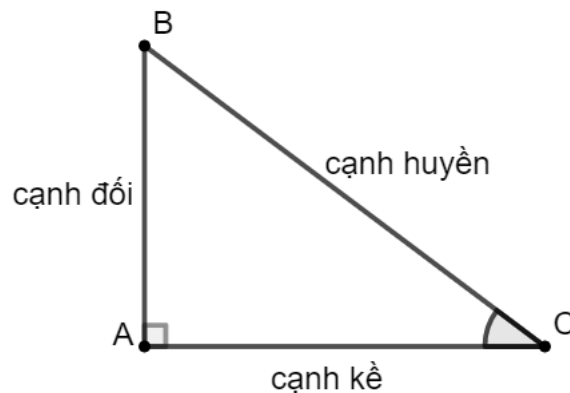


Dạng 1: Tính tỉ số lượng giác của các góc nhọn trong một tam giác vuông khi biết hai cạnh

A. Phương pháp giải

I/ Công thức tính tỉ số lượng giác của góc nhọn

1. Cho góc nhọn α , từ một điểm bất kì trên một cạnh của góc α , kẻ đường vuông góc với cạnh kia.



Khi đó:

- $\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}} = \frac{AB}{BC}$
- $\cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}} = \frac{AC}{BC}$
- $\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}} = \frac{AB}{AC}$
- $\cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}} = \frac{AC}{AB}$

2. Nếu hai góc phụ nhau (có tổng số đo bằng 90°) thì: sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia

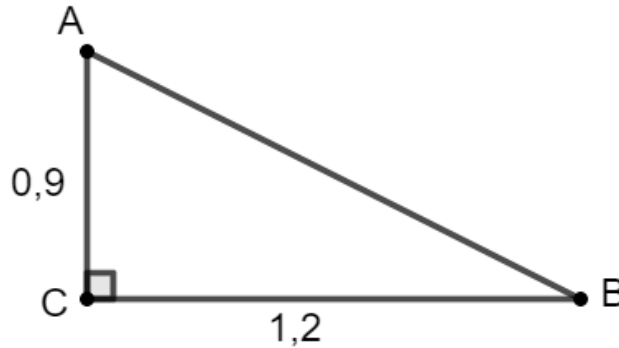
II. Phương pháp giải

- Xác định cạnh đối, cạnh kề, cạnh huyền, viết tỉ số lượng giác theo định nghĩa
- Tính cạnh còn lại nhờ hệ thức Py – ta – go hoặc hệ thức về cạnh, đường cao
- Tính tỉ số lượng giác còn lại theo định lí tỉ số lượng giác hai góc phụ nhau

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC vuông tại C, có $BC = 1,2$ cm, $CA = 0,9$ cm. Tính các tỉ số lượng giác của góc A, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc B.

Bài giải:



Áp dụng định lí Py – ta – go cho tam giác ABC vuông tại C ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = 0,9^2 + 1,2^2 = 0,81 + 1,44 = 2,25$$

$$\Rightarrow AB = 1,5(\text{cm})$$

Ta có:

$$+) \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{1,5} = \frac{4}{5}$$

$$+) \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{0,9}{1,5} = \frac{3}{5}$$

$$+) \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1,2}{0,9} = \frac{4}{3}$$

$$+) \cot A = \frac{AC}{BC} = \frac{0,9}{1,2} = \frac{3}{4}$$

Do $B + A = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) nên suy ra:

$$+) \sin B = \cos A = \frac{3}{5}$$

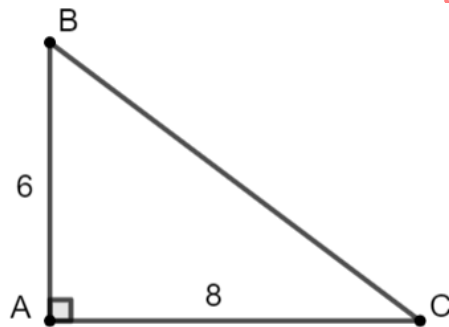
$$+) \cos B = \sin A = \frac{4}{5}$$

$$+) \tan B = \cot A = \frac{3}{4}$$

$$+) \cot B = \tan A = \frac{4}{3}$$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 6$, $AC = 8$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc C.

Bài giải:



Áp dụng định lý Py – ta – go cho tam giác vuông ABC có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10$$

Ta có:

$$+) \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$+) \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$+) \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$+) \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Do $B + C = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) nên suy ra:

$$\sin B = \cos C = \frac{4}{5}$$

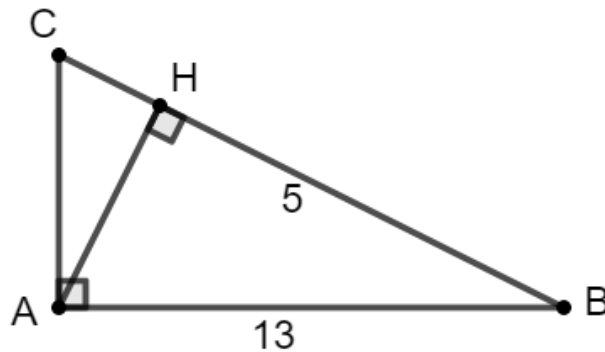
$$\cos B = \sin C = \frac{3}{5}$$

$$\tan B = \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\cot B = \tan C = \frac{3}{4}$$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ đường cao AH. Tính $\sin B$, $\sin C$ biết rằng $AB = 13$, $BH = 5$

Bài giải:



Xét tam giác ABH vuông tại H nên:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 \text{ (Định lý Py - ta - go)}$$

$$\Leftrightarrow AH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow AH = 12$$

Xét tam giác vuông ABH có:

$$+) \sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{13}$$

$$+) \cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{5}{13}$$

Xét tam giác ABC vuông tại A có $B + C = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) nên suy ra: $\sin C = \cos B = \frac{5}{13}$

$$\text{Vậy } \sin B = \frac{12}{13} \text{ và } \sin C = \frac{5}{13}.$$

C. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 21$ cm, $AC = 18$ cm. Tính $\tan B$.

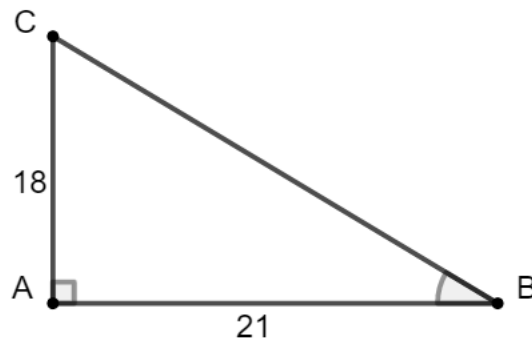
A. $\frac{7}{6}$

B. $\frac{6}{7}$

C. $\frac{9}{21}$

D. $\frac{5}{6}$

Bài giải:



Xét tam giác ABC vuông tại A ta có:

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{18}{21} = \frac{6}{7}$$

Đáp án B.

Bài 2: Tam giác ABC vuông tại A có $AC = \frac{1}{2}BC$. Tính $\sin B$.

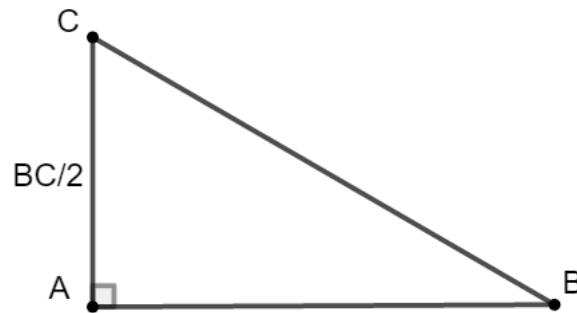
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Bài giải:



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A nên:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{\frac{1}{2}BC}{BC} = \frac{1}{2}$$

Vậy $\sin B = \frac{1}{2}$.

Đáp án A.

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường cao AH. Tính $\sin C$ của tam giác ABC biết rằng $AB = 13$; $BH = 5$.

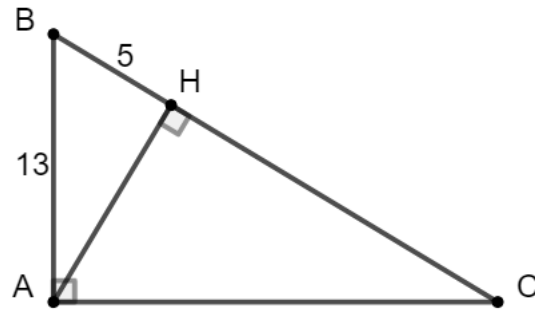
A. $\frac{13}{5}$

B. $\frac{12}{5}$

C. $\frac{5}{13}$

D. $\frac{5}{12}$

Bài giải:



Xét tam giác ABH có:

$\angle AHB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABH$ vuông tại H

$$\Rightarrow \cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{5}{13}$$

Xét tam giác ABC vuông tại A có $B + C = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) nên suy ra: $\sin C = \cos B = \frac{5}{13}$

Đáp án C.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường cao AH. Tính $\sin B$ của tam giác ABC biết rằng $BH = 3$; $CH = 4$.

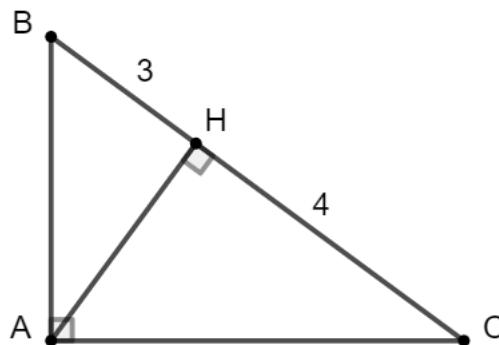
A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

B. $\frac{2}{\sqrt{7}}$

C. $\frac{3}{\sqrt{21}}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

Bài giải:



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $AH \perp BC$ tại H

+) $AH^2 = BH \cdot CH$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Leftrightarrow AH^2 = 3 \cdot 4 = 12 \Rightarrow AH = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$+) BC = BH + HC = 3 + 4 = 7$$

$$+) AB^2 = BH \cdot BC \text{ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow AB^2 = 3 \cdot 7 = 21 \Rightarrow AB = \sqrt{21}$$

Xét tam giác ABH có:

$$AHB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABH \text{ vuông tại H}$$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

Đáp án B.

Bài 5: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 4,5\text{cm}$, $BC = 7,5\text{cm}$. Tính $\sin B$ của tam giác ABC.

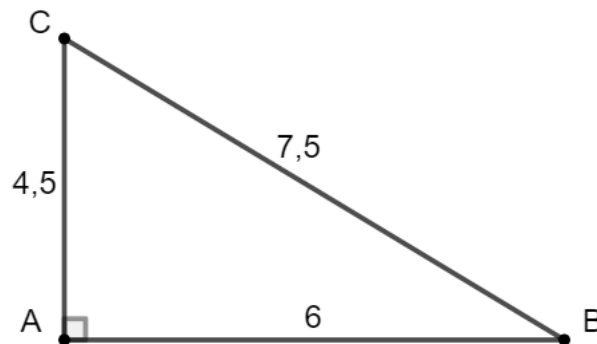
A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

Bài giải:



Xét tam giác ABC có:

$$AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 56,25$$

$$BC = 7,5^2 = 56,25$$

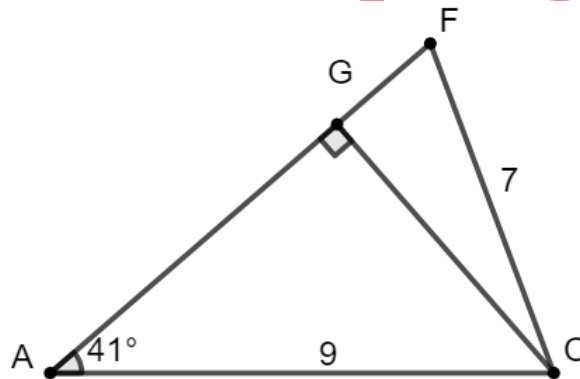
$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Theo định lí Py – ta – go đảo suy ra tam giác ABC vuông tại A

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4,5}{7,5} = 0,6$$

Bài 6: Cho tam giác ACF có $\angle CAF = 41^\circ$, $AC = 9$, $CF = 7$. Tính $\sin AFC$?

Bài giải:



Kẻ $CG \perp AF = \{G\}$

Tam giác ACG vuông tại G, có

$$\sin CAG = \frac{CG}{AC}$$

$$\Rightarrow CG = AC \cdot \sin CAG = 9 \cdot \sin 41^\circ \approx 5,9$$

Tam giác FCG vuông tại G ta có:

$$\sin AFC = \frac{CG}{CF} \approx \frac{5,9}{7}$$

Bài 7: Cho tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm, $BC = 4$ cm. Khẳng định nào sau đây là sai?

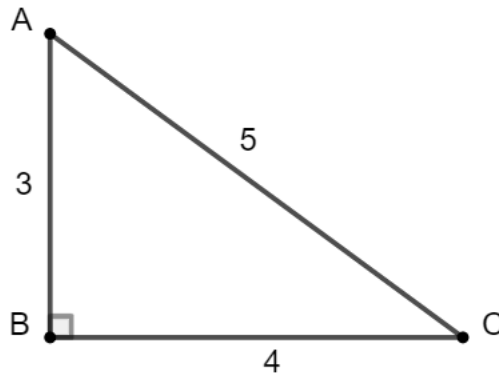
A. $\sin B = 0$

B. $\cos C = \frac{4}{5}$

C. $\sin A = \frac{4}{5}$

D. $\tan A = \frac{4}{3}$

Bài giải:



Xét $\triangle ABC$ có:

$$AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$AC^2 = 5^2 = 25$$

$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác vuông tại B.

$$+) \sin B = \sin 90^\circ = 1$$

$$+) \cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$$

$$+) \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$$

$$+) \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$$

Đáp án A.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ là tam giác nhọn có đường cao $BD = 6$. Biết $AD = 5$. Tính $\sin \angle ABD$.

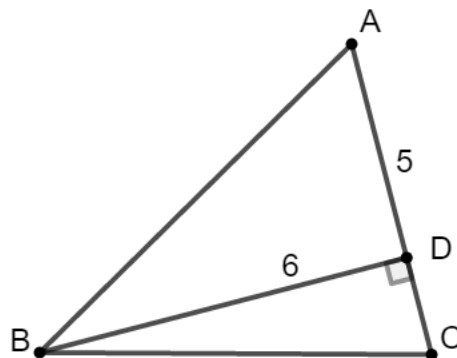
A. $\frac{\sqrt{61}}{5}$

B. $\frac{5\sqrt{61}}{61}$

C. $\frac{6\sqrt{61}}{61}$

D. $\frac{5}{6}$

Bài giải:



Xét $\triangle ABD$ vuông tại D có:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \text{ (Định lý Py - ta - go)}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$$

$$+) \sin ABD = \frac{AD}{AB} = \frac{5}{\sqrt{61}} = \frac{5\sqrt{61}}{61}$$

Đáp án B.

Bài 9: Cho hình thoi ABCD có độ dài hai đường chéo AC và BD lần lượt là $2\sqrt{3}$. Tính $\cot ABD$.

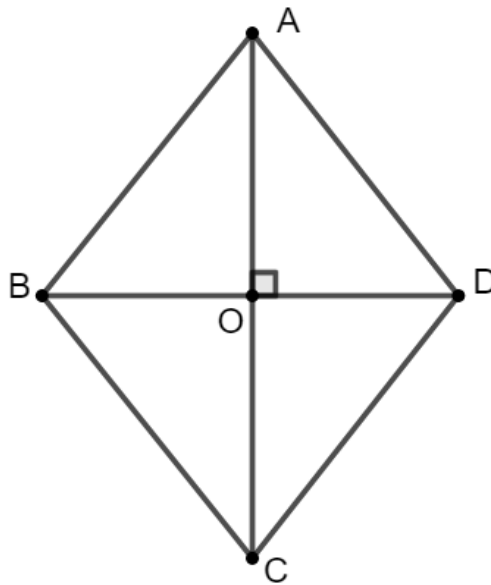
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Bài giải:



Ta có:

$$+) AO = OC = \frac{AC}{2} \text{ (tính chất hình thoi)}$$

$$\Rightarrow AO = OC = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$+) BO = OD = \frac{BD}{2} \text{ (tính chất hình thoi)}$$

$$\Rightarrow BO = OD = \frac{2}{2} = 1$$

Xét tứ giác ABCD là hình thoi

$$\Rightarrow AC \perp BD \text{ (tính chất hình thoi)}$$

$\Rightarrow \triangle ABO$ là tam giác vuông tại O.

$$\Rightarrow \cot ABO = \frac{OB}{OA}$$

$$\Leftrightarrow \cot ABD = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Đáp án B.

Bài 10: Đường cao MQ của $\triangle MNP$ vuông tại M chia cạnh huyền NP thành hai đoạn NQ = 3; PQ = 6. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

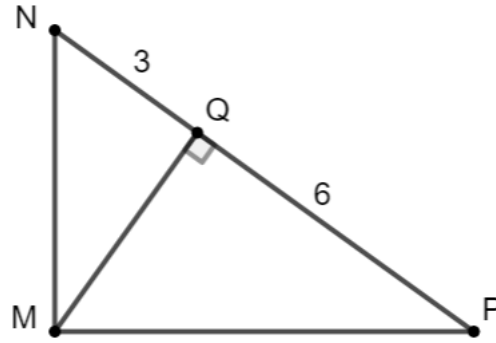
A. $\cot N > \cot P$

B. $\cot N < \cot P$

C. $\cot N = \cot P$

D. $\cot N = 2 \cdot \cot P$

Bài giải:



+) Xét $\triangle MNP$ vuông tại M có $MQ \perp NP$ (gt)

$\Rightarrow MQ^2 = NQ \cdot PQ$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Rightarrow MQ = \sqrt{3 \cdot 6} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

+) Xét $\triangle MNQ$ có $MQ \perp NP$

$\Rightarrow \triangle MNQ$ vuông tại Q

$$\Rightarrow \cot N = \frac{NQ}{MQ} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

+) Xét $\triangle MPQ$ có $MQ \perp NP$

$\Rightarrow \triangle MPQ$ vuông tại Q

$$\Rightarrow \cot P = \frac{PQ}{MQ} = \frac{6}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cot N < \cot P$$

Đáp án B.