

Dạng 2: Dựng góc nhọn α biết một tỉ số lượng giác của góc đó bằng $\frac{m}{n}$.

A. Phương pháp giải

1. Dựng một tam giác vuông có

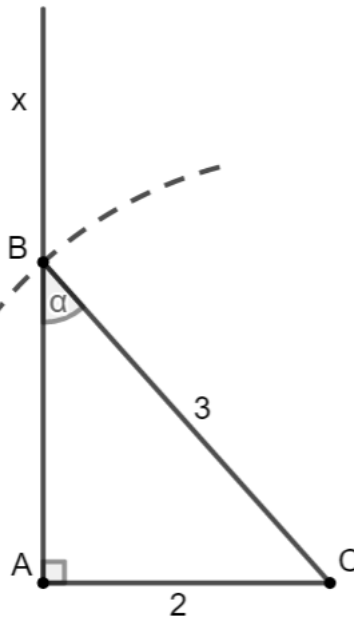
- Cạnh góc vuông và cạnh huyền là m, n nếu cho $\sin\alpha$ hoặc $\cos\alpha$ bằng $\frac{m}{n}$.
- Hai cạnh góc vuông là m, n nếu cho $\tan\alpha$ hoặc $\cot\alpha$ bằng $\frac{m}{n}$.

2. Xác định tỉ số lượng giác để nhận ra góc α .

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Dựng góc nhọn α biết $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.

Bài giải:



Dựng đoạn $AC = 2$ (đvđđ)

Dựng góc $C Ax = 90^\circ$

Dựng cung tròn tâm C bán kính 3 (đvđđ) cắt Ax tại B.

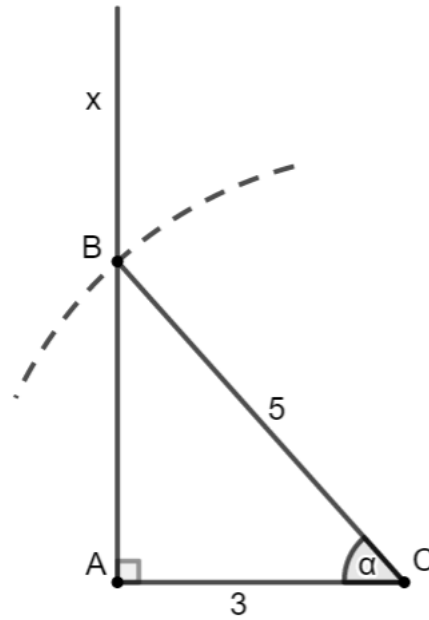
Nối BC ta được tam giác ABC vuông tại A có: $A = 90^\circ; AC = 2; BC = 3$

Ta có: $\sin ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = ABC$

Vậy góc cần dựng là ABC .

Ví dụ 2: Dựng góc nhọn α biết $\cos \alpha = 0,6$.

Bài giải:



Dựng đoạn $AC = 3$ (đvdd)

Dựng góc $CAx = 90^\circ$

Dựng cung tròn tâm C bán kính 5 (đvdd) cắt Ax tại B.

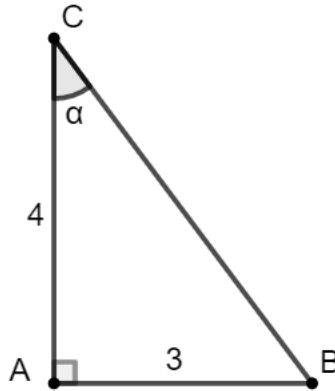
Nối BC ta được tam giác ABC vuông tại A có: $A = 90^\circ; AC = 3; BC = 5$

Ta có: $\cos ACB = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6 \Rightarrow \alpha = ACB$

Vậy góc cần dựng là ACB .

Ví dụ 3: Dựng góc nhọn α biết $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

Bài giải:



Dựng tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ (đvdd) và $AC = 4$ (đvdd)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

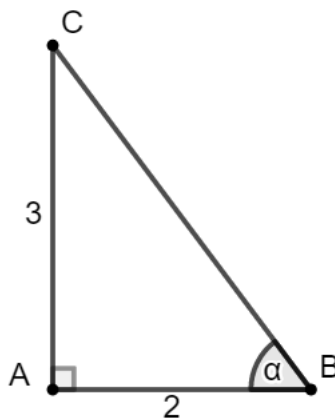
$$\tan ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \tan ACB = \tan \alpha \Leftrightarrow \alpha = ACB$$

Vậy góc cần dựng là ACB.

Ví dụ 4: Dựng góc nhọn α biết $\cot \alpha = \frac{2}{3}$.

Bài giải:



Dựng tam giác ABC vuông tại A có $AB = 2$ (đvdd) và $AC = 3$ (đvdd)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

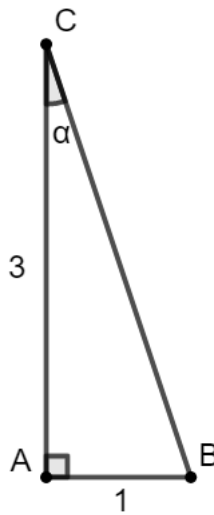
$$\cot ABC = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cot ABC = \cot \alpha \Leftrightarrow ABC = \alpha$$

Vậy góc cần dựng là ABC .

Ví dụ 5: Hãy dựng góc α và tính $\sin \alpha$ biết $\tan \alpha = \frac{1}{3}$.

Bài giải:



+) Dựng tam giác ABC vuông tại A có $AB = 1$ (đvdd) và $AC = 3$ (đvdd)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$\tan ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \tan ACB = \tan \alpha \Leftrightarrow \alpha = ACB$$

Vậy góc cần dựng là ACB .

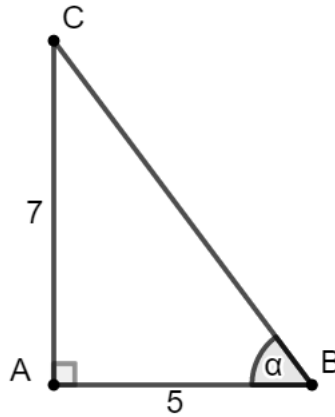
+) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A nên áp dụng định lý Py – ta – go ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10 \Rightarrow BC = \sqrt{10}$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Ví dụ 6: Hãy dựng góc α và tính $\cos \alpha$ biết $\cot \alpha = \frac{5}{7}$.

Bài giải:



+) Dựng tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$ (đvdd) và $AC = 7$ (đvdd)

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$\cot \angle ABC = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \cot \angle ABC = \cot \alpha \Leftrightarrow \angle ABC = \alpha$$

Vậy góc cần dựng là $\angle ABC$.

+) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A nên áp dụng định lý Py – ta – go ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74 \Rightarrow BC = \sqrt{74}$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{\sqrt{74}}.$$