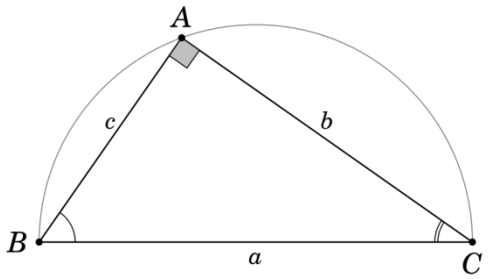
Dạng 2: Giải tam giác vuông biết hai cạnh

Nhắc lại kiến thức

Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh huyền a và các cạnh góc vuông b, c.



1. Định lý: Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng
   - Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cos góc kề.
   - Cạnh góc vuông kia nhân với tan góc đối hoặc nhân với cot góc kề.
2. Như vậy, trong tam giác ABC vuông tại A, ta có hệ thức
   - b = a.sinB = a.cosC = c.tanB = c.cotC
   - c = a.sinC = a.cosB = b.tanC = b.cotB

A. Phương pháp giải

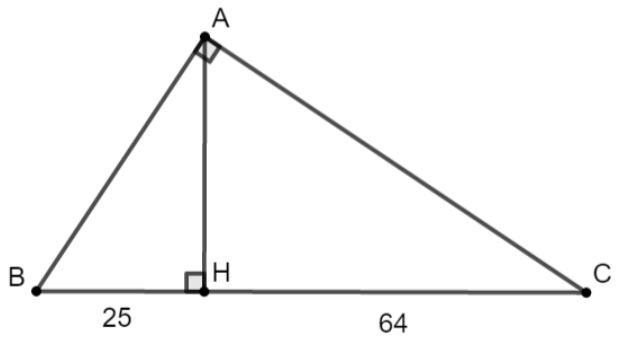
- Áp dụng định lý Py-ta-go để tìm cạnh còn lại.
- Xác định cạnh kề, cạnh đối, viết tỉ số lượng giác.
- Tính góc nhọn còn lại nhờ quan hệ phụ nhau.

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết HB = 25 cm, HC = 64 cm. Tính $\widehat{B}$, $\widehat{C}$.

Bài giải:

VIETJACK.COM



+) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH nên:

$AH^2 = BH.CH$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Leftrightarrow AH^2 = 25.64 = 1600$

$\Rightarrow AH = \sqrt{1600} = 40$ (cm)

+) Xét tam giác ABH vuông tại H có:

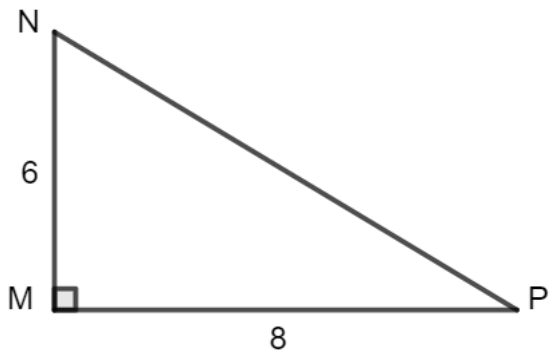
$$\tan B = \frac{AH}{BH} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5} \Rightarrow B \approx 58^\circ$$

+) Xét tam giác AHC vuông tại H có:

$$\tan C = \frac{AH}{CH} = \frac{40}{64} = \frac{5}{8} \Rightarrow C \approx 32^\circ$$

Ví dụ 2: Cho tam giác MNP vuông tại M có MN = 6 cm, MP = 8 cm. Tính NP, N, P

Bài giải:



Áp dụng định lí Py – ta – go cho tam giác MNP vuông tại M ta có:

VIETJACK.COM

$NP^2 = MN^2 + MP^2$

$\Rightarrow NP^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$\Rightarrow NP = \sqrt{100} = 10$ (cm)

Xét tam giác MNP vuông tại M có:

+) $\tan N = \frac{MP}{MN} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow N \approx 53°$

+) $N + P = 90°$

$\Leftrightarrow 53° + P = 90°$

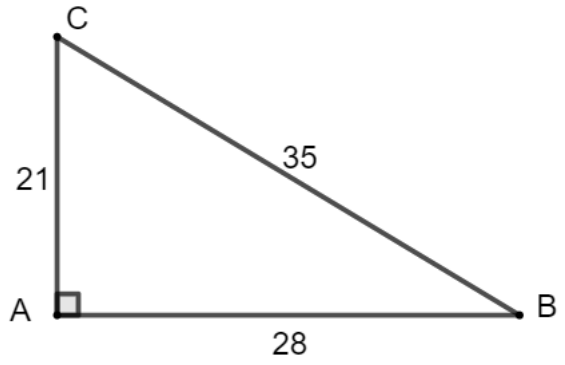
$\Rightarrow P = 90° - 53° = 37°$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC, biết AB = 21cm, AC = 28cm, BC = 35cm.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông.

b) Tính $\sin B, \sin C$ từ đó suy ra số đo góc B, C.

Bài giải:



a) Xét tam giác ABC có:

+) $AC^2 + AB^2 = 21^2 + 28^2 = 1225$

VIETJACK.COM

+) $BC^2 = 35^2 = 1225$

$\Rightarrow AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A (định lý Py – ta – go đảo)

b) Xét tam giác ABC vuông tại A nên:

+) $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5} \Rightarrow B \approx 37°$

+) $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5} \Rightarrow C \approx 53°$

C. Bài tập trắc nghiệm

Bài 1: Cho tam giác ABC có AB = 6cm, AC = 4,5cm, BC = 7,5cm. Tính góc B của tam giác ABC. (Làm tròn kết quả đến độ)

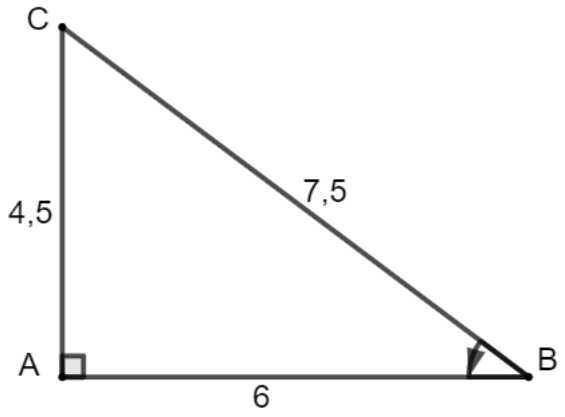
A. 37°

B. 90°

C. 47°

D. 53°

Bài giải:



Xét tam giác ABC có:

$AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 56,25$

$BC^2 = 7,5^2 = 56,25$

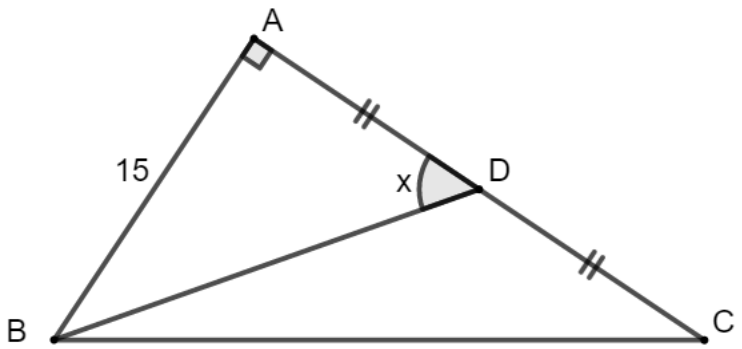
$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

Theo định lí Py – ta – go đảo suy ra tam giác ABC vuông tại A

$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4,5}{7,5} = 0,6$

$\Rightarrow B \approx 37^o$

Bài 2: Tính giá trị của x trong hình vẽ dưới đây biết AB = 15cm, AC = 24 cm và D là trung điểm của cạnh AC.



A. $x \approx 51°$

B. $x \approx 53°$

C. $x \approx 39°$

D. $x \approx 40°$

Bài giải:

Do D là trung điểm của AC nên ta có: AD = DC $= \frac{AC}{2} = \frac{24}{2}$ =12 (cm)

Xét tam giác ABD vuông tại A có:

$\tan ADB = \frac{AB}{AD} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \Rightarrow ADB \approx 51°$ hay $x \approx 51°$

Đáp án A.

Bài 3: Cho tam giác vuông ABC vuông tại A có AB = 7cm, BC = 12cm. Tính độ dài đường phân giác BD của tam giác ABC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

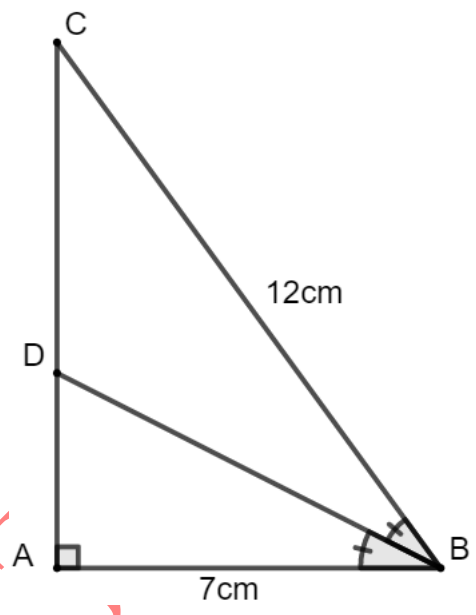
A. 10cm

B. 6,2 cm

C. 7,9 cm

D. 8,2 cm

Bài giải:



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{7}{12} \Rightarrow B \approx 54^\circ$$

Do BD là đường phân giác góc B của tam giác ABC nên

$$ABD = CBD = \frac{B}{2} \Rightarrow ABD = \frac{54^\circ}{2} = 27^\circ$$

Xét tam giác ABD vuông tại A có:

$$BD = \frac{AB}{\cos ABD} = \frac{7}{\cos 27^\circ} \approx 7,9(cm)$$

Đáp án C.

Bài 4: Cho tam giác ABC có AC = 12 cm, AB = 9 cm, BC = 15 cm. Tính số đo góc C. (Làm tròn kết quả đến độ)

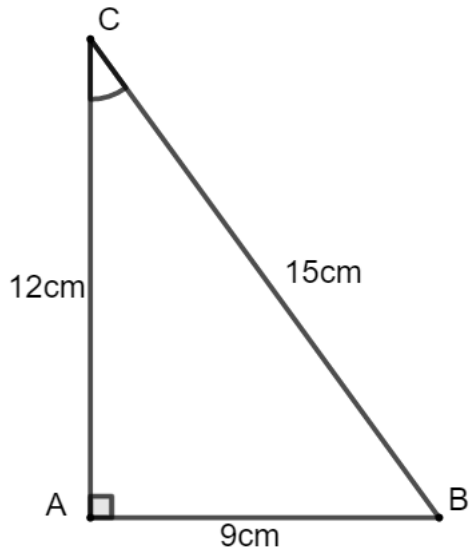
A. 37°

B. 90°

C. 47°

D. 53°

Bài giải:



+) Xét tam giác ABC có:

$AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

$BC^2 = 15^2 = 225$

$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

Theo định lí Py – ta – go đảo suy ra tam giác ABC vuông tại A

+) Ta có: $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow C \approx 37°$

Bài 5: Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Hãy tính góc (làm tròn đến phút) mà tia sáng mặt trời tại với mặt đất (góc α trong hình dưới đây)

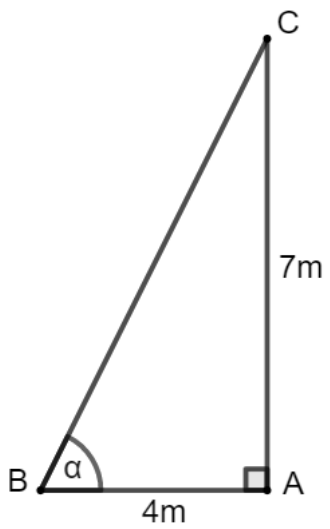
A. $\alpha \approx 30°$

B. $\alpha \approx 60°$

C. $\alpha \approx 69°$

D. $\alpha \approx 31°$

Bài giải:



Trong hình vẽ trên, AC là cột đèn có chiều cao 7m, AB là bóng của cột đèn

Vậy suy ra tam giác ABC là tam giác vuông tại A có AC = 7m, AB = 4m.

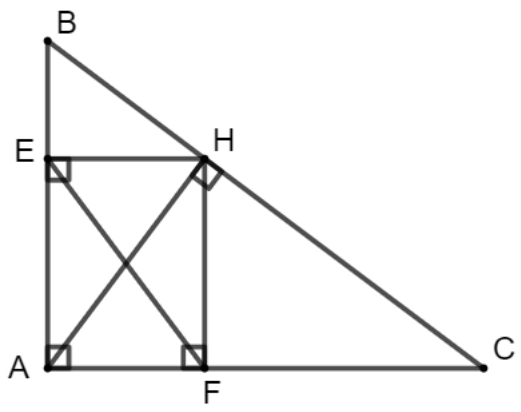
Ta có: $\tan\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{4} \Rightarrow \alpha \approx 60°$

Vậy góc mà tia sang mặt trời tạo với mặt đất $\alpha \approx 60°$.

Đáp án B.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 6cm, BC = 10cm, đường cao AH. Gọi E, F là hình chiếu của H lần lượt trên AB, AC. Tính EF.

Bài giải:



Xét tứ giác AEHF có:

$BAC = AEH = AFH = 90^\circ(gt) \Rightarrow$ tứ giác AEHF là hình chữ nhật

$\Rightarrow AH = FE$ (tính chất hình chữ nhật)\

Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow B \approx 53^\circ$

Xét tam giác ABH có $AHB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABH$ là tam giác vuông tại H

Ta có: $AH = AB.\sin B = 6.\sin 53^\circ \approx 4,8(cm)$

$\Rightarrow EF = AH = 4,8cm$

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 11cm, AC = 9cm, $B = x, C = y$. Hiệu y - x có giá trị là:

A. 51°

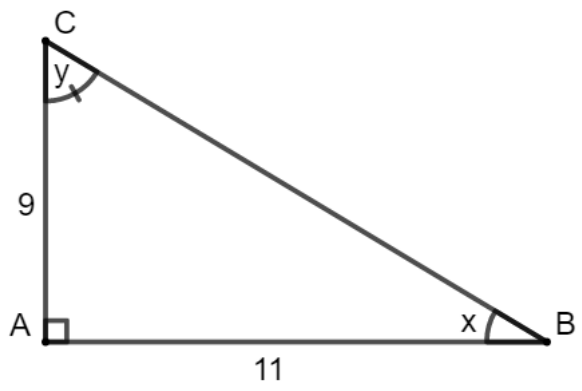
B. 39°

C. 12°

D. 22°

Bài giải:

VIETJACK.COM



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

+) $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{11} \Leftrightarrow B \approx 39^\circ \Rightarrow x \approx 39^\circ$

+) $B + C = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)

$\Leftrightarrow 39^\circ + y = 90^\circ$

$\Rightarrow y = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$

Vậy $y - x = 51^\circ - 39^\circ = 12^\circ$

Đáp án C.

VIETJACK.COM